

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

3ª PROVA ONLINE DE 26 DE FEVEREIRO DE 2021

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2021 -

1) **FarFarOut** (Muito Muito Longe) é um objeto transnetuniano extremo que foi descoberto a $132,2 \pm 1,5$ UA ($19,78 \pm 0,22$ bilhões de km) do Sol, mais longe do que qualquer outro objeto conhecido atualmente observável no Sistema Solar. As observações revelaram que o caminho do Farfarout em torno do Sol é uma longa elipse. No seu ponto mais próximo ao Sol (periélio), Farfarout mergulha a apenas 24,0 UA do Sol, mais perto do Sol do que as órbitas de Plutão e Netuno. Em seu ponto mais distante (afélio), chega a 175,0 UA do Sol.

Calcule a variação de magnitude aparente do Sol, Δm , do ponto de vista do Farfarout, do seu afélio ao seu periélio, ou seja, $m_p - m_a$.

Dados: Magnitude absoluta do Sol: $M = +4,8$; Magnitude aparente do Sol: $m = -26,7$; Luminosidade do Sol: $L_{\text{Sol}} = 3,8 \times 10^{26}$ W; 1 UA = $149,6 \times 10^9$ m; 1 Parsec (pc) = 206.265 UA ou 3,26 anos-luz.

- a) $\Delta m \cong -4,3$
- b) $\Delta m \cong -3,4$
- c) $\Delta m \cong -2,2$
- d) $\Delta m \cong -5,6$

Resposta: a) $\Delta m \cong -4,3$

$$m_{24} - m_{175} = \Delta m = -2,5 \log \left(\frac{F_{24}}{F_{175}} \right)$$

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Substituindo-se os valores:

$$\Delta m = -2,5 \log \left(\frac{1/24^2}{1/175^2} \right) = -2,5 \log \left(\frac{175}{24} \right)^2 \rightarrow \Delta m \cong -4,3$$

2) Estrelas quentes, como as supergigantes de tipo espectral B, apresentam ventos estelares rápidos, com velocidades tipicamente da ordem de 2.000 km/s. Essas estrelas têm luminosidades da ordem de $3,8 \times 10^{31}$ W e temperaturas efetivas típicas de $T \approx 20.000$ K. Admita que os ventos se originam nas vizinhanças da superfície da estrela, onde $r = 2R$ e a densidade média do vento estelar é de $\rho \approx 10^{-11}$ kg/m³. O raio da estrela é R e r é a distância entre o centro da estrela e o local de origem do vento estelar. Pode-se afirmar que a taxa de perda de massa dessas estrelas causado pelos ventos é de:

Adote: Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴.

- a) $3,3 \times 10^{17}$ kg/s
- b) $3,3 \times 10^{10}$ kg/s
- c) $3,3 \times 10^6$ kg/s
- d) $3,3 \times 10^{23}$ kg/s

Resposta: a) $3,3 \times 10^{17}$ kg/s

Da equação de Stefan-Boltzmann, temos que o raio da estrela é:

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \Rightarrow 3,8 \times 10^{31} = 4,3,14 \cdot R^2 \cdot 5,67 \times 10^{-8} \cdot (2 \cdot 10^4)^4 \Rightarrow R = 1,8 \times 10^{10} m$$

Portanto, a taxa de perda de massa φ , causado pelos ventos a uma distância $r = 2R$ vale:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\Delta m}{\Delta t} \\ \Delta m = \rho \cdot \Delta V \\ \Delta V = 4\pi r^2 \cdot \Delta r \end{cases} \Rightarrow \varphi = \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot v$$

Onde ΔV é o elemento de volume de uma coroa esférica de raio Δr e Δm é a massa contida nesta coroa esférica.

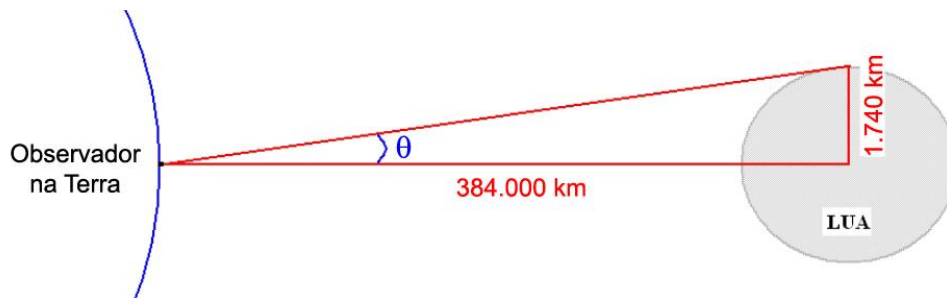
$$\begin{aligned} \varphi &= 10^{-11} \cdot 4,3,14 \cdot (2 \cdot 1,8 \times 10^{10})^2 \cdot 2 \times 10^6 \Rightarrow \\ \varphi &= 3,3 \times 10^{17} kg/s \end{aligned}$$

OLIMPIADA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

3) A estrela de Barnard tem movimento próprio de $\mu = 10,39''/\text{ano}$. A Lua tem um raio de 1.740 km e está a uma distância de 384.000 km da Terra. Quanto tempo, aproximadamente, seria necessário para a estrela de Barnard cobrir uma distância no plano do céu equivalente a uma Lua Cheia?

