

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

2ª PROVA ONLINE DE 29 DE OUTUBRO DE 2017

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2018 -

AVISO

As questões marcadas com a palavra “parametrizada” apareceram na prova com parâmetros diferentes para cada estudante. Assim, nessas questões no lugar das letras que estão em vermelho no enunciado nesse gabarito, apareceram números diferentes para cada prova. As alternativas também foram diferentes e, conseqüentemente, também as respostas.

Cada estudante vai encontrar o gabarito (somente com a resposta certa) de sua prova dentro da própria plataforma. Para os estudantes que não finalizaram a prova o gabarito da plataforma não está disponível. Para esses estudantes estamos fazendo a correção manualmente.

Como já informamos por e-mail para os estudantes, o gabarito dentro da plataforma é encontrado clicando em “2ª Prova Online” como o estudante fez no dia da prova. E depois clicando em “Revisão”. Assim, o estudante terá acesso ao texto do enunciado, às alternativas, a marcação de acerto ou erro e a marcação da resposta correta. O estudante vai observar que do lado esquerdo de cada questão está escrito “Vale 1,000 pontos”. Isso porque o sistema faz as contas como se a prova valesse 16 pontos e somente no final faz a conta para a conversão para 10. Assim, cada questão vale 0,625. Na relação das notas que vamos publicar na segunda-feira dia 6/11, a nota que aparece como Nota do Sistema é o número de acertos vezes 0,625.

Lembramos que as questões apareceram em ordem aleatória nas provas.

1) **PARAMETRIZADA**

Um telescópio Dobsoniano de abertura **8** polegadas e razão focal **f/6** é usado com uma ocular Plössl de 12mm. Qual o aumento aproximado obtido?

- a) 6 X
- b) 8 X
- c) 48 X
- d) 100 X
- e) Em branco

Resposta: d) 100 X

O aumento de um telescópio é dado pela razão entre a distância focal do telescópio e a distância focal da ocular.

$$A = \frac{f_t}{f_o}$$

$$f/D = 6 \rightarrow f = 6 \times 8'' \times 2,54 \frac{cm}{''} \cong 121,92 cm$$

Substituindo-se os valores: $A = \frac{121,92}{1,2} = 101,6 \cong 100 X$

2) PARAMETRIZADA

Assinale a opção que apresenta os valores corretos, em unidades astronômicas, para o periélio e afélio, respectivamente, de um cometa cujo período orbital é de $p = 64$ anos e cuja excentricidade da órbita é $\varepsilon = 0,80$.

- a) 3,2 e 28,8
- b) 12,8 e 115,2
- c) 0,8 e 64,0
- d) 6,4 e 57,6
- e) Em branco

Resposta: a) 3,2 e 28,8

Começamos por calcular o semi-eixo maior da órbita do cometa utilizando a terceira Lei de Kepler, em UA e anos terrestres:

$$a^3 = (64)^2 \rightarrow a = \sqrt[3]{(64)^2} = 16 UA$$

O periélio será dado por: $r_{min} = a(1 - \varepsilon) = 16(1 - 0,80) = 3,2 UA$

O afélio será dado por: $r_{max} = a(1 + \varepsilon) = 16(1 + 0,80) = 28,8 UA$

3) PARAMETRIZADA

Um astronauta totalmente equipado pode pular 40 cm verticalmente acima da superfície da Terra fazendo um esforço máximo. Quão alto (em cm) o astronauta poderia pular, com o mesmo equipamento, fazendo o mesmo esforço, em um planeta com $1/3$ do diâmetro da Terra e $3/4$ de sua densidade?

