GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

3ª PROVA ONLINE DE 3 DE DEZEMBRO DE 2017

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2018 -

AVISO

As questões marcadas com a palavra "parametrizada" apareceram na prova com parâmetros diferentes para cada estudante. Assim, nessas questões no lugar das letras que estão em vermelho no enunciado nesse gabarito, apareceram números diferentes para cada prova. As alternativas também foram diferentes e, consequentemente, também as respostas.

Cada estudante vai encontrar o gabarito (somente com a resposta certa) de sua prova dentro da própria plataforma. Para os estudantes que não finalizaram a prova, o gabarito da plataforma não está disponível.

O gabarito dentro da plataforma é encontrado clicando em "3ª.Prova Online" como o estudante fez no dia da prova. E depois clicando em "Revisão". Assim, o estudante terá acesso ao texto do enunciado, às alternativas, à marcação de acerto ou erro e à marcação da resposta correta. O estudante vai observar que do lado esquerdo de cada questão está escrito "Vale 1,000 pontos". Isso porque o sistema faz as contas como se a prova valesse 16 pontos e somente no final faz a conta para a conversão para 10. Assim, cada questão valeria 0,625. Como temos uma questão anulada, cada questão passará a valer 0,667. Na relação de notas, a ser publicada, a nota que aparece como Nota do Sistema é o número de acertos vezes 0,667.

Lembramos que as questões, bem como as alternativas apareceram em ordem aleatória nas provas

1) PARAMETRIZADA

Como observado pelo astrônomo Edwin Hubble, as linhas presentes nos espectros de galáxias distantes são deslocadas para o lado vermelho do espectro devido ao movimento de afastamento destas galáxias em relação a nós, de forma que a velocidade de recessão de uma galáxia é diretamente proporcional à sua distância, tendo o Parâmetro de Hubble H_0 como constante de proporcionalidade.

Suponha que, ao se observar uma galáxia, uma das linhas de hidrogênio esteja deslocada de $\Delta\lambda$ = 48,61 nm para o vermelho, quando comparado com o seu comprimento de onda de repouso de 486,10 nm.

Considere que para *redshift*s pequenos (z < 1) o Efeito Doppler clássico (z ~ *v*/*c*) seja uma boa aproximação, que H_0 = 67,15 km s^{-1} Mpc^{-1} e *c* = 2,99×10^5km s^{-1}.

Quanto tempo, em bilhões de anos, aproximadamente, demorou a luz desta galáxia para chegar até nós?

a) 0,44
b) 1,45
c) 2,99
d) 6,71
e) Em branco

Resposta: b) 1,45

Do Efeito Doppler clássico, temos: $\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} = z$

Da Lei de Hubble, temos: $v = dH_0$, onde *d* é a distância da galáxia até nós.

Como o *redshift* é pequeno (z < 1), o tempo será equivalente à distância da galáxia medida em ano-luz (*al*). Para *redshift* maiores (z > 1), o Efeito Doppler clássico não é mais válido.
Sendo assim:

$$d = \frac{v}{H_0} = \frac{(\Delta\lambda/\lambda_0)c}{H_0}$$

Cada parsec equivale à 3,26 anos-luz, então, substituindo-se os valores:

$$d = \frac{(48{,}61\ nm/486{,}10\ nm) \times (2{,}99 \times 10^5\ km.s^{-1})}{67{,}15\ km.s^{-1}/10^6\ pc} \times 3{,}26\frac{\text{al}}{\text{pc}} \cong 1{,}45 \times 10^9 al$$

Então, $\Delta t \equiv$ 1,45 bilhão de anos-luz

2) Marque a opção que indica o valor do fluxo de fótons recebido pelo olho de um observador na Terra, emitido por uma estrela do tipo G2V (tipo solar), com magnitude aparente m = +4,0.

Faça as seguintes considerações: que toda a radiação esteja no visível (λ = 550 nm) e que a pupila do observador possua um diâmetro d = 6,0mm.

Dados: m_{Sol} = -26,74; F_{Sol} = 1,36×10^3 W/m^2; c = 2,99×10^8 m s^{-1} e h = 6,64×10^{-34} J s.

a) 5,40×10^4 fótons/s
b) 1,72×10^4 fótons/s
c) 37,15×10^4 fótons/s
d) 115×10^4 fótons/s
e) Em branco

Resposta: a) 5,40×10^4 fótons/s

Comecemos por calcular o fluxo da estrela através da relação de Pogson:

$$m_{Sol} - m_{estrela} = -2{,}5 log\left(\frac{F_{Sol}}{F_{estrela}}\right)$$

Resolvendo para $F_{estrela}$ e substituindo-se os valores:

$$F_{estrela} = \frac{1{,}36 \times 10^3}{10^{\left(\frac{26{,}74+4{,}0}{2{,}5}\right)}} \cong 6{,}88 \times 10^{-10}\, W/m^2$$

O fluxo F de fótons através da pupila do observador será:
(número de fótons (n_f) × energia de cada fóton (E_f)/área da pupila (A_p)

$$F = \frac{n_f \times E_f}{A_p} \leftrightarrow n_f = \frac{F \times A_p}{E_f}$$