- a) 180 anos
- b) 225 anos
- c) 90 anos
- d) 135 anos

Resposta: a) 180 anos



O diâmetro angular aparente da Lua Cheia é:

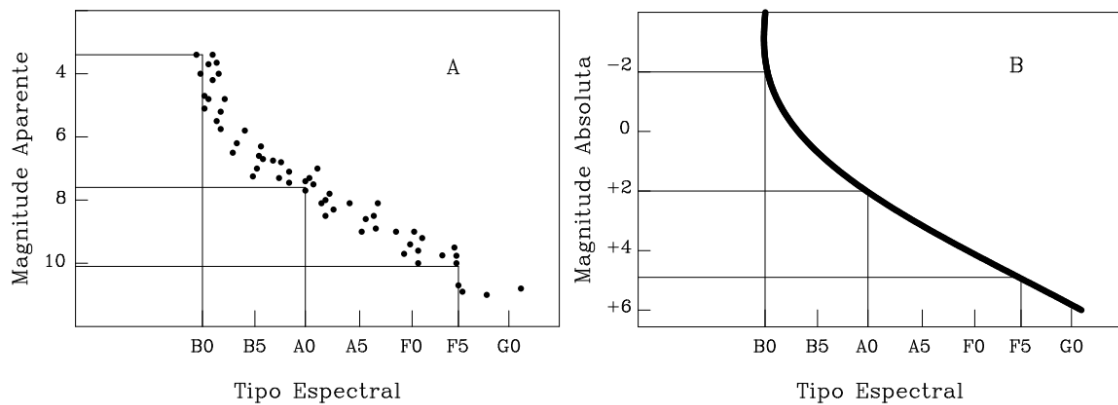
$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R_{\text{Lua}}}{d} = \frac{1740}{384000} \Rightarrow \theta = 0,2596^\circ \rightarrow 2\theta = 0,5192^\circ$$

Logo:

$$\mu = \frac{2\theta}{\Delta t} \Rightarrow 10,39''/\text{ano} = \frac{0,5192^\circ \times 3600''/\text{º}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \cong 179,9 \text{ anos} \approx 180 \text{ anos}$$

OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

4) Um aglomerado A tem um diagrama Hertzsprung-Russell (HR) observado dado no lado esquerdo da figura abaixo. Por outro lado, um diagrama HR calibrado de outro aglomerado B está mostrado no lado direito da figura.



Tipo	$m_v(A)$	$M_v(B)$	$m_v - M_v$
B0	3.4	-2.0	5.4
A0	7.6	+2.0	5.6
F5	10.1	+4.9	5.2

Analisando os gráficos e a tabela, pode-se afirmar que a distância média do aglomerado A ao Sol é, aproximadamente:

- a) 120 pc
- b) 100 pc
- c) 140 pc
- d) 160 pc

Resposta: a) 120 pc

Analisando a tabela, temos que a média entre a diferença da magnitude aparente e absoluta de estrelas de mesmo tipo espectral ($\langle m_v - M_v \rangle$) é:

$$\langle m_v - M_v \rangle = \frac{5,4 + 5,6 + 5,2}{3} \Rightarrow \langle m_v - M_v \rangle = 5,4$$

Portanto, da equação de Pogson, vem:

$$\langle m_v - M_v \rangle = 5. \log d - 5 \Rightarrow 5,4 = 5. \log d - 5 \Rightarrow d \cong 120,2 \text{ pc} \approx 120 \text{ pc}$$

Podemos também calcular a distância para cada tipo espectral e fazer a média:

$$m_v^{B0} - M_v^{B0} = 3,4 - (-2,0) = 5 \log d^{B0} - 5 \rightarrow d^{B0} \cong 120,2$$

$$m_v^{A0} - M_v^{A0} = 7,6 - 2,0 = 5 \log d^{A0} - 5 \rightarrow d^{A0} \cong 131,8$$

$$m_v^{F5} - M_v^{F5} = 10,1 - 4,9 = 5 \log d^{F5} - 5 \rightarrow d^{F5} \cong 109,6$$

$$d = \frac{120,2 + 131,8 + 109,6}{3} \rightarrow d \cong 120,5 \approx 120 \text{ pc}$$

5) O grau de achatamento, n , de uma galáxia elíptica é um número natural entre 0 e 7 que pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$n = 10 \times \left(1 - \frac{b}{a}\right).$$

Sendo a e b os semieixos maior e menor de uma galáxia, respectivamente, quando analisada no visível. Desta forma, uma galáxia elíptica poderá ser classificada como $E0$ (esférica), $E1, \dots, E6, E7$ (mais achatada).

Caso uma galáxia elíptica apresente um perfil de excentricidade (achatamento) $e = 0,5$, como ela poderia ser classificada?

- a) E1
- b) E3
- c) E5
- d) E7

Resposta: a) E1

Do conceito de excentricidade da elipse, temos que:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow c = 0,5 a$$

Da relação pitagórica entre os semieixos de uma elipse e a distância focal, vem:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Aplicando na expressão do enunciado,

$$n = 10 \times \left(1 - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a}{a}\right) \therefore n \approx 1,3$$

Como n deve ser um número natural, o valor mais próximo seria 1. Portanto, teríamos uma galáxia do tipo E1.

6) A luneta meridiana é um instrumento astronômico usado para determinar a hora ou a longitude local. Este instrumento se movimenta em apenas um plano, sendo que seu eixo de rotação está orientado na direção Leste-Oeste, de modo a mover-se somente no plano meridiano local, permitindo a medida com precisão de coordenadas horizontais de um objeto astronômico.

No Brasil, o Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST, no Rio de Janeiro/RJ) e o Observatório Abrahão de Moraes (OAM, em Valinhos/SP) são exemplos de locais que contam com este equipamento.



Imagens: à esquerda, a Luneta Meridiana de Bamberg (foto de Ricardo Marroquim) e à direita o Círculo Meridiano de Valinhos (acervo do OAM).

No início de operação, uma dada luneta meridiana está voltada para o Sul em uma posição a 55° do zênite. No entanto, foi recebida a informação de que um astro com ângulo horário $H = 21\ h\ 05\ min$ deve ser mensurado quando este atingir sua culminação superior em $h = 40^\circ$ na direção Norte. Qual é a mínima velocidade angular, em rad/s, com que devemos mover esta luneta para ela ser movida entre as duas direções para observar o astro a tempo?