- a) 80 cm
- b) 160 cm
- c) 40 cm, pois o impulso do astronauta seria o mesmo
- d) dados insuficientes para o cálculo
- e) Em branco

Resposta: b) 160 cm

A energia potencial no ponto mais alto do salto no planeta será igual à energia potencial adquirida no salto na Terra, pois o astronauta tem o mesmo impulso:

$$mg_p h_p = mg_T h_T$$

Então:

$$h_p = \frac{g_T}{g_p} h_T$$

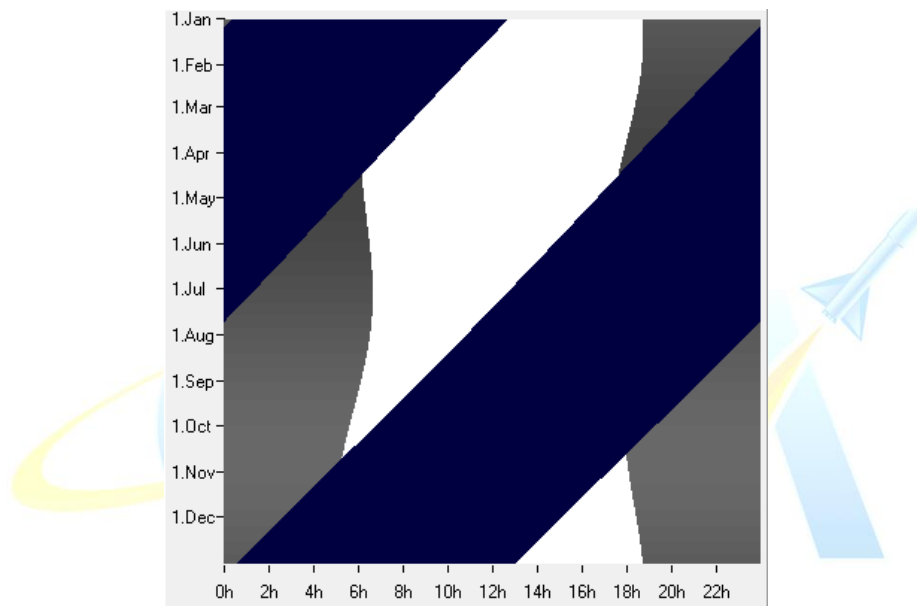
$$g = \frac{GM}{r^2} \text{ e } M = \rho V \rightarrow \frac{g_T}{g_p} = \frac{\frac{G\rho_T V_T}{r_T^2}}{\frac{G\rho_p V_p}{r_p^2}} = \frac{\rho_T}{\rho_p} \times \frac{V_T}{V_p} \times \frac{r_p^2}{r_T^2}$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{g_T}{g_p} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{1/3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 4$$

Então: $h_p = 4 \times 40 \text{ cm} = 160 \text{ cm}$

4) O gráfico a seguir apresenta a visibilidade diária (eixo horizontal) do planeta Urano ao longo do ano de 2017 (eixo vertical), para o Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom azul escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol. Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, considere as afirmações a seguir e responda:

- I - Em 1° de fevereiro quando o Sol se pôs Urano já estava no céu;
- II - De agosto a novembro Urano pode ser observado à meia-noite;
- III - Em 1° de outubro, às 22h, Urano estará a oeste.

- a) Todas as afirmações são verdadeiras
- b) Somente as afirmações I e II são verdadeiras
- c) Somente a afirmações III é verdadeira
- d) Todas as afirmações são falsas
- e) Em branco

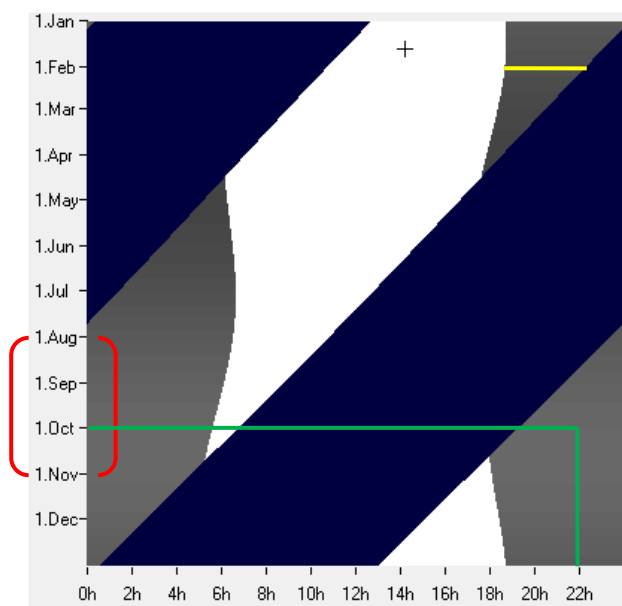
Resposta: b) Somente as afirmações I e II são verdadeiras

Ver gráfico abaixo.