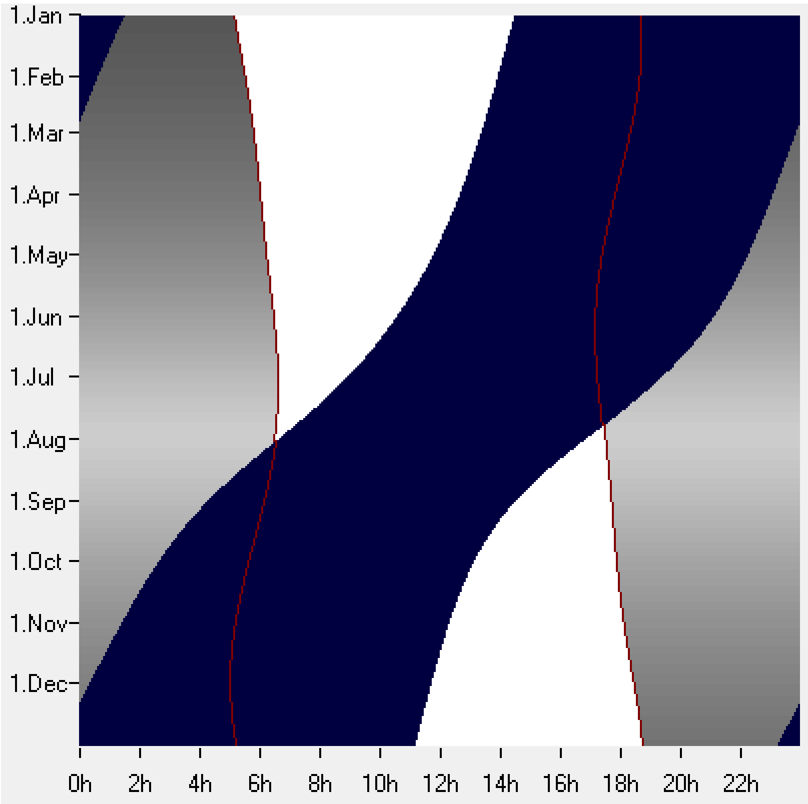
A energia de cada fóton vale: $E_f = h \times f = h \times \frac{c}{\lambda}$

Então: $n_f = \frac{F \times A_p \times \lambda}{h \times c}$

Substituindo-se os valores:

$$n_f = \frac{(6{,}88 \times 10^{-10}) \times \pi(3{,}0 \times 10^{-3})^2 \times (550 \times 10^{-9})}{(6{,}64 \times 10^{-34}) \times (2{,}99 \times 10^8)} \cong 5{,}40 \times 10^4\, fótons/s$$

3) O gráfico abaixo apresenta a previsão da visibilidade diária (eixo horizontal) do planeta Marte ao longo do ano de 2018 (eixo vertical), para o Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom azul escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol. Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, considere as afirmações a seguir:

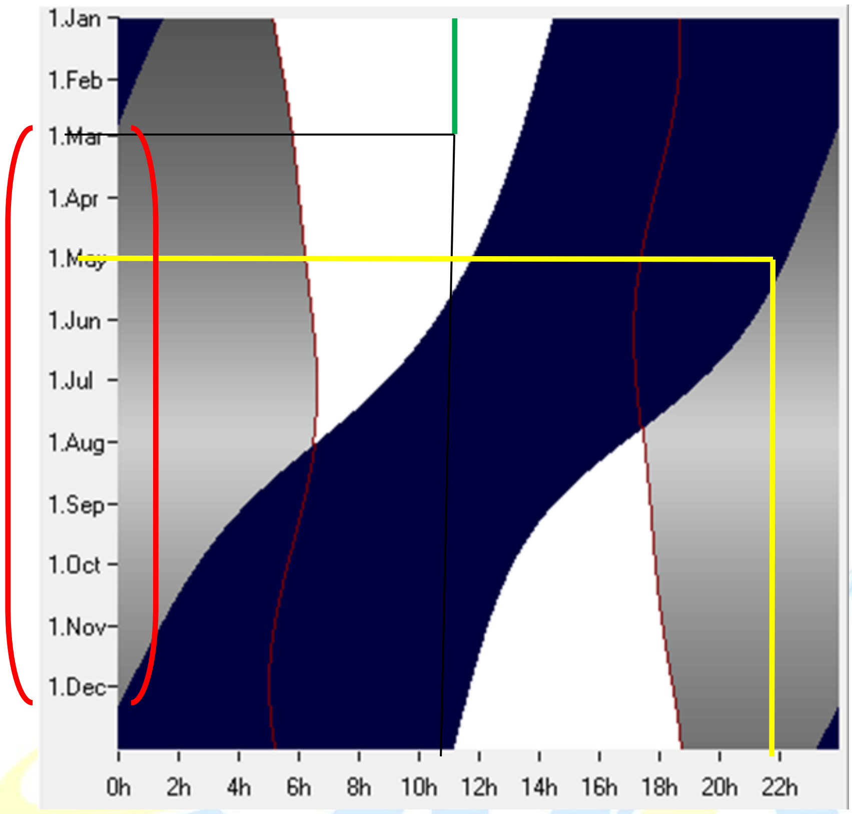
I –Por cerca de nove meses, Marte poderá ser observado à meia-noite;
II – Durante janeiro e fevereiro, Marte estará acima do horizonte ao meio-dia;
III – Em 1º de maio, às 23h, Marte estará próximo ao horizonte leste.