- a) $1,75 \times 10^{-4}$ rad/s
- b) $1,15 \times 10^{-4}$ rad/s
- c) $1,57 \times 10^{-4}$ rad/s
- d) $2,50 \times 10^{-4}$ rad/s

Resposta: a) $1,75 \times 10^{-4}$ rad/s

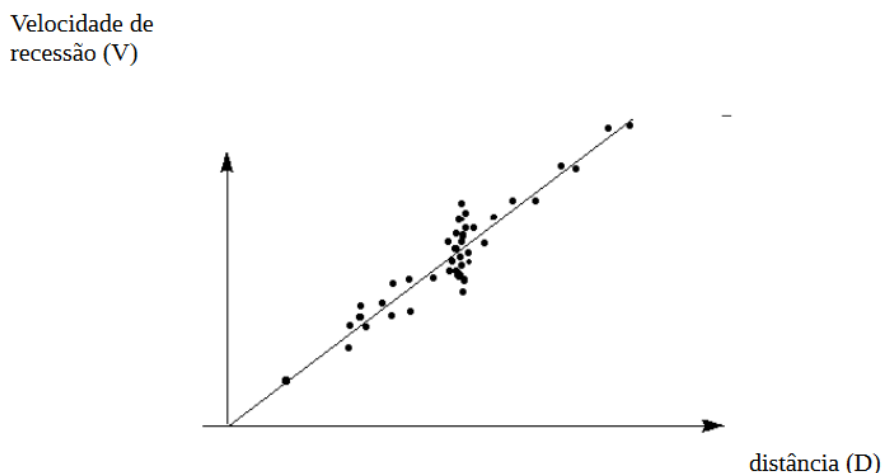
A distância angular entre a posição da luneta e o astro em sua culminação superior é de:

$$\Delta\theta = (90^\circ - 40^\circ) + 55^\circ = 105^\circ$$

Pela coordenada horária informada, sabemos que o astro irá levar 2 horas e 55 minutos até atingir o meridiano local, isto é, 10.500 s até atingir sua culminação superior. Portanto, a velocidade angular mínima deve ser de:

$$\omega_{min} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{105}{10500} \therefore \omega_{min} = 1 \times 10^{-2} \text{ deg/s} \approx 1,75 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

7) O gráfico abaixo mostra a velocidade de recessão V , de um conjunto de galáxias, em função da distância D à Terra. Este é o famoso gráfico que deu origem à Lei de Hubble: existe uma relação linear entre a distância em que está a galáxia e a velocidade com que esta se afasta do observador. No entanto, são relativamente poucos os pontos que estão exatamente alinhados ao longo da reta.



Sabendo que a dispersão dos pontos é real, e não é consequência de incertezas observacionais, marque a opção que traz a possível razão para esta dispersão.

- a) A atração gravitacional entre galáxias próximas
- b) A metalicidade das galáxias
- c) A excentricidade das galáxias
- d) A idade das galáxias

Resposta: a) A atração gravitacional entre galáxias próximas

As demais opções não influenciariam as velocidades das galáxias.

8) Os eclipses do Sol ocorrem quando o Sol, a Lua e a Terra estão alinhados. Nessas circunstâncias, quando é que os eclipses são anulares com certeza?

- a) Quando a Lua está no apogeu
- b) Quando a Lua está no perigeu
- c) Quando a Terra está no afélio
- d) Quando a Terra está no periélio

Resposta: a) Quando a Lua está no apogeu

A excentricidade da órbita da Terra em torno do Sol é de 0,0167 e o diâmetro angular do Sol varia 1,67% em torno de sua média, de $31'59''$. A órbita da Lua em torno da Terra tem uma excentricidade de 0,05 e, portanto, seu diâmetro angular varia 5% em torno de sua média, de $31'5''$. Portanto, se a Lua está no seu apogeu (ponto mais distante de sua órbita), o diâmetro da Lua será sempre menor que o do Sol, e ocorre um eclipse anular.

9) PARAMETRIZADA

A maioria das galáxias conhecidas já sofreu algum tipo de interação com outra galáxia em alguma época.

O tempo T que duas galáxias demoram para se fundirem, em Ganos (1 Giga-ano = 1×10^9 anos), pode ser calculado através de:

$$T = (2,64 \times 10^5) r^2 v / 2M$$

Onde r é a distância entre as galáxias, em kpc, v é a velocidade da galáxia secundária em relação à principal, em km/s, e M é a massa da galáxia secundária, em massas solares ($M_{\text{Sol}} = 1,98 \times 10^{30}$ kg).

Considere que a galáxia secundária tenha massa $M = 1,40 \times 10^{41}$ kg, está a $r = 30$ kpc da galáxia principal e viaja na sua direção com velocidade $v = 360$ km/s.

O tempo T , em Ganos, para que as duas galáxias se fundam será de, aproximadamente:

- a) 0,605
- b) 0,020
- c) 1,210
- d) 7,260

Resposta: a) 0,605 Gano

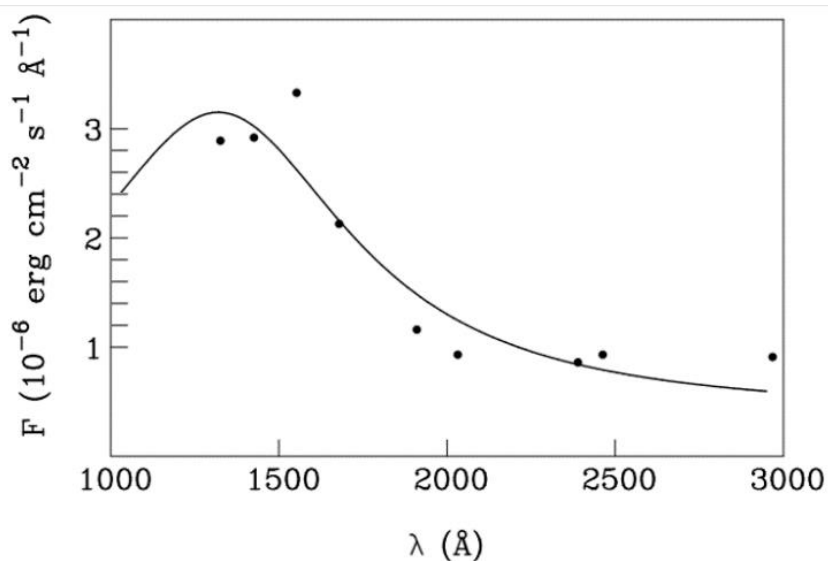
$$M = \frac{1,40 \times 10^{41}}{1,98 \times 10^{30}} \cong 7,07 \times 10^{10} M_{\text{Sol}}$$

Substituindo-se os valores:

$$T = \frac{2,64 \times 10^5 \times 30^2 \times 360}{2 \times 7,07 \times 10^{10}} \rightarrow T \cong 0,605$$

OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

10) Na determinação do campo de radiação ultravioleta interestelar, medidas da Apollo 17, indicam um fluxo $n = 1,2 \times 10^5$ fótons. $\text{cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{\AA}^{-1}$ para $\lambda = 1.500 \text{ \AA}$.



