VII - Olimpíada Latino-Americana de Astronomia e Astronáutica

Barra do Piraí, 27 de setembro a 04 de outubro de 2015.

Prova Teórica em Grupo

Questão 1) Entre as estrelas da tabela a seguir (equinócio 2000), escreva qual é, ou quais são:

a) As que pertencem ao hemisfério Sul Celeste;

b) As que nunca podem ser vistas em Santiago (ϕ = 33º S);

c) As que são circumpolares visíveis em Montevideo (ϕ = 35º S);

d) A que faz sua passagem meridiana mais próxima do zênite na Cidade do México (ϕ = 19º N);

e) A que faz sua passagem meridiana em 21 de Março no horário mais próximo das 2h30 (hora local) no Rio de Janeiro (ϕ = 23° S; λ = 43° W).

Estrela	Ascensão Reta (AR)	Declinação(δ)
Peacock (α-Pav)	20h 25min 39s	- 56° 44´ 07,4´´
Alderamin (α-Cep)	21h18min34,9s	+ 62° 35´ 06,4´´
Algeiba (γ-Leo)	10h 19min 58,7s	+ 19° 50´ 25,9´´
Rigel (β-Ori)	5h 14min 32,3s	- 08° 12´ 05,9´´
Polaris (α-UMi)	2h 31min 50,2s	+ 89° 15´ 51,3´´
Regulus (α-Leo)	10h 08min 22s	+ 11° 58´ 02,8´´
Arcturus (α-Boo)	14h15min38,6s	+ 19° 10´ 22,1´´
Pollux (β-Gem)	7h 45min 18,2s	+ 28° 01´ 31,7´´
Achernar (α-Eri)	1h 37min 43s	- 57° 14´ 13,3´´

Questão 2) O Sol tem um diâmetro médio de 1,392. 10^6 km enquanto que a Lua tem um diâmetro médio de 3475 km. A distância do Sol à Terra varia de 1,471. 10^8 km até 1,521. 10^8 km, enquanto que a Lua pode estar desde 363 104 km até 405 696 km. Desta forma os eclipses do Sol podem ser totais ou anulares dependendo das distâncias dos dois astros na ocasião do eclipse. Naturalmente, isto ocorre em um ponto da Terra que se alinha com o centro dos dois astros.

a) Admitindo que os parâmetros geométricos do eclipse lunar de 27 de setembro de 2015 (lua cheia) fossem os mesmos de um eclipse solar (lua nova), mostre que tal eclipse solar seria total. Admita ainda que a distância da Terra ao Sol, neste dia, seja de 1,496 10^8 km, e que a Lua está no perigeu.

b) Mostre que um eclipse solar é anular quando a Lua estiver em configuração de distância máxima, mesmo que o Sol também esteja.

Questão 3) As marés da massa líquida na Terra resultam astronomicamente da ação gravitacional diferencial do Sol e da Lua sobre a distribuição dessa massa, constituída principalmente por mares e oceanos. Predomina a ação gravitacional lunar em relação à solar na proporção aproximada de 2 para 1. Para um dado local as marés mais altas ocorrem quando a Lua passa pelo meridiano, sendo máximas em luas novas e cheias com a Lua no perigeu e a Terra no periélio; marés altas de menor altura comparativamente ocorrem nas quadraturas lunares. A translação da Lua combinada com a rotação da Terra (esta mais rápida) gera uma defasagem das marés em relação ao período de rotação terrestre, sendo necessário um tempo adicional da rotação da Terra (da ordem média de 52 min) para que a Lua atinja um dado meridiano numa segunda passagem consecutiva.

a) Um observador à beira mar vê a Lua Cheia passando no meridiano por ocasião de uma maré alta num instante (médio) t_0. Estime o tempo (hora aproximada) em que deverão ocorrer as duas próximas marés altas no lugar em relação a t_0.

b) A seguir, fornecemos uma tabela de valores máximos de preamares relativos a um nível médio entre marés altas e baixas (arbitrado zero) para um porto marítimo, registrados durante vários anos.

Data (ano)	**Altura da maré máxima (metros)**
1952,6	3,34
1957,0	3,38
1961,8	3,40
1966,0	3,35
1970,0	3,35
1975,0	3,38
1979,2	3,40
1988,6	3,37

Com os dados da tabela, construa um gráfico que relaciona as alturas das marés máximas com as respectivas datas. Utilize o papel quadriculado fornecido junto com a prova. Use escalas adequadas.

c) Os valores das alturas das marés máximas apresentam uma variação pperiódica causada pela precessão da órbita da Lua. Com base no gráfico do item (b), determine o intervalo de tempo da precessão lunar.

Questão 4) Corpos do Sistema Solar se distinguem de outros astros de várias formas. Em geral, não têm fontes internas de energia, e só são detectáveis por conta da radiação solar que eles refletem ou reemitem termicamente. Uma consequência deste fato é que a energia proveniente do Sol é também responsável em grande parte pelas temperaturas destes corpos. Para corpos sem atmosfera e sem fontes internas de calor a maior temperatura possível é obtida assumindo-se o equilíbrio radiativo entre a superfície do corpo e a radiação solar incidente. Se supomos que não há condução de calor para o interior do corpo, temos:

$$\epsilon\sigma T_{SS}^4 = \frac{S_\odot}{R^2}(1-A)$$

Nesta equação, temos:

T_{SS} : temperatura do ponto subsolar (ponto na superfície do corpo que seria interceptado por uma linha imaginária ligando o centro do corpo ao centro do Sol);

σ: constante de Stefan- Boltzmann;

ϵ: emissividade, que é a fração da radiação térmica que é de fato emitida pelo corpo e depende - de maneira fraca - da sua composição. Para um corpo emissor ideal, chamado "corpo negro", teríamos ϵ = 1; valores de $\epsilon \approx$ 0,9 em geral são uma boa aproximação para corpos do Sistema Solar;

$S_\odot$: constante solar, que é a quantidade total de energia emitida por toda a superfície do Sol em um segundo;

R: a distância entre o corpo e o Sol; e

A: o albedo hemisférico do corpo, que mede a fração da energia incidente que é refletida pelo corpo e depende de sua composição.