Assinale a resposta correta:

a) Todas as afirmações são verdadeiras
b) Somente as afirmações I e II são verdadeiras
c) Somente a afirmações III é verdadeira
d) Todas as afirmações são falsas
e) Em branco

Resposta: a) Todas as afirmações são verdadeiras

Afirmação I (parêntesis vermelho) - verdadeira
Afirmação II (linha vertical verde) - verdadeira
Afirmação III (interseção das linhas amarelas) - verdadeira.


1.Jan
1.Feb
1.Mar
1.Apr
1.May
1.Jun
1.Jul
1.Aug
1.Sep
1.Oct
1.Nov
1.Dec
0h
2h
4h
6h
8h
10h
12h
14h
16h
18h
20h
22h

4) PARAMETRIZADA

Assinale a opção que melhor representa, em kg/m^3, a densidade média aproximada de um buraco negro supermassivo de massa total M = 10^7 massas solares dentro do raio Schwarzschild.

a) $1,45 \times 10^6$
b) $5,67 \times 10^5$
c) $1,81 \times 10^5$
d) $6,03 \times 10^4$
e) Em branco

Resposta: c) $1,81 \times 10^5$

O raio de Schwarzschild de um buraco negro de massa M é dado por:

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2}$$

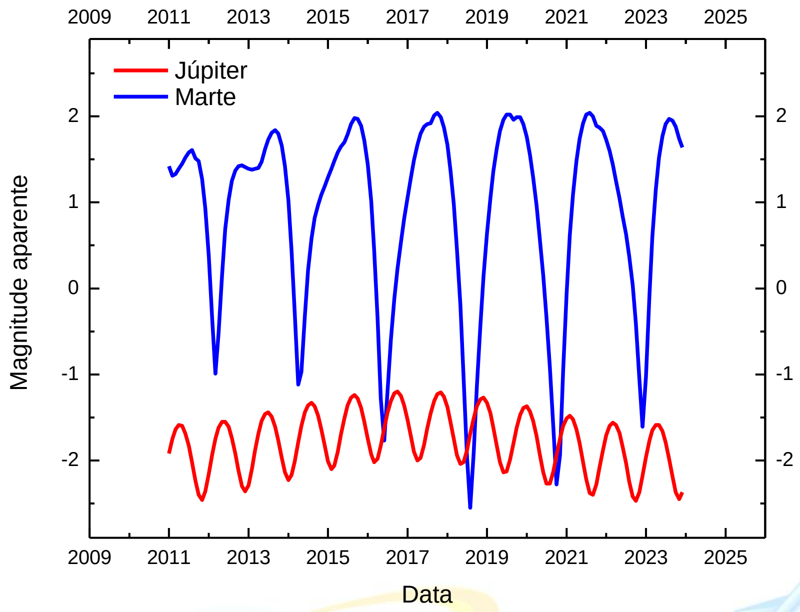
A densidade é igual a:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_{Sch}^3} \rightarrow \rho = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2}$$

Substituindo-se os valores:

$$\rho = \frac{3(2,99 \times 10^8)^6}{32\pi(6,67 \times 10^{-11})^3(10^7 \times 1,99 \times 10^{30})^2} \cong 1,81 \times 10^5 kg\ m^{-3}$$

5) O gráfico abaixo apresenta o resultado do cálculo teórico das magnitudes aparentes de Marte (linha azul) e de Júpiter (linha vermelha), para o período de 2011 a 2024.



Considere as afirmações a seguir:

I – Durante a maioria do período, Marte está mais brilhante do que Júpiter;
II – Durante 2018 será possível ver Marte e Júpiter com a mesma magnitude aparente;
III – De 2018 até 2024, haverá pelo menos 2 períodos onde Marte ficará mais brilhante do que Júpiter no céu;

Assinale a resposta correta:

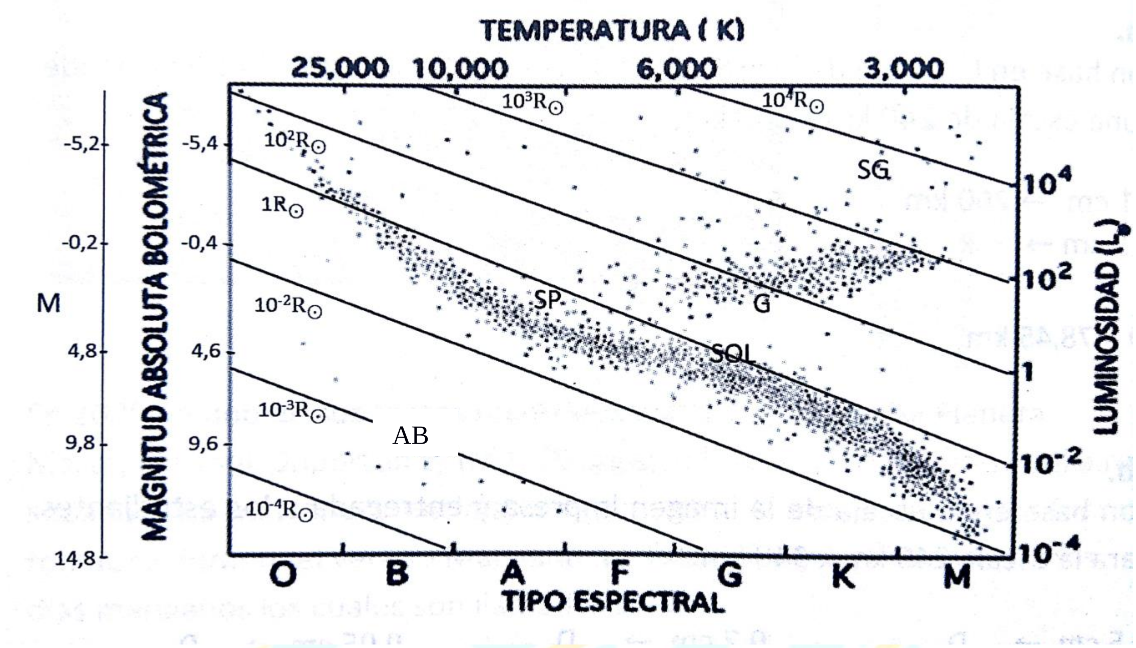
a) Todas as afirmações são verdadeiras
b) Somente a afirmação II é verdadeira
c) Somente as afirmações II e III são verdadeiras
d) Todas as afirmações são falsas
e) Em branco

