



XI Olimpiada Latinoamericana de Astronomía y Astronáutica

Prova Teórica Grupal

INSTRUÇÕES

1. No seu envelope você encontrará o seguinte:
 - a. A prova teórica individual.
 - b. Folhas brancas. A solução para os problemas deve ser escrita apenas nessas folhas. **Não escreva no verso das folhas.**
2. Cada problema deve ser iniciado em uma nova folha. **NÃO** escreva a solução de dois problemas na mesma folha.
3. Em cada folha de respostas, por favor escreva o seguinte:
 - a. **NÚMERO DO PROBLEMA.** No canto superior esquerdo.
 - b. **NÚMERO DA EQUIPE** (que conta escrito em seu envelope). No canto superior direito.
 - c. **NÚMERO DA FOLHA E NÚMERO TOTAL DE FOLHAS PARA ESSE PROBLEMA.** No canto inferior direito (por exemplo 2/3)
4. **NÃO ESCREVA SEU NOME EM NENHUM LUGAR.**
5. Escreva suas respostas e procedimentos **apenas à caneta**. Se você quiser que algo não seja considerado para avaliação risque-o.
6. No final da Prova:
 - a. Não se esqueça de colocar suas folhas em ordem.
 - b. Coloque a prova e suas folhas de respostas no envelope.
 - c. Deixe o envelope em sua mesa.
7. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORAS GRÁFICAS.**

Nota: A notação para separar números inteiros de casas decimais nos enunciados é a vírgula.

Dados

$$\text{Constante solar } F_{\oplus} = 1366 \text{ W/m}^2$$

$$\text{Magnitude aparente do Sol } m_{\odot} = -26.72$$

$$\text{Constante de Stefan Boltzman } \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

$$\text{Densidade da Terra } \rho_{\oplus} = 5,51 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$1\text{UA} = 1,5 \times 10^{11}\text{m}$$

$$\text{Constante da gravitação universal } G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$1\text{pc} = 3,26 \text{ anos luz}$$

$$\text{Velocidade da luz } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Massa do Sol } M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30}\text{kg}$$



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 1

México 2019

Detecção de exoplanetas (20 pontos)

Um exoplaneta é um planeta que reside fora do nosso sistema solar. Em particular, vamos ver o sistema planetário da estrela TRAPPIST-1.

TRAPPIST-1 é uma estrela anã de tipo espectral M8 V, a uma distância de 12 pc na constelação de Aquário. Em 2015, uma equipe de astrônomos usou o telescópio TRAPPIST, localizado no Observatório de La Silla, no deserto de Atacama, Chile, para estudar o TRAPPIST-1. Através do uso de trânsitos planetários, foram encontrados três planetas que orbitam em torno desta estrela. Em 22 de fevereiro de 2017, foi anunciada a descoberta de outros quatro planetas que orbitam o TRAPPIST-1, adicionando um total de sete planetas que orbitam esta estrela.

A Figura 1 mostra a curva de luz de TRAPPIST-1 sendo eclipsada pelo planeta TRAPPIST-1g. O tempo decorrido entre o primeiro contato (ponto A) e o último contato (ponto D) é de 1,19 hora e o tempo decorrido entre os pontos B e C é de 0,99 hora. Para as perguntas seguintes, suponha que as órbitas sejam circulares.

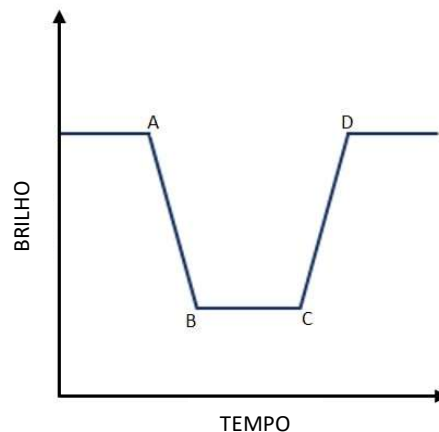


Figura 1

- a) Calcule o raio de TRAPPIST-1 e TRAPPIST-1g. Considere que o plano orbital do sistema TRAPPIST-1 é paralelo à nossa linha de visada e que a velocidade tangencial do TRAPPIST-1g é $v = 4,15 \times 10^4 \text{ m/s}$. **(4 pontos)**

Agora considere que a magnitude aparente de TRAPPIST-1 quando não é eclipsada por nenhum dos sete planetas do sistema é $m_1 = 13,43$

- b) Calcule a temperatura do TRAPPIST-1. **(2 pontos)**



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 1

México 2019

- c) Encontre a expressão analítica para calcular a magnitude aparente quando o sistema estiver entre os pontos B e C. (Não tente calcular um valor numérico). **(2 pontos)**
- d) Preencha a tabela 1.1 (anexada às suas folhas de respostas). A densidade deve ser expressa em termos de densidade terrestre. **(3 pontos)**

A zona habitável é a região onde a radiação permite a presença de água no estado líquido. Considere que a água evapora a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ e congela a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- e) Use os dados da tabela 1.2 para calcular a massa da estrela TRAPPIST-1. **(1 ponto)**
- f) Preencha a tabela 1.2. **(3 pontos)**
- g) Os planetas giram rapidamente em torno de seus próprios eixos e toda a energia absorvida por eles é reemitida como radiação do corpo negro. Supondo que o albedo de cada um dos planetas seja igual a $= 0,1$. Quais planetas são encontrados dentro da zona habitável? **(4 pontos)**

O inovador Starshot (Tiro estelar) é um projeto que pretende desenvolver micronaves espaciais capazes de viajar a 20% da velocidade da luz.