Com isto, a equação estabelece que a quantidade de energia térmica emitida em um segundo por unidade de área do corpo ($\epsilon\sigma T_{SS}^4$) em um dado ponto de sua superfície tem que ser igual à quantidade de energia por unidade de área que incide sobre este ponto ($\frac{S_\odot}{R^2}$) e é por ele absorvida (1 - *A*). Logo, a equação acima na prática considera que há conservação de energia.

A partir da temperatura, o fluxo térmico total de um corpo pode ser escrito como

$$\frac{\pi\mathcal{R}_{eff}^2}{2\Delta^2}(\epsilon\sigma T_{SS}^4)$$

onde Δ é a distância do corpo ao observador e $\mathcal{R}_{eff}$ é o raio efetivo do corpo.

Definindo uma constante $C = \frac{S_\odot}{\sigma} = 2{,}411 \times 10^{10} K^4 (UA)^2$ (onde *K* é temperatura Kelvin e a UA é uma unidade astronômica, que corresponde à distância média da Terra ao Sol), e considerando uma emissividade constante $\epsilon = 0{,}9$) e considerando a tabela com as distâncias médias ao Sol e albedos hemisféricos de diversos corpos do Sistema Solar:

Corpo	R (UA)	A
Mercúrio	0,4	0,07
Lua (sat. da Terra)	1,0	0,11
Phobos (sat. Marte)	1,5	0,02
Vesta	2,2	0,18
Europa (sat. Júpiter)	5,2	0,96
Enceladus (sat. Saturno)	9,5	0,99

a) Calcule as temperaturas subsolar para os objetos da Tabela. Calcule também as temperaturas que estes objetos teriam se todos tivessem o albedo hemisférico de Vesta e construa um gráfico com estes valores contra a distância heliocêntrica.

b) O que aconteceria com as temperaturas calculadas se a condução de calor na superfície do corpo fosse importante? Por quê?

c) Considerando que no vácuo o gelo de água sublima (passa do estado sólido para o estado gasoso) a uma temperatura de 150K e que o albedo hemisférico de gelo de água é A = 0,9. A partir de qual distância ao Sol é possível encontrar gelo de água na superfície de um corpo sem atmosfera?

Questão 5) Em um artigo publicado em 1903 o russo Tsiolkovsky (1857-1935) apresentou a famosa equação do foguete:

$$\Delta v = ISP.\ g.\ ln\ (m_i/m_f).$$

Nela Δv representa o ganho teórico de velocidade decorrente da queima de cada estágio. *ISP* é o impulso específico do motor-foguete, que basicamente depende do propelente utilizado. *g* é a aceleração da gravidade, m_i é a massa inicial do foguete e m_f a massa final, obtida subtraindo-se da massa inicial do foguete a massa de propelente consumida naquele estágio. A tabela abaixo fornece o ganho de velocidade obtido pela queima de cada um dos quatro estágios do Veículo Lançador de Satélites (VLS-1) brasileiro.

Estágio	**$M_{propelente}$ [kg]**	**$M_{estrutura}$ [kg]**	**Δv [m/s]**
1º	29000	5500	2169
2º	7250	1375	1650
3º	4544	1183	2704
4º	808	240	3042
TOTAL	41602	8298	9565

Os valores de Δv para cada estágio foram calculados considerando ISP = 250 s e g = 10 m/s^2. Foi ainda considerado que a massa do satélite era de 100 kg.

A partir dos dados apresentados na Tabela, estime:

a) a relação entre a massa de propelente e a massa total do foguete na decolagem;

b) a relação entre a massa do satélite e a massa total do foguete na decolagem. Expresse os seus resultados em termos percentuais.

c) A equação de Tsiolkovsky não considera os efeitos da gravidade e do atrito do foguete com a atmosfera terrestre. Ambos os efeitos diminuem o ganho de velocidade teórico. Consequentemente, o valor de Δv real do VLS-1 é 80% daquele obtido a partir da equação do foguete. Baseado neste fato, expresse qual a velocidade final do VLS-1 após a queima dos seus quatro estágios.

d) Muito embora o propelente sólido seja utilizado em quase todos os veículos lançadores de satélites, é costume utilizar propelente líquido em pelo menos um estágio, visto que eles permitem uma maior precisão na colocação do satélite em órbita. Pensando nisso, um engenheiro teve a ideia de substituir o terceiro e quarto estágios do VLS-1 por um único motor movido a propelente líquido. Os valores de Δv_1 e Δv_2 precisaram ser recalculados porque a massa do 3º estágio no novo foguete proposto é diferente, conforme mostrado na tabela abaixo.

Estágio	**$M_{propelente}$ [kg]**	**$M_{estrutura}$ [kg]**	**Δv [m/s]**
1º	29000	5500	2402
2º	7250	1375	2176
3º	3000	750	$\Delta v_3 =$
TOTAL	39250	7625	$\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3$

Lembrando que o impulso específico do motor a propelente líquido é de 350 s e que a massa do satélite continua igual a 100 kg, utilize a equação do foguete para obter Δv_3.

e) Baseado no Δv_3 obtido acima, calcule $\Delta v_{total} = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3$ e compare-o àquele obtido para o caso dos quatro propulsores sólidos do VLS-1. Vale a pena substituir o 3º e 4º estágio sólidos por um estágio líquido?