Resposta: c) Somente as afirmações II e III são verdadeiras

Afirmação I não está correta, pois vemos que é ao contrário, durante a maioria do período, Júpiter é o mais brilhante dos dois.
Afirmação II está correta, pois a linha azul (de Marte) cruza a linha vermelha (de Júpiter) em duas ocasiões.
Afirmação III está correta, pois ao final de 2020, acontece o mesmo da afirmação II.

6) Utilize o diagrama HR abaixo para classificar as estrelas segundo suas características: Anãs Brancas (AB), Sequência Principal (SP), Gigantes (G) e Supergigantes (SG).

Atenção: A luminosidade no diagrama é dada em função da Luminosidade do Sol.

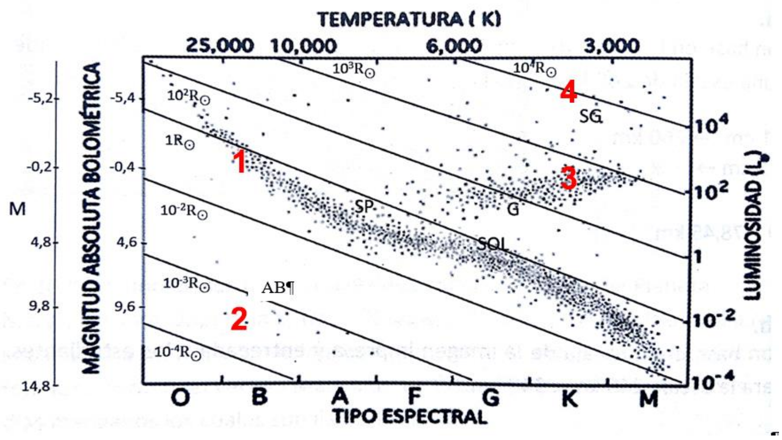


Estrela 1: temperatura 20.000 K e magnitude absoluta M = 0;
Estrela 2: temperatura 20.000 K e luminosidade 0,01 $L_\odot$;
Estrela 3: tipo espectral K e luminosidade 200 $L_\odot$;
Estrela 4: tipo espectral K e magnitude absoluta M = -6.

Assinale a opção que traz a ordem correta de classificação das estrelas acima (na ordem em que as estrelas foram apresentadas).

a) AB, SP, G, SG
b) SP, AB, G, SG
c) AB, SP, SG, G
d) SP, AB, SG, G
e) Em branco

Resposta: b) SP, AB, G, SG


TEMPERATURA (K)
25,000
10,000
6,000
3,000
MAGNITUD ABSOLUTA BOLOMÉTRICA
M
LUMINOSIDAD ($L_\odot$)
10^4
10^2
1
10^{-2}
10^{-4}
-5,2
-0,2
4,8
9,8
14,8
-5,4
-0,4
4,6
9,6
$10^3R_\odot$
$10^4R_\odot$
$10^2R_\odot$
$1R_\odot$
$10^{-2}R_\odot$
$10^{-3}R_\odot$
$10^{-4}R_\odot$
1
2
3
4
SG
G
SP
SOL
AB¶
O
B
A
F
G
K
M
TIPO ESPECTRAL

7) Da Terra, a magnitude aparente do Sol vale m_{Sol} = -26,74. Qual seria sua magnitude aparente se tivéssemos a 10 anos-luz de distância dele?
Considere as seguintes unidades de distâncias:1 U.A. = $1{,}49\times10^{11}$ m, 1 ano-luz = $9{,}46\times10^{15}$ m e 1 parsec = $3{,}09\times10^{16}$ m

a) +2,27
b) +4,83
c) +1,23
d) -1,23
e) Em branco

Resposta: a) +2,27

Pela fórmula do módulo da distância, temos: $m - M = 5logd - 5$, onde d é a distância da estrela em parsecs.