Considere que a aceleração das micronaves para alcançar os 20% da velocidade da luz é de 35 m/s^2 .

- h) Se usássemos uma dessas micronaves para chegar a TRAPPIST-1. Quanto tempo levaria para chegar? **(1 ponto)**



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 1

México 2019

Tabela 1.1

Planeta	Massa (10^{24} kg)	Raio (10^6 m)	Densidade (ρ_{\oplus})
1b	6,09	7,20	
1c	6,93	7,01	
1d	1,79	5,03	
1e	4,60	5,86	
1f	5,55	6,69	
1g	6,87		
1h	1,97	4,79	

Tabela 1.2

Planeta	Período (dias)	Raio orbital (UA)
1b	1,51	
1c		0,015
1d	4,04	
1e	6,09	0,028
1f	9,2	
1g	12,35	0,045
1h		0,059



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 2

México 2019

Astronomia e os maias (20 pontos)

Chichen Itza, localizado em Tinum, México, é um dos sítios arqueológicos mais interessantes da civilização maia, devido às orientações astronômicas precisas que algumas de suas construções apresentam.

É provável que, para os maias, a passagem do Sol pelo zênite tenha sido de grande importância, pois esse evento marca o final da estação seca e o início da estação chuvosa. Portanto, manter um registro dessas datas facilitou as atividades agrícolas.

(A convenção para medir o azimute é NESO)

- a) Ao meio-dia de 21 de dezembro, o templo de Kukulkan lança uma sombra de 22 m de comprimento. Se a altura do cume é de 23 m (veja a Figura 2), qual é a latitude de Chichen Itza? **(3 pontos)**

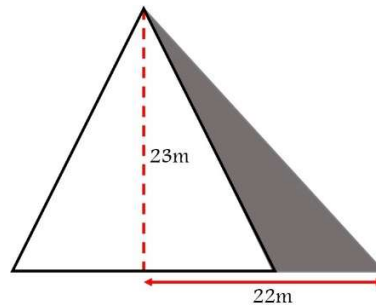


Figura 2

As medidas revelam que a escada oeste aponta em uma direção com azimute medido, a partir do norte, de 290° .

- b) Qual é o ângulo de desvio θ dos eixos da pirâmide em relação aos pontos cardeais? (Veja a figura 3) **(2 pontos)**

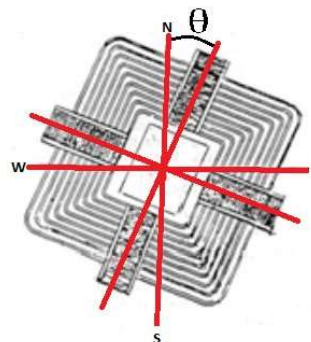


Figura 3



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 2

México 2019

Em 23 de maio e 19 de julho a passagem zenital do Sol ocorre em Tinum; Hoje em dia, a luz do sol penetra o cenote de Holtún completamente vertical através de um buraco retangular (delineado na rocha pelos maias), que possui um simbolismo religioso relacionado ao submundo da cosmovisão maia.

- c) Qual é o azimute do Sol (medido a partir do norte) ao nascer e pôr do sol em 23 de maio? **(2 pontos)**

O planeta Vênus, chamado pelos maias Ahzab Kab Ek, “a Estrela que desperta a Terra”, era uma estrela muito importante para eles, porque o associaram a guerra, morte, pestilência e destruição. As linhas de visão das janelas do edifício El Caracol, em Chichén Itzá (considerado o mais importante observatório astronômico dos maias), permitem acompanhar a trajetória do referido planeta ao longo do ano.

- d) Qual é o diâmetro angular de Vênus em suas aproximações máxima e mínima da Terra? (Distância Vênus-Sol $d = 0,72$ UA, raio de Vênus $r = 6051,8$ km). **(2 pontos)**

A unidade básica no calendário maia é de um dia, ou *kin*. Vinte *kines* formam um *winal* e 18 *winales* dão uma aproximação global do ano solar de 360 dias, conhecido como *tun*. 20 *tunes* formam um *Katun* e 20 *Katunes* um *Baktun*. O período de contagem longa maia é um ciclo com duração de 13 *baktunes*.

