

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

2ª PROVA ONLINE DE 12 E 13 DE OUTUBRO DE 2019

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2020 -

múltipla escolha calculada (o sistema sorteia um valor diferente para cada prova)

1) Um astrônomo amador construiu um telescópio do tipo kepleriano, com abertura de diâmetro $D = 8,0$ cm e distância focal $f = 100,0$ cm.

Desconsiderando a turbulência da atmosfera da Terra, ache o menor diâmetro possível que uma cratera na superfície da Lua precisa ter para ser distinguida (resolvida) por este telescópio.

Dados: Distância telescópio-cratera = 376.000 km; Comprimento de onda médio do visível $\lambda = 500$ nm.

Escolha uma:

- a. 1,2 km
- b. 2,4 km
- c. 3,6 km
- d. 4,8 km
- e. Em branco

Resposta: b. 2,4 km

(Material de Estudo - Cap. 6 – Telescópios)

A mínima separação angular que pode ser distinguida por um telescópio determina a **resolução angular** do mesmo. A difração é proporcional à razão entre o comprimento de onda e o diâmetro da lente objetiva. Assim, a resolução angular é dada em segundos de arco por:

$$\theta_{min} = 206265 \frac{\lambda}{D}$$

Onde D é o diâmetro da lente objetiva do telescópio.

Substituindo-se os valores, temos:

$$\theta_{min} = 206265 \frac{500 \times 10^{-9} \text{ m}}{8,0 \times 10^{-2} \text{ m}} \cong 1,3''$$

Este é o tamanho angular mínimo de uma cratera vista a 376000 km de distância. Portanto para obtermos o tamanho linear mínimo da cratera, temos que multiplicar o tamanho angular da cratera (em radianos) por essa distância:

$$\phi_{min} = 1,3'' \times \left(\frac{1}{206265} \frac{\text{rad}}{''} \right) \times 376000 \text{ km} \cong 2,4 \text{ km}$$

múltipla escolha calculada (o sistema sorteia um valor diferente para cada prova)

2) A velocidade orbital v de um pequeno corpo se movendo ao longo de uma órbita elíptica com semieixo maior a , devido ao campo gravitacional de um corpo central de massa M , pode ser expressa através da seguinte fórmula:

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Onde r é a distância do pequeno corpo ao corpo central e G é a Constante Gravitacional Universal.

Marque a opção que traz a velocidade orbital aproximada v no afélio de um corpo que orbita o Sol com semieixo maior $a = 10,0$ ua e com excentricidade $e = 0,1$.

Dados: Massa do Sol $M_{\text{Sol}} = 2,0 \times 10^{30}$ kg; $G = 6,7 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²; ua = $150,0 \times 10^9$ m

Escolha uma:

- a. 8,5 km/s
- b. 9,5 km/s
- c. Em branco
- d. 7,5 km/s
- e. 10,4 km/s

Resposta: a. 8,5 km/s

No afélio, temos que a distância do corpo ao Sol vale:

$$r = a(1 + e)$$

Reescrevendo e simplificando:

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{a(1+e)} - \frac{1}{a} \right)} \rightarrow v = \sqrt{GM \left(\frac{1-e}{a(1+e)} \right)}$$

Substituindo-se os valores (como todos os valores estão no SI, não precisamos escrever as unidades e a resposta será em m/s):

$$v = \sqrt{(6,7 \times 10^{-11})(2,0 \times 10^{30}) \left(\frac{1 - 0,1}{10 \times 150,0 \times 10^9 (1 + 0,1)} \right)}$$
$$v \cong 8,5 \times 10^3 \text{ m/s} = 8,5 \text{ km/s}$$

múltipla escolha calculada (o sistema sorteia um valor diferente para cada prova)

3) Um telescópio refletor de 1 m coleta uma dada porção de luz durante 1 h.

Quanto tempo de integração será necessário para um telescópio de 6 m desempenhar a mesma tarefa?

Escolha uma:

- a. 6 h
- b. 1/6 h
- c. 1 h
- d. Em branco
- e. 1/36 h

Resposta: e. 1/36 h

(Material de Estudo - Cap. 6 – Telescópios – exercício nº 5)

O tempo de integração de um telescópio é inversamente proporcional à sua área coletora de luz.

$$\Delta t = \frac{\text{fluxo}}{\text{área}}$$

Então:

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\text{fluxo} / \text{área}_2}{\text{fluxo} / \text{área}_1} = \frac{\text{área}_1}{\text{área}_2}$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\pi \left(\frac{1 \text{ m}}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{6 \text{ m}}{2}\right)^2} = \frac{1^2}{6^2} = \frac{1}{36} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{1}{36} \Delta t_1$$

múltipla escolha calculada (o sistema sorteia um valor diferente para cada prova)

4) Considere uma binária visual, cuja órbita aparente é circular e de inclinação zero, com um período de $P = 12,50$ anos, uma separação angular máxima de $\alpha = 1,00''$ (segundos de arco) e uma paralaxe trigonométrica de $\pi = 0,10''$.

Sabendo que, com relação ao centro de massa do sistema, a estrela secundária está a uma distância $4,0$ vezes maior que a distância da estrela primária, indique a opção que traz a massa aproximada de cada estrela, em termos de massas solares.