Pode-se afirmar que a razão entre o fluxo de radiação interestelar teórico, neste comprimento de onda, e o valor estimado pelo ajuste dado na figura ($F_{\text{teórico}}/F_{\text{ajuste}}$) é igual a:

Dica: a energia de cada fóton é dada por $E_{\text{fóton}} = hf$, onde h é a Constante de Planck e f é a frequência do fóton.

Se necessário, adote: Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-27} \text{ erg.s}$; $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$; velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

- a) 0,57
- b) 0,20
- c) 1,50
- d) 2,80

Resposta: a) 0,57

$$E_{\text{fóton}} = hf = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow F_{\text{teórico}} = n \times h \frac{c}{\lambda}$$

O valor teórico do fluxo de radiação para $\lambda = 1500 \text{ \AA}$ é:

$$F_{\text{teórico}} = 1,2 \times 10^5 \times \frac{6,63 \times 10^{-27} \times 3,0 \times 10^8}{1500 \times 10^{-10}} \rightarrow F_{\text{teórico}} \cong 1,6 \times 10^{-6} \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{\AA}^{-1}$$

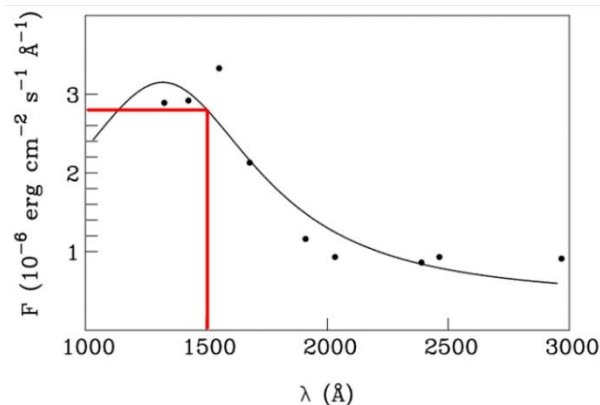
O valor estimado pelo ajuste, pode ser obtido diretamente do gráfico.

Para $\lambda = 1500 \text{ \AA}$

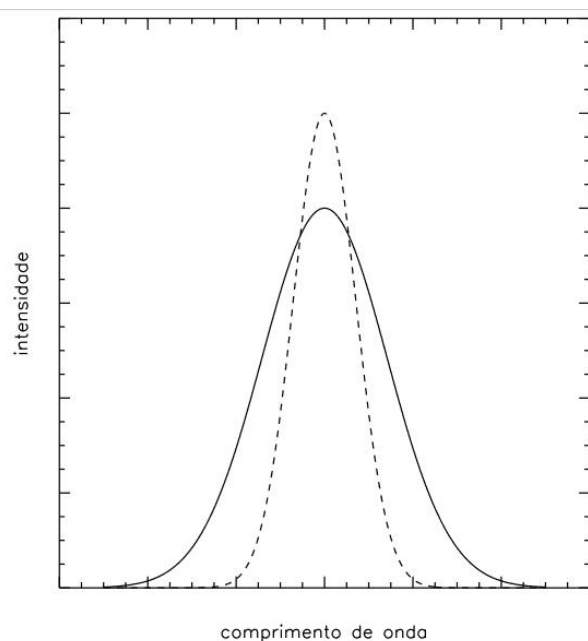
temos: $F_{\text{ajuste}} = 2,8 \times 10^{-6} \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{\AA}^{-1}$

Logo:

$$\frac{F_{\text{teórico}}}{F_{\text{ajuste}}} = \frac{1,6 \times 10^{-6}}{2,8 \times 10^{-6}} \cong 0,57$$



11) O radiotelescópio James Clerk Maxwell, no Havaí, foi utilizado para observar duas nuvens moleculares **A** e **B**, com o objetivo de detectar a emissão de uma linha espectral associada com a molécula de monóxido de carbono (CO). As linhas observadas estão representadas na figura. A linha tracejada corresponde à emissão de CO da nuvem molecular **A** e a linha contínua corresponde à emissão de CO da nuvem molecular **B**.



Considere que as nuvens moleculares não têm rotação própria e ignore os efeitos de turbulência.

Analisando o gráfico, marque **V** (verdadeiro) ou **F** (falso) nas afirmações abaixo:

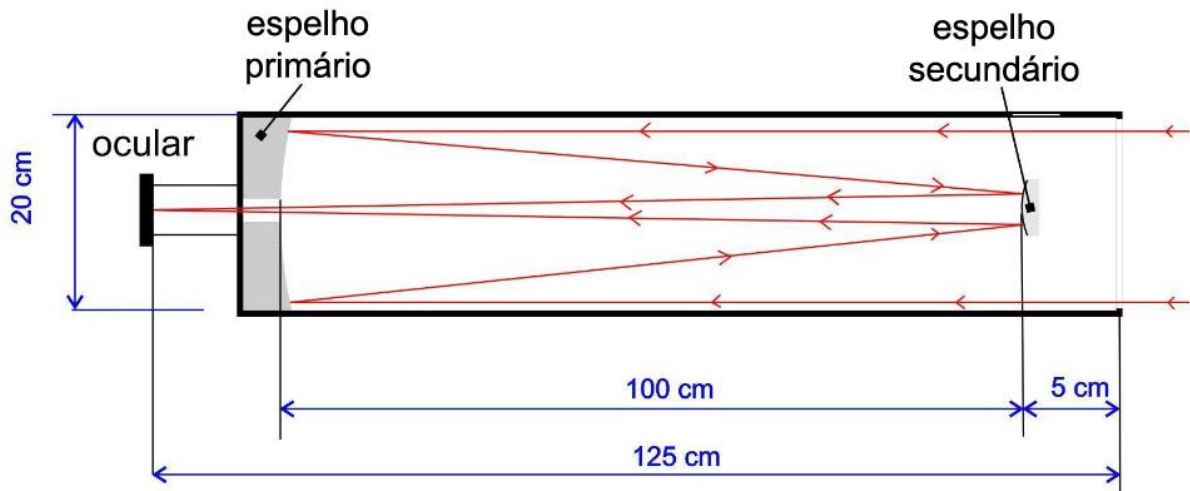
- () A largura das linhas está relacionada com a dispersão de velocidades das moléculas de CO
- () Uma maior dispersão de velocidades está associada a uma maior temperatura da nuvem molecular
- () O efeito responsável pela alteração do comprimento de onda da linha devido à velocidade das moléculas é o efeito de Doppler
- () A nuvem molecular com uma temperatura média mais elevada é a nuvem A