A magnitude absoluta do Sol não foi dada, mas pode ser calculada pelo módulo da distância, considerando que d = 1 U.A. = $4{,}82\times10^{-6}$pc

$$-26{,}74 - M_{\odot} = 5log(4{,}82 \times 10^{-6}) - 5 \rightarrow M_{\odot} = +4{,}84$$

Voltando à fórmula: $m - (+4{,}84) = 5log\left(\frac{d(ano-luz)}{3{,}26}\right) - 5$ (1 pc = 3,26 anos-luz)

Para d = 10, temos: $m = 4{,}84 + 5log\left(\frac{10}{3{,}26}\right) - 5 \rightarrow m \cong +2{,}27$

8) PARAMETRIZADA

Um sistema binário, cuja órbita relativa verdadeira tem semi-eixo maior de 2", possui um período orbital de 70 anos. Sabendo que ele está a 10 parsecs de distância do Sol, assinale a alternativa que apresenta a massa total aproximada do sistema em unidades de massa do Sol.

a) 0,16
b) 1,6
c) 16
d) 160
e) Em branco

Resposta: b) 1,6

Para informações completas sobre a resolução desta questão, vide:
http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm

α= tamanho angular do semi-eixo maior da órbita relativa verdadeira (em segundos de arco).
r = distância do sistema ao Sol (em parsecs).

O semi-eixo maior *a* será:

$$a\ (UA) = \alpha('') \times r\ (pc)$$

A soma das massas das duas estrelas é dada pela 3a Lei de Kepler:

$$(M_1 + M_2) = \frac{4\pi^2}{G}\frac{(\alpha \times r)^3}{P^2}$$

Para massas em massas solares e períodos em anos:

$$(M_1 + M_2) = \frac{(\alpha \times r)^3}{P^2}$$

Substituindo-se os valores:

$$(M_1 + M_2) = \frac{(2 \times 10)^3}{(70)^2} \rightarrow (M_1 + M_2) \cong 1{,}6\ M_{Sol}$$

9) Em abril de 2016, Marte começou a apresentar seu movimento retrógrado no céu. A configuração Sol-Terra-Marte que leva ao movimento retrógrado repete-se periodicamente. Sabendo que Marte orbita o Sol uma vez a cada 687 dias aproximadamente, assinale a data em que Marte começou ou começará seu movimento retrógrado novamente:

a) abril de 2017
b) setembro de 2017
c) março de 2018
d) junho de 2018
e) Em branco

Resposta: d) junho de 2018

A configuração Sol-Marte-Terra repete-se a cada período sinódico de Marte

$$\frac{1}{P_s^{Marte}} = \frac{1}{P^{Terra}} - \frac{1}{P^{Marte}} \rightarrow \frac{1}{P_s^{Marte}} = \frac{1}{365} - \frac{1}{687} \rightarrow P_s^{Marte} \cong 779 dias$$

779 dias ≈ 2 anos e 2 meses. Então a data do próximo início do movimento retrógrado de Marte acontecerá em junho de 2018.

10)Um planeta orbita uma estrela cuja temperatura efetiva é de 6500 K e raio igual a 1,2 raio solar a uma distância de 1,5 U.A. O planeta tem um albedo de 0,10.
Qual é a temperatura do planeta, assumindo que ele irradia como um corpo negro perfeito?

a) 273,66 K
b)157,99 K
c) 280,97 K
d) 888,50 K
e) Em branco

Resposta: a) 273,66 K

Para informações completas sobre a resolução desta questão, vide:

http://astro.if.ufrgs.br/rad/rad/rad.htm (Cap.:Energia do Sol na Terra)

A energia que atinge o planeta por unidade de área e de tempo, por definição de fluxo, é de:

$$F_p = \frac{L_{estrela}}{4\pi d^2}$$

onde d é a distância do planeta à estrela

A potência luminosa interceptada pelo planeta, que tem secção reta πr_p^2, será:

$$P = \pi r_p^2 F_p = \pi r_p^2 \frac{L_{estrela}}{4\pi d^2}$$

O fluxo médio incidente é obtido dividindo-se a potência interceptada pelo planeta pela área total do planeta ($4\pi r_p^2$):

$$\overline{F_p} = \frac{P}{4\pi r_p^2} = \frac{\pi r_p^2 \frac{L_{estrela}}{4\pi d^2}}{4\pi r_p^2} = \frac{L_{estrela}}{16\pi d^2} = \frac{4\pi R_{estrela}^2 \sigma T_{estrela}^4}{16\pi d^2} \rightarrow \overline{F_p} = \frac{R_{estrela}^2}{4d^2} \sigma T_{estrela}^4$$