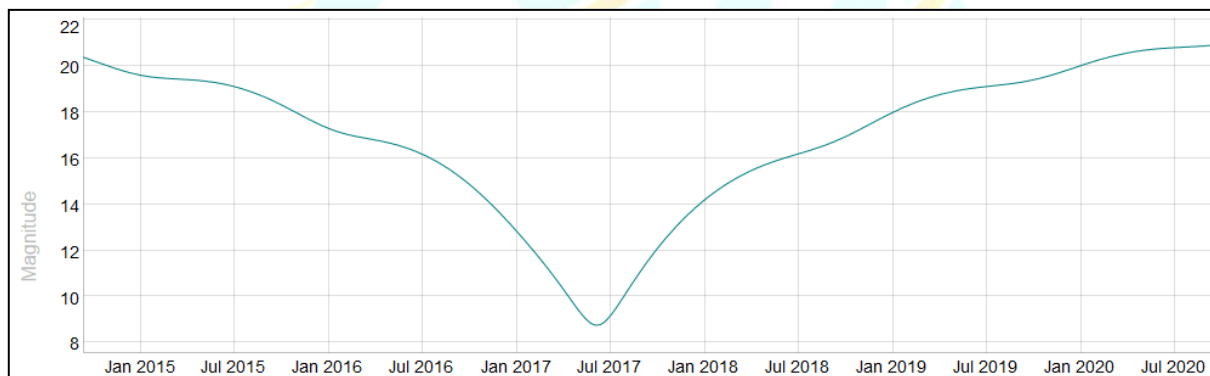
Afirmação I (linha amarela) - verdadeira

Afirmação II (parêntesis vermelho) - verdadeira

Afirmção III (linhas verdes) - falsa. Neste dia Urano nasceu poucas horas antes e, portanto, está próximo ao horizonte leste.



5) O gráfico abaixo traz a curva de luz (magnitude visual em função do tempo) do Cometa C/2015 V2 (Johnson), de janeiro de 2015 a julho de 2020, de acordo com os dados mais recentes das efemérides astronômicas.



Em que período, aproximado, o Cometa Johnson passa a ser visível quando observado através de um telescópio de 70 cm de abertura? Para facilitar as contas, em primeira aproximação, desconsidere a turbulência atmosférica.

Dados: Quando os olhos estão completamente adaptados ao escuro, nossa pupila fica com aproximadamente 7 mm de diâmetro. O que faz com que a magnitude limite da vista humana seja igual a +6

- a) apenas em torno de julho de 2017 (sua maior aproximação com a Terra)
- b) de janeiro de 2017 a janeiro de 2018
- c) de julho de 2016 a julho de 2018
- d) de janeiro de 2016 a janeiro de 2019
- e) Em branco

Resposta: c) de julho de 2016 a julho de 2018

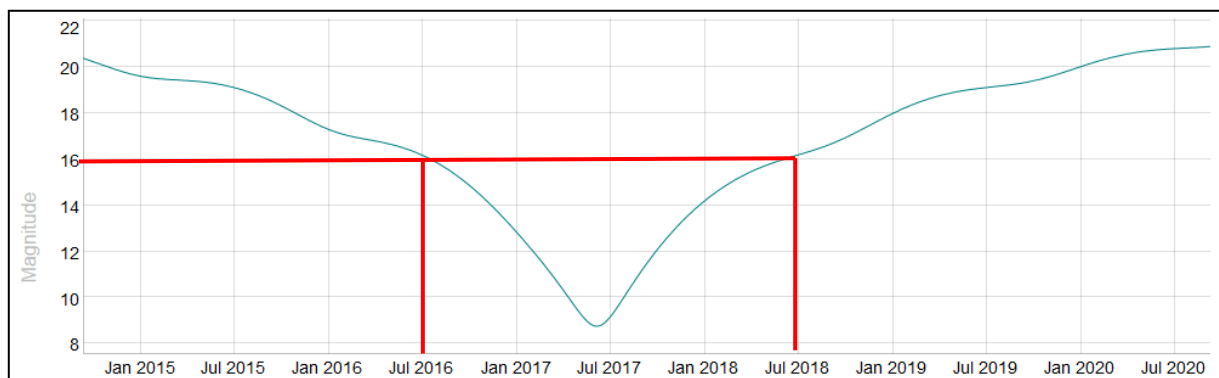
O fluxo observado é proporcional à área coletora ($\pi 7^2$, para a pupila e $\pi 700^2$, para o telescópio). Então podemos escrever a equação de Pogson como:

$$(+6) - m = -2,5 \log \left[\frac{(700 \text{ mm})^2}{(7 \text{ mm})^2} \right]$$

$$+6 - m = -2,5 \log(10000) \rightarrow +6 - m = -10 \leftrightarrow m = +16$$

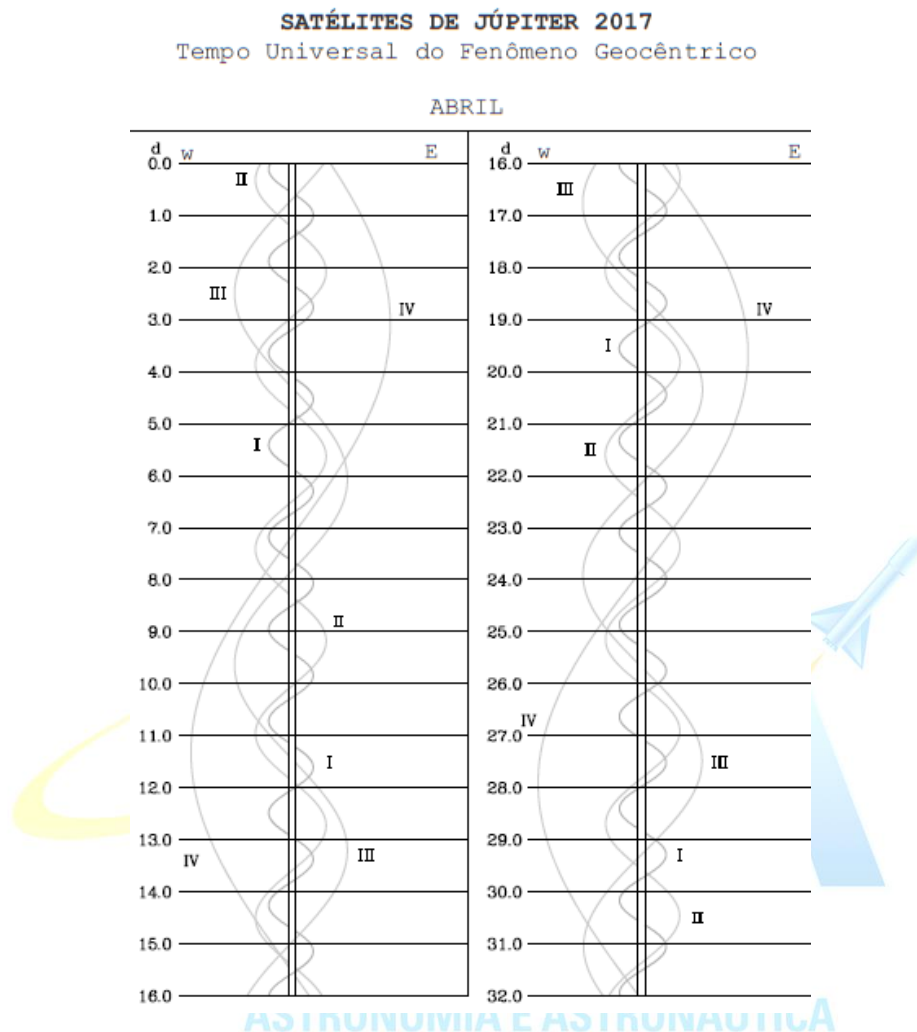
Através de um telescópio de 70 cm de abertura o olho consegue observar objetos de até +16 de magnitude.