Resposta:

- (V) A largura das linhas está relacionada com a dispersão de velocidades das moléculas de CO
- (V) Uma maior dispersão de velocidades está associada a uma maior temperatura da nuvem molecular
- (V) O efeito responsável pela alteração do comprimento de onda da linha devido à velocidade das moléculas é o efeito de Doppler
- (F) A nuvem molecular com uma temperatura média mais elevada é a nuvem A

12) PARAMETRIZADA

A figura a seguir esquematiza o caminho que a luz faz dentro de um telescópio Cassegrain.

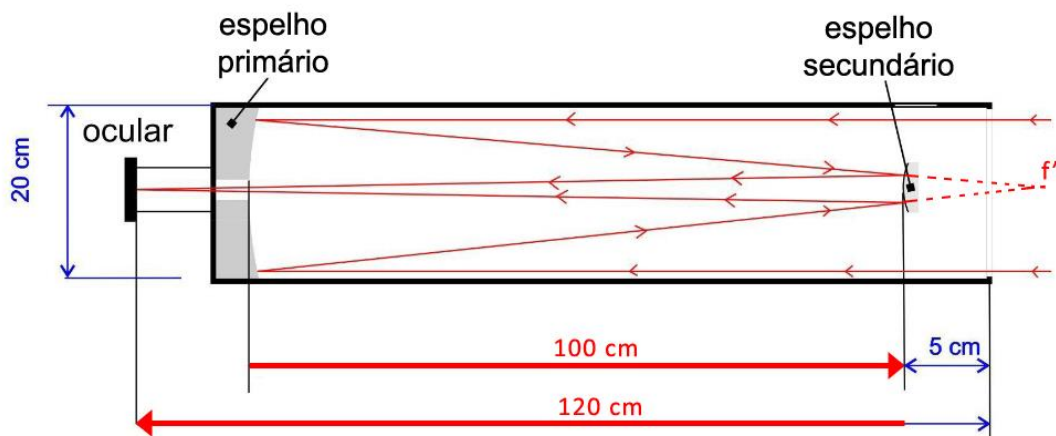


Se uma ocular de distância focal $df = 40 \text{ mm}$ for usada, a ampliação deste telescópio será de:

- a) 55,0 x
- b) 56,3 x
- c) 57,5 x
- d) 36,7 x

Resposta: a) 55,0 x

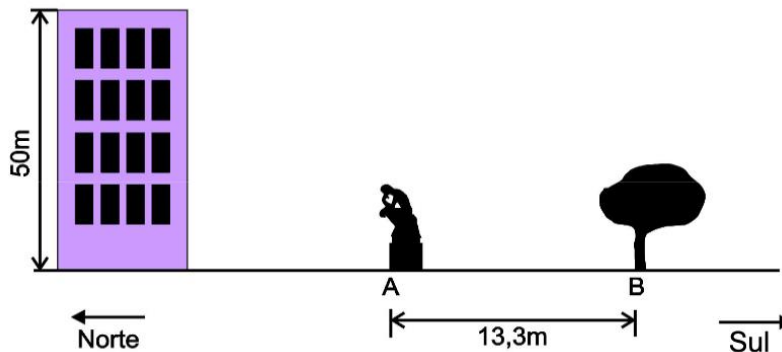
Como não foi dada nenhuma característica dos espelhos primário e secundário, basta medirmos a trajetória da luz, desde a sua primeira reflexão até o ponto onde os raios efetivamente convergem para termos a distância focal do telescópio.



A ampliação do telescópio será $A = \text{Distância focal do telescópio} / \text{distância focal da ocular}$:

$$A = \frac{100 \text{ cm} + 125 \text{ cm} - 5 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 55$$

13) Um observador está em uma cidade cujas coordenadas de latitude e longitude, são, respectivamente, $\phi = 31^\circ 08' S$ e $\lambda = 8h 35m$. Ele observa que, em certo dia do ano, quando o Sol se encontra na sua culminação superior a uma altura $h = 58^\circ 52'$, a sombra de um edifício atinge a base de uma estátua (A). Então, com o passar dos dias, a cada culminação superior a sombra fica cada vez mais longa, até que um dia atinge a base de uma árvore (B). O diagrama a seguir, fora de escala, descreve a situação:



Cerca de quantos dias se passam desde a primeira observação até que a sombra atinja a base da árvore?

Dica 1. As estações do ano têm as seguintes durações, em dias: Verão (89), Outono (93), Inverno (93) e Primavera (90).

Dica 2. Como não é permitido consultar uma tabela com a variação da declinação solar, utilize uma interpolação linear (regra de três simples) para estimar Δt .