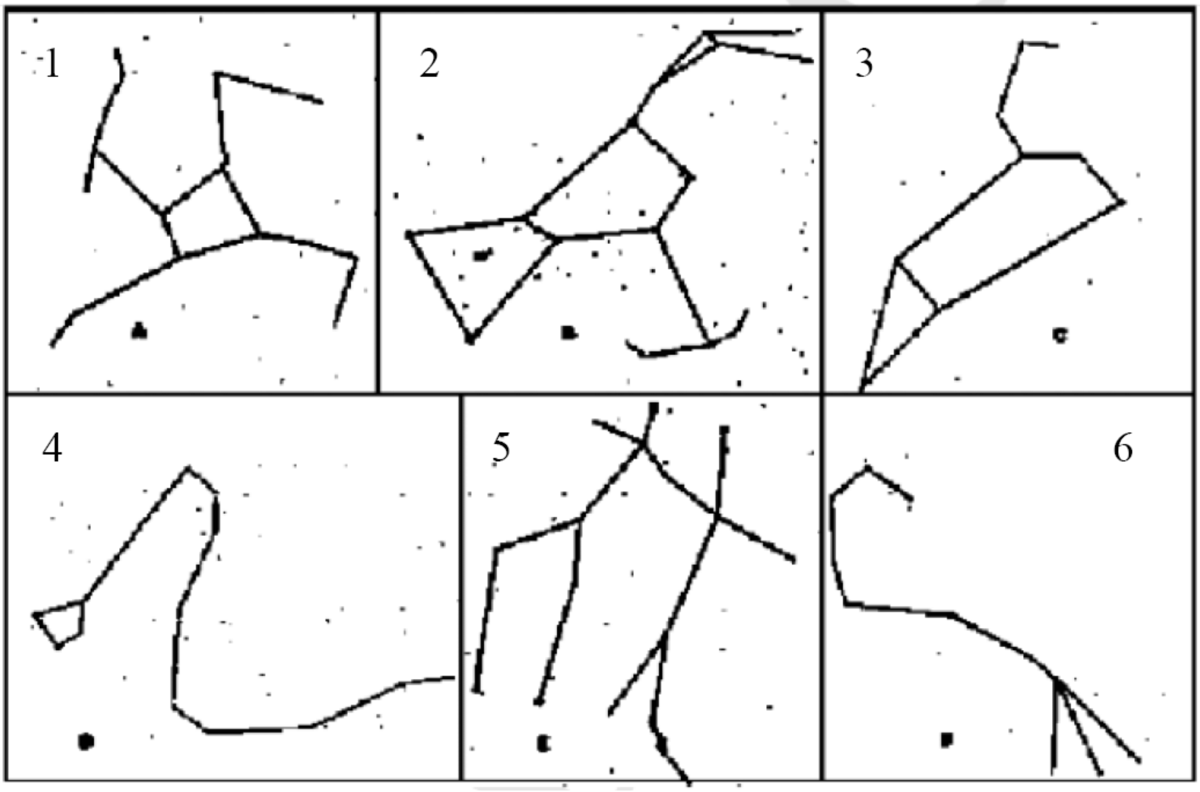
O planeta reflete 10% da luz incidente, absorvendo os outros 90%. A energia absorvida aquece o planeta, que irradia como um corpo negro a uma taxa σT^4 por unidade de área. Logo:

$$\sigma T_p^4 = 0{,}9\overline{F_p}$$

Substituindo-se os valores:

$$T_p^4 = 0{,}9 \times \frac{1}{4} \times \left(\frac{1{,}2 \times 6{,}96 \times 10^8}{1{,}5 \times 1{,}49 \times 10^{11}}\right)^2 \times (6500)^4 \rightarrow T_p \cong 273{,}66\ K$$

11) Um estudante, fascinado por astronomia, foi a uma apresentação de planetário. Durante a sessão, ele foi apresentado a várias constelações, entre elas Hércules, Touro, Escorpião, Órion, Ursa Maior, Gêmeos, Dragão, Leão e Virgem. Ele esboçou as figuras de algumas dessas constelações em seu caderno, como você pode ver a seguir, mas, infelizmente, ele se esqueceu de escrever os nomes das constelações.



Assinale a alternativa que traz a ordem correta dos nomes das constelações esboçadas.

a) Órion, Hércules, Dragão, Leão, Gêmeos e Escorpião
b) Órion, Hércules, Leão, Escorpião, Gêmeos e Dragão
c) Hércules, Órion, Dragão,Escorpião, Gêmeos e Leão
d) Hércules, Órion, Leão, Dragão, Gêmeos e Escorpião
e) Em branco

Resposta: d) Hércules, Órion, Leão, Dragão, Gêmeos e Escorpião

Essa questão não exige comentários.

12) O tempo de vida de uma estrela é a razão entre a energia que ela tem disponível e a taxa com que ela gasta essa energia, ou seja, sua luminosidade.
A parte mais longa da vida da estrela é quando ela está na Sequência Principal (SP), gerando energia através de fusões termonucleares e apenas 0,7% (7 milésimos) da massa que entra na reação é transformada em energia.
A massa que entra nessa reação é apenas a massa que se encontra no núcleo da estrela, que corresponde a 10% da massa total da estrela. Isso significa que, de toda a massa da estrela, apenas 10% contribui para a geração de energia durante a maior parte de sua vida na SP.
Com estas informações, estime o tempo de vida, em anos, de uma estrela da SP que tenha massa M = 10 massas solares. Se necessário, utilize a relação massa-luminosidade $L \propto M^3$
Considere que a luminosidade da estrela permaneça constante durante toda a sua vida na SP.
Dados:$L_\odot = 3{,}83 \times 10^{26} W$ e $M_\odot = 1{,}99 \times 10^{30} kg$

a) 10^8
b) 10^6
c) 10^9
d) 10^{10}
e) Em branco

Resposta: a) 10^8

Para mais informações sobre a resolução deste problema, acesse: http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/tempove/node1.htm