Vemos no gráfico que o Cometa Johnson apresenta magnitude $m \leq +16$ no período de julho de 2016 a julho de 2018.



OLIMPÍADA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

6) O gráfico a seguir traz as posições das luas galileanas em relação ao planeta Júpiter durante o mês de abril. Os números são os dias do mês (escala vertical), os algarismos romanos são as identificações das luas em ordem crescente de distância ao planeta e o próprio planeta Júpiter (ou o seu diâmetro) é representado pelas duas linhas paralelas, próximas entre si, entorno das quais as luas oscilam entre leste (E) e oeste (W).



Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, considere as afirmações a seguir e responda:

I – Quando o dia 8 começou apenas Io estava a leste de Júpiter. Depois trocou de lado com Europa;

II – No dia 13 tivemos, primeiro, o trânsito de Io e depois o trânsito de Europa;

III – Quando o dia 24 começou, Ganimedes era a lua visualmente mais afastada de Júpiter;

IV – Calisto foi ocultada no dia 7.

- a) Todas são verdadeiras
- b) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras
- c) Apenas as afirmações II e IV são verdadeiras
- d) Todas são falsas
- e) Em branco

Resposta: b) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras

A Afirmação II não é verdadeira, pois a linha de Europa cruza o disco de Júpiter acima da linha de Io, portanto, antes deste.

A afirmação IV não é verdadeira, pois não houve a ocultação, mas o trânsito de Calisto.

7) **PARAMETRIZADA**

Qual é, aproximadamente, a velocidade máxima, em metros por segundo, de um asteroide em órbita parabólica ao redor do Sol e cujo periélio é de **1** UA?

Dados: Massa do Sol: $M_{\text{Sol}} = 1,99 \times 10^{30}$ kg;

Massa do asteroide: $m_a = 5,0 \times 10^{14}$ kg;

Constante Gravitacional Universal: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m².kg⁻²

Unidade Astronômica: UA = $149,6 \times 10^6$ km

- a) $29,8 \times 10^3$
- b) $42,1 \times 10^3$
- c) $9,4 \times 10^5$
- d) $1,3 \times 10^6$
- e) Em branco

Como a órbita é parabólica, a velocidade máxima será a velocidade de escape do Sol a 1 UA:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2(6,67 \times 10^{-11})(1,99 \times 10^{30})}{1 \times (149,6 \times 10^9)}} \cong 42,12 \times 10^3 \frac{m}{s}$$

8) **PARAMETRIZADA**

Para calcular o campo de visão de um telescópio, você mediu o tempo que a estrela *Beta Canallis* ($\alpha = 18,5$ h e $\delta = 38,0^\circ$) levou para cruzar diametralmente o campo da ocular. O tempo medido foi de **2,5** minutos. Qual é, aproximadamente, o campo de visão do telescópio em minutos de arco?

- a) 18,5'
- b) 29,6'
- c) 30,8'
- d) 38,0'
- e) Em branco

Resposta: b) 29,6'

O dia sideral tem 24 h – 3 min e 56 s = 23 h 56 min 4 s

A velocidade aparente de uma estrela é dada por:

$$\frac{360^\circ}{23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}} \times \cos \delta$$

O campo de visão será então:

$$\Delta t \times \frac{360^\circ}{23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}} \times \cos \delta$$

Substituindo-se os valores:

$$2,5 \text{ min} \times \frac{(360 \times 60)'}{(23 \times 60 + 56 + \frac{4}{60}) \text{ min}} \times \cos(38^\circ) \cong 29,6'$$

9) Uma pessoa sai para observar o céu e o vê como na imagem abaixo. Ela repara que naquele momento a constelação do Cruzeiro do Sul está "em pé", apontando diretamente para o Ponto Cardeal Sul. Considere as afirmações a seguir e responda:



- I – Esta pessoa se encontra no Hemisfério Sul;
- II – Esta pessoa se encontra no Hemisfério Norte;
- III – Podemos afirmar que o momento era meia-noite, pois o Cruzeiro está "em pé";

- a) Apenas a afirmação I está correta
- b) Apenas a afirmação II está correta
- c) As afirmações I e III estão corretas
- d) As afirmações II e III estão corretas
- e) Em branco

Resposta: b) Apenas a afirmação II está correta

A estrela Acrux, da constelação do Cruzeiro do Sul, está mais próximo do horizonte do que quatro vezes e meia a distância entre ela e Gacrux, indicando que o Polo Sul Celeste está abaixo do horizonte. Portanto a pessoa se encontra no Hemisfério Norte.