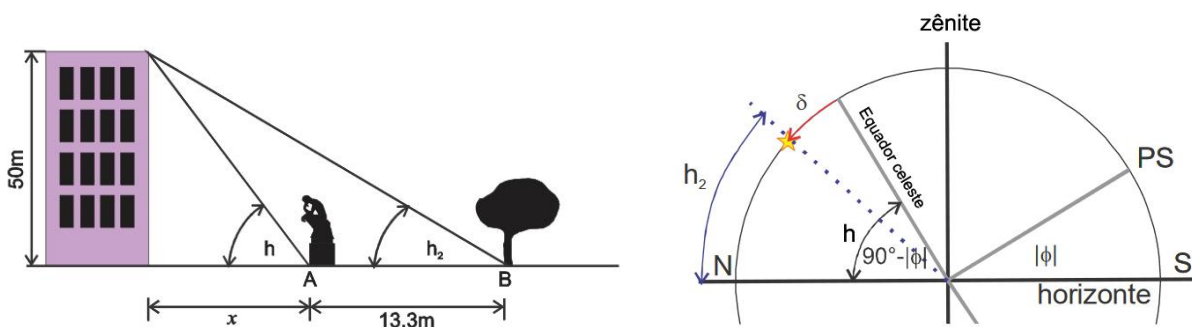
- a) 39 dias
- b) 37 dias
- c) 43 dias
- d) 41 dias

Resposta: a) 39 dias

A altura do Equador Celeste vale $90^\circ - |\phi| \rightarrow h_{eq} = 90^\circ - 31^\circ 08' = 58^\circ 52' = h$

A altura do Sol é igual à altura do Equador Celeste \rightarrow O Sol se encontra no Equador Celeste $\rightarrow \delta = 0^\circ$

Como nos dias seguintes a sombra cresce, a data da 1ª observação corresponde ao Equinócio de março (20 de março).



$$\tan h = \frac{50 \text{ m}}{x} \rightarrow x \cong 30,2 \text{ m}$$

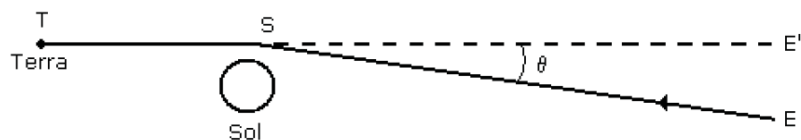
$$\tan h_2 = \frac{50 \text{ m}}{x + 13,3 \text{ m}} \rightarrow h_2 \cong 48,977^\circ$$

$$h_2 + \delta = 90^\circ - |\phi| \rightarrow \delta \cong 9,890^\circ$$

Para estimar Δt , pode-se aplicar o critério de interpolação entre dois valores conhecidos, sabendo que de 20 de março ($\delta = 0^\circ$) a 21 de junho ($\delta = 23,5^\circ$) há um intervalo de 93 dias, podemos estimar a data usando uma interpolação linear:

$$\Delta t = \frac{93 \text{ dias} \times 9,890^\circ}{23,5^\circ} \rightarrow \Delta t \cong 39,14 \text{ dias} \approx 39 \text{ dias}$$

14) O efeito de deflexão de raios luminosos por campos gravitacionais, foi uma das predições da Teoria da Relatividade Geral. Essa deflexão, para o caso da luz proveniente de estrelas e passando pela proximidade do Sol (ver figura fora de escala), foi observada pela primeira vez durante o eclipse total do Sol de 1919.



De acordo com a Teoria, a deflexão é dada por:

$$\theta = \frac{4GM}{c^2 R}$$

Na equação, a Constante Gravitacional Universal $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; a massa do Sol $M = 1,98 \times 10^{30} \text{kg}$; a velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \times 10^8 \text{m/s}$ e o raio do Sol $R = 6,96 \times 10^8 \text{m}$

Para o caso da luz de uma estrela distante passando tangente à superfície solar, produz uma deflexão de $\theta \cong 1,74''$.

Se, hipoteticamente, o Sol fosse um buraco negro (com 1 massa solar), qual seria o valor dessa deflexão, aproximadamente? Considere, para este cálculo, que o Sol tem o raio mínimo para isso e o raio de luz é tangente ao seu raio.

- a) $114,59^\circ$
- b) $57,30^\circ$
- c) $171,89^\circ$
- d) $76,39^\circ$

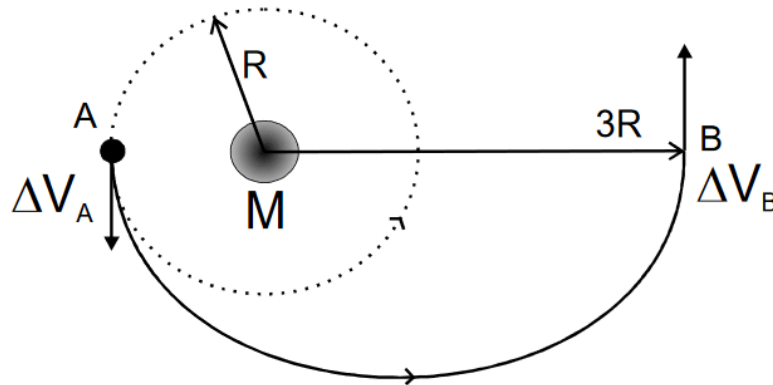
Resposta: a) $114,59^\circ$

O raio mínimo do Sol será o raio de Schwarzschild, que pode ser encontrado colocando-se a velocidade de escape do Sol igual à velocidade da luz:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = c \rightarrow R_{Sch}^{Sol} = \frac{2GM_{Sol}}{c^2}$$

$$\theta = \frac{4GM_{Sol}}{c^2 \frac{2GM_{Sol}}{c^2}} = 2 \text{ rad} \rightarrow \theta \cong 114,59^\circ$$

15) Uma espaçonave está orbitando um planeta de massa M em uma órbita circular de raio R . Para deixar este planeta, os engenheiros espaciais decidem aplicar dois impulsos. O primeiro impulso ΔV_A será aplicado no ponto A, na mesma direção do movimento para que a nave faça uma transferência elíptica e alcance o ponto B. Uma vez em B, um segundo impulso ΔV_B será aplicado novamente na mesma direção de movimento para a espaçonave escapar do sistema.



Assinale a opção que traz a fórmula para a determinação do tempo que levará a nave para ir do ponto A ao ponto B, em função de M , R e G (Constante Gravitacional Universal).