- e) As Plêiades culminam em Tinum quando a hora em Greenwich é 3:47 am do dia 21 de setembro. Qual será o ângulo horário do aglomerado à mesma hora depois de transcorridos 13 *winales* e 18 *kines*? (A longitude de Tinum é $88^{\circ} 34'W$) **(4 pontos)**
- f) Se a altura das Plêiades ao culminar é de $83^{\circ} 36'$, as Plêiades seriam um objeto circumpolar se fossem observadas em Tinum? **(3 pontos)**
- g) O final da última conta longa foi em 21 de dezembro de 2012, qual é a data de início dessa conta longa? (Suponha que a duração de todos os anos seja 365 dias). **(4 pontos)**



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 3

México 2019

Matéria escura em uma galáxia

Vera Cooper Rubin foi uma astrônoma americana, pioneira em medir a rotação de estrelas dentro de uma galáxia. Suas medições são evidências da existência de matéria escura.

A atração gravitacional da matéria observável é muito fraca para justificar as velocidades de rotação das galáxias, isso implica que deve haver massa não visível em algum lugar dentro ou ao redor das galáxias que permita que essas velocidades existam. Essa matéria oculta é o que é conhecida como matéria escura.

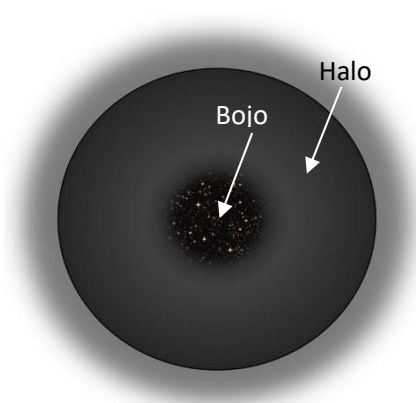


Figura 4

Para esse problema, as galáxias observadas por Rubin serão modeladas da seguinte forma: um bojo esférico de raio R_b cercado por um halo esférico (veja a Figura 4). Em todo o problema, ela considera que as estrelas são **corpos pontuais de massa m** uniformemente distribuídos no bojo, com **densidade numérica n** e que se movem em órbitas circulares. A massa das estrelas encontradas no halo é insignificante.

- Se a galáxia consiste apenas de estrelas, encontre a velocidade $v(r)$ das estrelas em função de sua distância, r , ao centro da galáxia. Considere os casos $r < R_b$ e $r \geq R_b$. **(2 pontos)**
- Faça um esboço da função $v(r)$ que você obteve no item anterior. **(2 pontos)**

A galáxia NGC 7537 está a uma distância de 38 Mpc e sua magnitude aparente é $m = 15,7$. Suponha que a galáxia NGC 7537 consiste apenas em estrelas semelhantes ao Sol.

- Calcule o número de estrelas na galáxia. **(2 pontos)**

A tabela a seguir mostra os valores observados da velocidade de rotação para algumas estrelas e o diâmetro angular de suas órbitas ao redor do centro da NGC 7537. Considere que o diâmetro angular do bojo da galáxia é $20''$.



Prova Teórica Grupal

PROBLEMA 3

México 2019

Distância Angular (")	V (km/s)
2	14,32
4	29,48
6	46,06
8	58,04
10	73,5
12	91,1
14	106,76
16	121,48
18	134,86
20	150,14
22	149,72
28	150,72
34	151,14
40	149,2
46	151,22
52	148,62
58	151,68
64	150,28
70	150,28
76	150,62

d) Com os dados da tabela ao lado, faça um gráfico da velocidade em função da distância do centro da galáxia (medida em kpc). **(3 pontos)**

e) Qual é a função $v(r)$ para a galáxia NGC 7537? **(3 pontos)**

f) Calcule a massa total do bojo da galáxia NGC 7537. Exprese sua resposta em massas solares. **(2 pontos)**

A discrepância entre os gráficos obtidos nos itens (b) e (c) indica a existência de matéria escura na galáxia. Suponha que o perfil de distribuição esférica da matéria escura é definida pela seguinte função:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[\frac{r}{r_0} \right]^\alpha$$

g) Determine o expoente α , necessário para obter um gráfico como o do item (c) para $r > R_b$. **(3 pontos)**

Embora a existência de matéria escura seja uma solução aceita para o problema da curva de rotação das galáxias, ela pode ser sugerida como uma solução alternativa para modificar as leis de Newton. A dinâmica newtoniana modificada (MOND na sigla em inglês) é uma hipótese que postula que a Segunda Lei de Newton pode ser reescrita como $F = ma\mu$ onde μ é uma função com a propriedade de $\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) = 1$ para $\frac{a}{a_0} \gg 1$ e $\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) = a$ para $\frac{a}{a_0} \ll 1$, a é a aceleração e a_0 é uma constante que determina a transição entre a gravitação de Newton e MOND.

h) Mostre que essa reformulação leva a que a velocidade de rotação seja constante no halo esférico de uma galáxia quando $a \ll a_0$. **(3 pontos)**