10) Qual a vantagem da montagem equatorial sobre a alto-azimutal de telescópios para a astrofotografia?

- a) O campo de visão da montagem equatorial é maior que o da alto-azimutal.
- b) Na montagem equatorial o campo da foto não gira com o acompanhamento de longa exposição.
- c) A montagem alto-azimutal só pode ser usada no equador.
- d) A montagem equatorial maximiza o poder de ganho de luz do telescópio devido à disposição favorável da lente objetiva.
- e) Em branco

Resposta: b) Na montagem equatorial o campo da foto não gira com o acompanhamento de longa exposição.

A forma como se move um telescópio com montagem equatorial faz com que ele acompanhe naturalmente a mudança de inclinação do campo estelar.

11) Qual o período de revolução de Sirius (Alpha Canis Majoris) em torno da Lua, visto da Lua?

- a) um dia
- b) um mês sinódico
- c) um mês sideral
- d) um Ciclo de Sarros
- e) Em branco

Resposta: c) um mês sideral

O Período de Sirius em torno da Lua é o período de rotação da Lua, em relação às estrelas. Mas seu período de rotação é igual a seu período de revolução em torno da Terra, observado em relação às estrelas. Isso é o mês sideral, o período em que a Lua completa uma revolução e retorna ao seu ponto inicial da esfera celeste.

12) Imagine um observador em alguma lua de Júpiter (5,2 UA do Sol). Usando o método da paralaxe trigonométrica, seria possível estimar a distância de quantas estrelas?

- a) Mais do que na Terra, pois a linha-base dos triângulos seria maior
- b) Mais do que na Terra, pois a distância às estrelas seria menor
- c) Menos do que na Terra, pois a distância ao Sol seria maior, deixando mais incerto o uso do método
- d) O mesmo que na Terra, já que as dimensões do Sistema Solar são desprezíveis com relação às distâncias das estrelas
- e) Em branco

Resposta: a) Mais do que na Terra, pois a linha-base dos triângulos seria maior

O que importa no método é o tamanho da linha de base usada. Se a distância ao Sol aumentou cerca de cinco vezes, os ângulos de paralaxe também aumentaram na mesma proporção (5 x).

13) Suponha que ao redor de uma estrela orbite um pequeno planeta. Sabendo que no periélio a luz da estrela demora 6 min para chegar no planeta e no afélio, 8 min e, além disso, o planeta demora 200 dias para ir do afélio ao periélio, qual é, aproximadamente, a massa da estrela em kg?

Dados: Constante Gravitacional Universal: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

Velocidade da luz: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

- a) $6,3 \times 10^{32}$
- b) $6,3 \times 10^{29}$
- c) $9,9 \times 10^{26}$
- d) $9,9 \times 10^{29}$
- e) Em branco

Resposta: c) $9,9 \times 10^{26}$

O Semi-eixo maior da órbita do planeta mede $(6+8)/2 = 7$ minutos-Luz

$$7 \text{ minutos} - \text{Luz} \equiv 7 \text{ min} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} \times (3 \times 10^8) \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow a = 1,26 \times 10^{11} \text{ m}$$

O período é de 400 dias (tempo para ir do afélio ao periélio e retornar ao afélio)

$$P = 400 \text{ dias} \times 86400 \frac{\text{s}}{\text{dia}} = 3,456 \times 10^7 \text{ s}$$

Pela 3ª Lei de Kepler, generalizada por Newton, e desprezando a massa do planeta, temos:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \leftrightarrow M = \frac{4\pi^2}{GP^2} a^3$$

Substituindo-se os valores, temos:

$$M = \frac{4\pi^2}{(6,673 \times 10^{-11})(3,456 \times 10^7)^2} (1,26 \times 10^{11})^3 \rightarrow M \cong 9,908 \times 10^{29} \text{ kg}$$

14) Um observador no Hemisfério Norte está sem seu GPS e precisa saber sua latitude. Ele, então, finca uma vareta verticalmente, no centro de uma grande área horizontal, de forma que ela fique com 1,000 metro de altura. Depois ele mediu o menor comprimento da sombra da vareta e anotou 1,732 m. Neste mesmo dia ele anotou o maior comprimento da sombra, que foi de 5,671 m.