- a) $2\sqrt{2} \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$
- b) $4\sqrt{2} \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$
- c) $2\sqrt{2} \frac{\pi^2 R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$
- d) $8 \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$



OLIMPÍADA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

Resposta: a) $2\sqrt{2} \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$

Pela Lei de Kepler generalizada, temos:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

Após o impulso, a nave seguirá uma trajetória elíptica com um semieixo maior $a = 2R$

Fazendo a substituição:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} (2R)^3 \rightarrow P = 4\sqrt{2} \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$$

A transferência de A até B será metade do período:

$$\Delta t = \frac{P}{2} = 2\sqrt{2} \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$$

16) A estrela Rigel (β Orionis) está localizada a 860 anos-luz do Sol. Tem uma temperatura efetiva de 11.500 K e um raio 74 vezes maior que o raio do Sol.

Levando em consideração que a magnitude bolométrica absoluta do Sol é $M_{bol} = 4,74$ e que sua temperatura efetiva é $T_{sol} = 5.800$ K, assinale a alternativa que traz a magnitude bolométrica aparente m_{bol} de Rigel.

Utilize: 1 parsec = 3,262 anos-luz

- a) -0,47
- b) 2,09
- c) 1,01
- d) 0,12

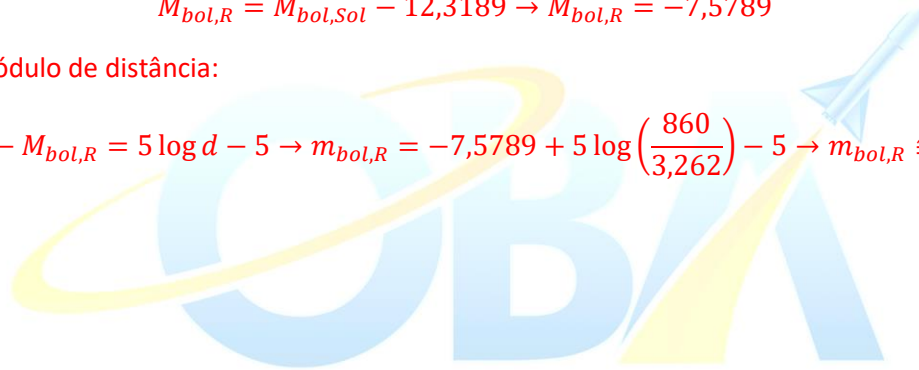
Resposta: a) -0,47

$$M_{bol,R} - M_{bol,Sol} = -2,5 \log\left(\frac{L_R}{L_{Sol}}\right) = -2,5 \log\left(\frac{4\pi R_R^2 \sigma T_R^4}{4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4}\right) = -2,5 \log\left[(74)^2 \left(\frac{11500}{5800}\right)^4\right] \\ \cong -12,3189$$

$$M_{bol,R} = M_{bol,Sol} - 12,3189 \rightarrow M_{bol,R} = -7,5789$$

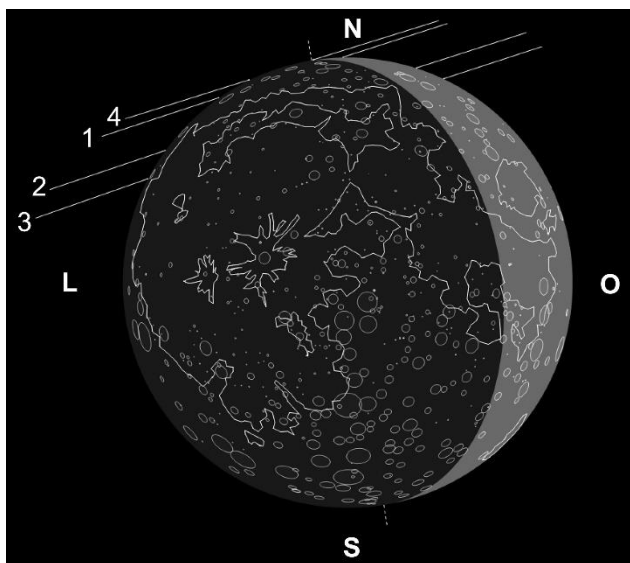
Aplicando o módulo de distância:

$$m_{bol,R} - M_{bol,R} = 5 \log d - 5 \rightarrow m_{bol,R} = -7,5789 + 5 \log\left(\frac{860}{3,262}\right) - 5 \rightarrow m_{bol,R} \cong -0,47$$



OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

17) Em 2021 a Lua ocultou a estrela $\omega 1$ Sco, da constelação do Escorpião. Na imagem, as linhas numeradas representam a trajetória de $\omega 1$ Sco para quatro cidades brasileiras neste dia: Rio de Janeiro/RJ, Curitiba/PR, Florianópolis/SC e Porto Alegre/RS.



Analisando a imagem, assinale V (verdadeiro) ou F (falso) nas seguintes afirmações:

- () A linha nº 1 corresponde à cidade do Rio de Janeiro/RJ
- () A ocultação será mais longa para a cidade de Florianópolis/SC
- () $\omega 1$ Sco desaparecerá no lado iluminado da Lua e reaparecerá no seu lado escuro
- () A ocultação também poderá ser vista do Hemisfério Norte

Resposta:

- (F) A linha nº 1 corresponde à cidade do Rio de Janeiro/RJ
- (F) A ocultação será mais longa para a cidade de Florianópolis/SC
- (F) $\omega 1$ Sco desaparecerá no lado iluminado da Lua e reaparecerá no seu lado escuro
- (F) A ocultação também poderá ser vista do Hemisfério Norte, mas em outro horário

A primeira afirmação é falsa, pois é o Rio de Janeiro (linha nº4) a cidade mais ao norte entre elas. Portanto a linha nº1 corresponde à cidade de Curitiba.

A segunda afirmação é falsa, pois o comprimento mais longo da trajetória ocultada pela Lua corresponde à cidade mais ao Sul (Porto Alegre/RS – linha nº3).