Primeiro vamos calcular o tempo de vida do Sol na SP:

$$E_\odot^{SP} = mc^2 = 0{,}007 \times 0{,}1 \times (1{,}99 \times 10^{30}) \times (3{,}0 \times 10^8)^2 \cong 1{,}26 \times 10^{44} J$$

O tempo de vida do Sol, então, será esta energia dividida pela luminosidade:

$$t_\odot = \frac{E_\odot^{SP}}{L_\odot} = \frac{(1{,}26 \times 10^{44} J)}{(3{,}83 \times 10^{26} W)} \cong 3{,}29 \times 10^{17} s \cong 1{,}04 \times 10^{10} anos \approx 10^{10} anos$$

Para uma estrela qualquer, o tempo de vida na SP pode ser calculado em termos do tempo de vida do Sol na mesma fase:

$$t^{SP} = \frac{E^{SP}/E_\odot^{SP}}{L/L_\odot} \times 10^{10} anos$$

Como $E \propto M$ e $L \propto M^3$, temos:

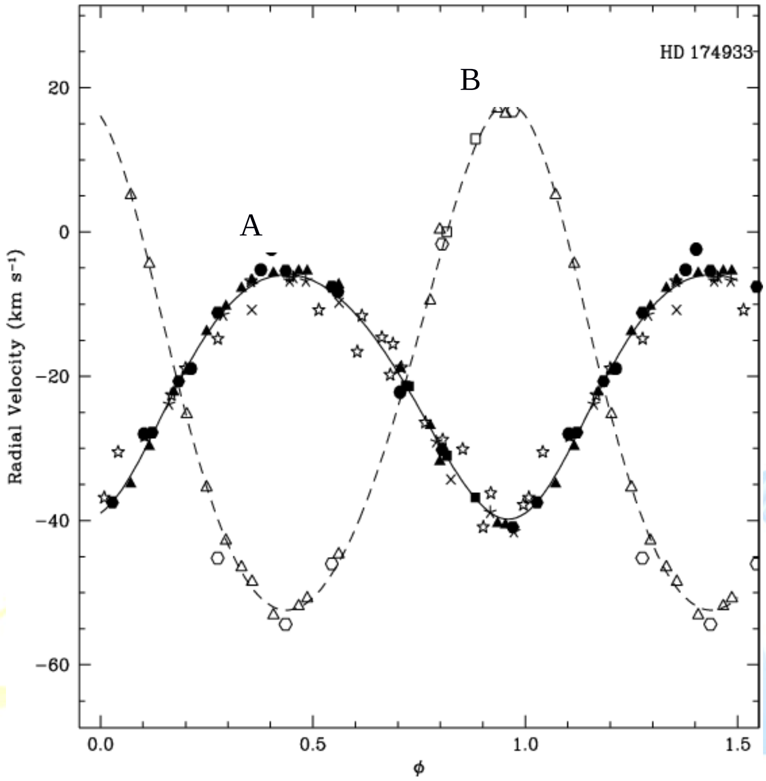
$$t^{SP} = \left(\frac{M_\odot}{M}\right)^2 \times 10^{10} anos$$

Substituindo-se os valores:

$$t^{SP} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 10^{10} anos = 1{,}00 \times 10^8 anos$$

13) A figura a seguir apresenta as curvas de velocidades radiais de um sistema binário, em função da fase orbital do sistema.

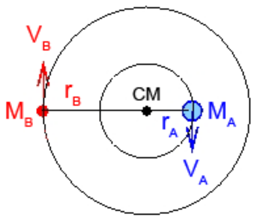
Marque a afirmação verdadeira no que diz respeito às propriedades das velocidades radiais (V_A, V_B), dos períodos orbitais (P_A, P_B) e das massas (M_A, M_B) do sistema binário.



a) $V_A > V_B$, $P_A > P_B$ e $M_A > M_B$
b) $V_A < V_B$, $P_A = P_B$ e $M_A > M_B$
c) $V_A < V_B$, $P_A < P_B$ e $M_A < M_B$
d) $V_A > V_B$, $P_A = P_B$ e $M_A < M_B$
e) Em branco

Resposta: b) $V_A < V_B$, $P_A = P_B$ e $M_A > M_B$

Seja r_A e r_B a separação da componente A e B ao centro de massa (CM), respectivamente, e seja V_A e V_B as suas velocidades orbitais.



Os períodos orbitais das componentes A e B são iguais: $P_A = P_B = P$
Então, podemos escrever:

$$2\pi r_A = V_A P \text{ e } 2\pi r_B = V_B P$$

Por definição de centro de massa: $M_A r_A = M_B r_B$

De modo que: $\frac{r_A}{r_B} = \frac{M_B}{M_A} = \frac{V_A}{V_B}$

Da análise do gráfico, temos que: $V_A < V_B$

O que, pela relação anterior, implica em: MA > MB

14) PARAMETRIZADA

Assinale a opção que indica o diâmetro, em metros, de um radiotelescópio trabalhando em um comprimento de onda de $\lambda = 0{,}1$ cm para que ele tenha a mesma resolução que um telescópio óptico ($\lambda = 550$ nm) de diâmetro D = 5,0 cm

a) 5 m
b) 10 m
c) 50 m
d) 90 m
e) Em branco

Resposta:

A resolução angular (em segundos de arco) de um telescópio é dada por:

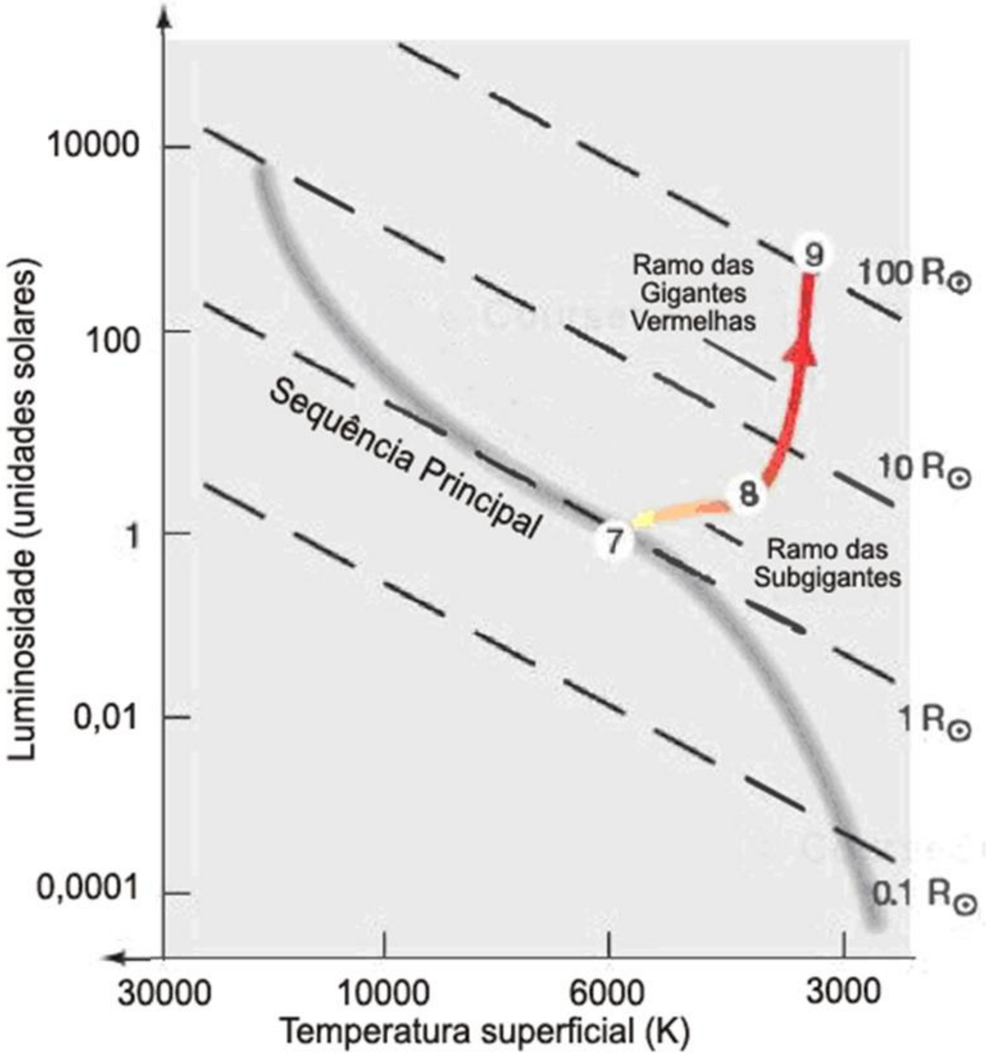
$$\theta = 206265 \frac{\lambda}{D}$$

Igualando as duas resoluções angulares, temos: $\frac{\lambda_1}{D_1} = \frac{\lambda_2}{D_2} \leftrightarrow D_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} D_2$

Substituindo-se os valores:

$$D = \frac{(0{,}1 \times 10^{-2} m)}{(550 \times 10^{-9} m)} (5{,}0 \times 10^{-2} m) \rightarrow D \cong 90\ m$$

15) Assinale a opção que completa corretamente a frase:
no futuro, quando o Sol deixar a Sequência Principal (ponto 7 do diagrama HR abaixo) e atingir a região das gigantes vermelhas (ponto 9 no mesmo diagrama), ele ficará



a) mais quente
b) mais luminoso
c) mais massivo
d) mais denso
e) Em branco

Resposta: b) mais luminoso

A resposta sai diretamente da observação do gráfico.

16) A estrela Alpha Carinae (também conhecida por Canopus) é a estrela mais brilhante da constelação de Carina e a segunda estrela mais brilhante no céu, com a magnitude aparente $m = -0,72$. Ela é uma estrela supergigante branco-amarelada localizada no hemisfério celeste sul, com uma declinação de $-52° \, 42'$ e uma ascensão reta de $06^h \, 24^m$.
Com essas informações, responda, em quais locais da Terra ela permanece sempre acima do horizonte?

a) somente em locais com latitudes inferiores a -37°18'
b) somente em locais com latitudes superiores a +37°18'
c) somente no pólo sul
d) somente no hemisfério sul
e) Em branco

Resposta: locais com latitudes inferiores a -37°18'

A distância de Canopus até o Polo Celeste Sul é o complemento da sua declinação. Este valor deve ser a altura mínima do Polo para que Canopus seja circumpolar, ou seja, estar sempre acima do horizonte.

$$Latitude < -90° - (-52°42') \rightarrow Latitude < -37°18'$$