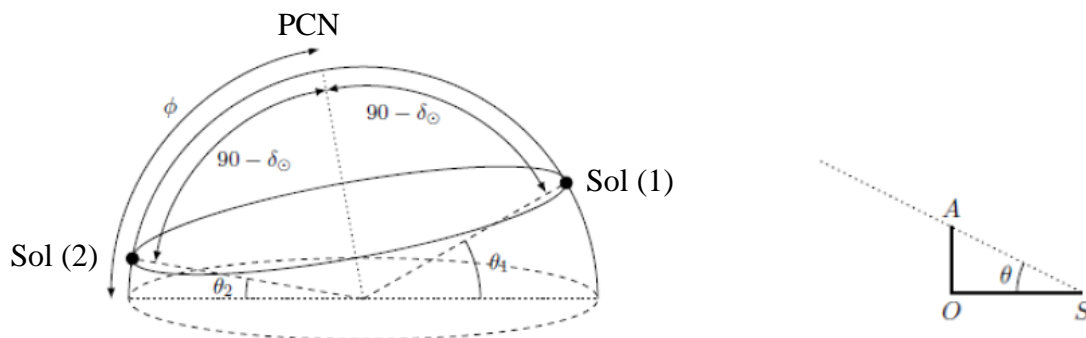
Encontre a latitude aproximada do observador sabendo que a declinação do Sol nesse dia é $+20,0^\circ$. Considere o Sol como uma fonte puntiforme e ignore a refração atmosférica.

Dica: Como o maior comprimento da sombra da vareta foi finito, o observador está numa região onde, neste dia, o Sol é circumpolar.

- a) 80°
- b) 90°
- c) 45°
- d) 0°
- e) Em branco

Resposta: a) 80°

A geometria do problema é a seguinte:



Onde \overline{OA} é a vareta vertical, \overline{OS} é o comprimento da sombra e PCN é o Polo Celeste Norte.

Da geometria temos:

$$\tan \theta = \frac{1}{\overline{OS}} \rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\overline{OS}}$$

$$\phi + 90^\circ - \delta_{Sol} + \theta_1 = 180^\circ \rightarrow \phi = 90^\circ + \delta_{Sol} - \theta_1 \quad (1)$$

$$\phi = 90^\circ - \delta_{Sol} + \theta_2 \quad (2)$$

Combinando as equações (1) e (2), temos:

$$2\phi = \theta_2 - \theta_1 + 180^\circ \rightarrow 2\phi = \tan^{-1} \frac{1}{\overline{OS}_2} - \tan^{-1} \frac{1}{\overline{OS}_1} + 180^\circ$$

Substituindo os valores:

$$2\phi = \tan^{-1} \frac{1}{(5,671)} - \tan^{-1} \frac{1}{(1,732)} + 180^\circ \rightarrow \phi \approx 80^\circ$$

15) **PARAMETRIZADA**

Uma câmera CCD com sensor de 2048×3072 pixels está instalada no foco Cassegrain de um telescópio de razão focal $f/10$ e espelho primário de 250 mm de diâmetro.

Qual a resolução angular no CCD, sabendo que cada pixel possui 7,2 μm de lado?

A resposta está em "/pixel (segundo de arco/pixel).