A terceira afirmação é falsa, pois a Lua se move no céu de oeste para leste e, portanto, $\omega 1$ Sco desaparecerá no lado escuro da Lua e reaparecerá no seu lado iluminado.

A quarta afirmação é falsa, pois é o Rio de Janeiro (linha nº4) a cidade mais ao norte desta lista, onde a ocultação acontecerá quase rasante, o que significa mais ao norte do Rio de Janeiro a ocultação de $\omega 1$ Sco pela Lua não acontecerá. No Hemisfério Norte, com certeza, não será visível em momento algum.

18) PARAMETRIZADA

Uma estrela se aproxima de nós com velocidade de $v = 50,00 \text{ km/s}$. Uma determinada linha espectral é observada com o comprimento de onda de $\lambda = 537,00 \text{ nm}$.

Levando em consideração o efeito Doppler, qual é o comprimento de onda original desta linha?

Considere a velocidade da luz $c = 300.000,00 \text{ km/s}$.

- a) 537,09 nm
- b) 536,91 nm
- c) 537,18 nm
- d) 536,82 nm

Resposta: a) 537,09 nm

Efeito Doppler:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \pm \frac{v}{c}$$

Como a fonte está se aproximando, utiliza-se o sinal negativo. Portanto:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) \rightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}$$

Substituindo-se os valores:

$$\lambda_0 = \frac{537,00 \text{ nm}}{\left(1 - \frac{50,00}{300000,00}\right)} \rightarrow \lambda_0 \cong 537,09 \text{ nm}$$

19) Um planeta orbita uma estrela à distância $d = 4,00 \text{ UA}$. O planeta tem raio $r = 12.000 \text{ km}$ e a estrela raio $R = 700.000 \text{ km}$ e temperatura efetiva de $T = 8.000 \text{ K}$.

Qual é a potência emitida pela estrela que é recebida pelo planeta?

Considere a Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ e $1 \text{ UA} = 149,6 \times 10^9 \text{ m}$

- a) $1,44 \times 10^{17} \text{ W}$
- b) $2,88 \times 10^{17} \text{ W}$
- c) $1,60 \times 10^{16} \text{ W}$
- d) $3,59 \times 10^{16} \text{ W}$

Resposta: a) $1,44 \times 10^{17} \text{ W}$

$$\text{Potência} = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi (7 \times 10^8)^2 (5,67 \times 10^{-8}) (8000)^4 \rightarrow \text{Pot} \cong 1,43 \times 10^{27} \text{ W}$$

A potência recebida pelo planeta será:

$$\text{Pot}_p = \frac{\text{Pot}}{4\pi d^2} \times \pi r^2 = \frac{1,43 \times 10^{27}}{4(4 \times 149,6 \times 10^9)^2} \times (12 \times 10^6)^2 \rightarrow \text{Pot}_p \cong 1,44 \times 10^{17} \text{ W}$$

20) Por quanto tempo a estrela Arcturus (ascensão reta $\alpha = 14^h 16^m 39^s$ e declinação $\delta = 19^\circ 4' 11''$) fica acima do horizonte para um observador em Moscou (latitude $\phi = 55^\circ 45' 21''$, longitude $\lambda = 37^\circ 32' 2''$)?

Se necessário, utilize a relação abaixo entre a altura h , a declinação δ e o ângulo horário H da estrela e a latitude do local ϕ :

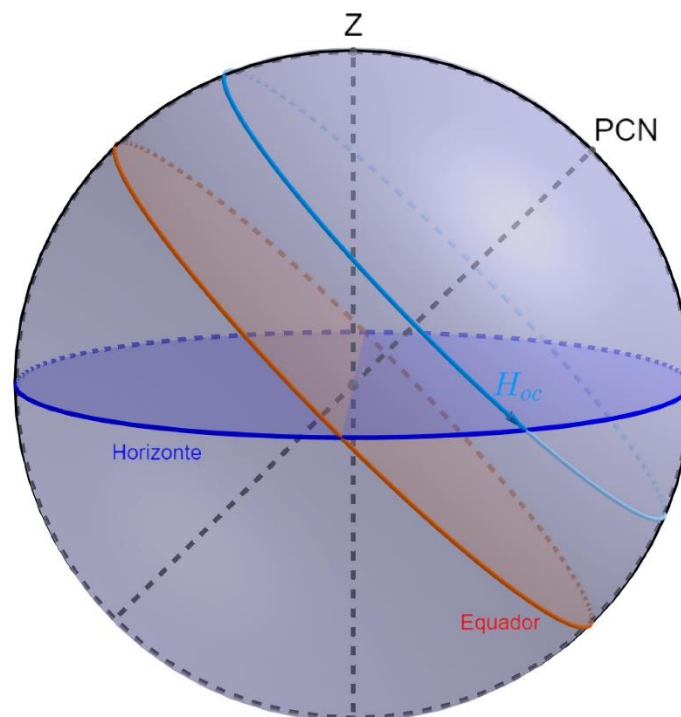
$$\text{Sen}h = \text{sen}\delta \cdot \text{sen}\phi + \text{cos}\delta \cdot \text{cos}\phi \cdot \text{cos}H$$

- a) 16,10 h
- b) 8,05 h
- c) 11,90 h
- d) 5,95 h

Resposta: a) 16,10 h

Solution:

O ângulo horário da estrela é nulo em sua culminação superior, pois ela cruza o meridiano local (origem da medição). Além disso, note que, por simetria, a estrela vai percorrer uma distância angular $2 \cdot H_{oc}$ quando ela estiver acima do horizonte, onde H_{oc} é o ângulo horário de ocaso da estrela ($h = 0$):



$$\sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H_{oc} = 0$$

$$\cos H_{oc} = -\tan \delta \cdot \tan \phi \implies H_{oc} = \cos^{-1}(-\tan \delta \cdot \tan \phi)$$

$$\implies H_{oc} = 8^h 2^m 5^s$$

Assim, o Δt total pode ser calculado por:

$$\Delta t = 2 \cdot H_{oc}$$

$$\implies \boxed{\Delta t \approx 16,1h}$$