- a) 0,10
- b) 0,25
- c) 0,59
- d) 0,72
- e) Em branco

Resposta: c) 0,59

A distância focal f do telescópio vale: $\frac{f}{D} = 10 \rightarrow f = 10D = 10 \times 250 = 2500 \text{ mm}$

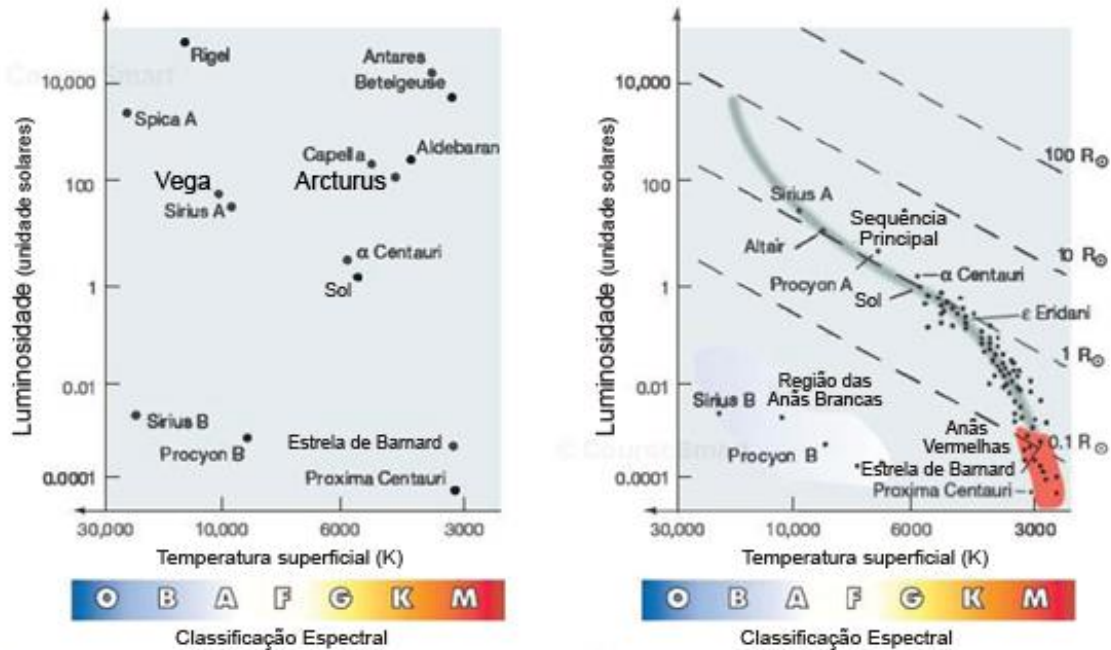
A resolução r é dada por: $r \left(\frac{\text{rad}}{\text{pixel}} \right) = \frac{\text{lado pixel (mm)}}{\text{distância focal (mm)}}$

Substituindo os valores: $r = \frac{7,2 \times 10^{-3}}{2500} = 2,88 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{pixel}}$

Convertendo rad em segundos de arco:

$$r = 2,88 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{pixel}} \times 206265 \frac{''}{\text{rad}} \rightarrow r \approx 0,59 \frac{''}{\text{pixel}}$$

16) As figuras abaixo trazem múltiplas informações sobre várias estrelas conhecidas. Baseado nelas, considere as afirmações a seguir e responda:



- I - Vega possui temperatura superficial superior à de Arcturus, apesar de terem luminosidades semelhantes;
- II - Por terem luminosidades semelhantes, Vega e Arcturus têm a mesma classificação espectral;
- III - Vega possui temperatura superficial superior à de Arcturus, portanto ela é a maior entre as duas;
- IV – Apesar de Vega e Arcturus terem luminosidades semelhantes, Arcturus é a maior entre as duas.

- a) As afirmações I e II estão corretas
- b) As afirmações III e IV estão corretas
- c) As afirmações II e III estão corretas
- d) As afirmações I e IV estão corretas
- e) Em branco

Resposta: d) As afirmações I e IV estão corretas

Por estarem na mesma linha horizontal no gráfico da esquerda, as estrelas possuem luminosidades semelhantes, porém a temperatura superficial cresce da direita para a esquerda. Portanto, Vega é mais quente do que Arcturus.

O gráfico da direita mostra que, mantendo-se a mesma horizontal, as estrelas crescem em tamanho da esquerda para a direita. Portanto, Arcturus é maior do que Vega.