Escolha uma:

- a. 1,28 e 5,12
- b. 1,60 e 4,80
- c. 1,07 e 5,33
- d. 2,13 e 4,27
- e. Em branco

Resposta: a. 1,28 e 5,12

(Material de Estudo - Cap. 9 - Estrelas Binárias – exemplo)

Se utilizarmos os parâmetros P , a e m , respectivamente, em unidades de ano, ua e massas solares, podemos aplicar a terceira lei de Kepler na forma:

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2}$$

A separação entre as estrelas pode ser obtida diretamente da relação entre a separação angular máxima α e a paralaxe trigonométrica π :

$$a(\text{ua}) = \frac{\alpha('')}{\pi('')}$$

Substituindo-se os valores:

$$a = \frac{1,00''}{0,10''} \rightarrow a = 10,00 \text{ ua}$$

Como o período $P = 12,50$ anos, temos:

$$m_1 + m_2 = \frac{(10,00)^3}{(12,50)^2} \rightarrow m_1 + m_2 = 6,40 M_{Sol}$$

Lembrando que a razão entre as distâncias das estrelas do binário até o centro de massa é a razão entre suas massas:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = 4,0 \leftrightarrow m_1 = 4,0 m_2$$

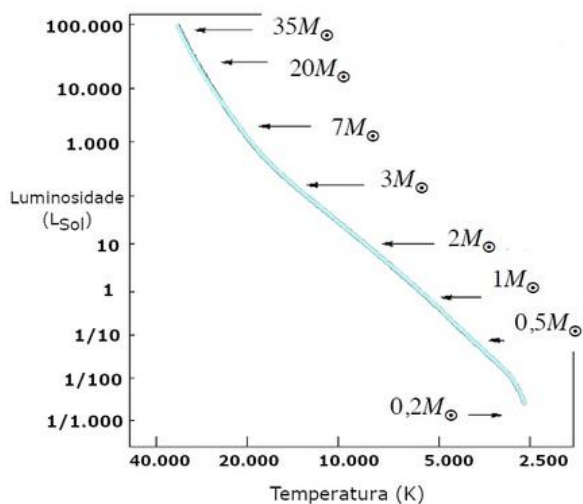
Resolvendo o sistema de equações:

$$4,0 m_2 + m_2 = 6,40 \rightarrow m_2 = 1,28 M_{Sol}$$

e

$$m_1 = 6,40 - 1,28 \rightarrow m_1 = 5,12 M_{Sol}$$

5) A figura a seguir traz o Diagrama de Hertzsprung-Russell, conhecido como diagrama HR, apenas para as estrelas da Sequência Principal (SP), representada pela linha azulada. Podemos ver, ilustrado graficamente, a relação entre três propriedades fundamentais de uma estrela: sua Luminosidade L (em termos de luminosidades solares), sua Temperatura efetiva T e sua Massa M (em termos de massas solares).



Baseado no gráfico, analise as afirmações a seguir e marque a opção correta:

I - Massa e Luminosidade são proporcionais

II - Luminosidade e Temperatura são proporcionais

III - Uma estrela da SP com 7 vezes a massa do Sol é cerca de mil vezes mais luminosa que ele

IV - Uma estrela da SP com 7 vezes a massa do Sol tem cerca do quádruplo da sua temperatura superficial

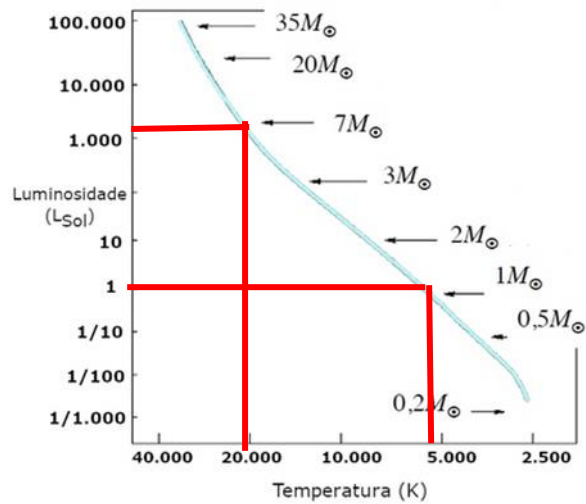
Escolha uma:

- a. Apenas as afirmações I e IV são verdadeiras
- b. Nenhuma das afirmações é verdadeira
- c. Todas as afirmações são verdadeiras
- d. Em branco
- e. Apenas a afirmação II não é verdadeira

Resposta: c. Todas as afirmações são verdadeiras

Afirmações I e II são verdadeiras. Vemos pelo gráfico que na SP que quanto mais massa tem a estrela, maior será a sua luminosidade e quanto maior a sua luminosidade, maior é a sua temperatura superficial.

Afirmações III e IV são verdadeiras:



6) A estrela Canopus (Alpha Carinae) é a estrela mais brilhante da constelação de Carina e a segunda estrela mais brilhante no céu, com a magnitude aparente $m = -0,72$.

Ela é uma estrela supergigante branco-amarelada localizada no hemisfério celeste sul, com uma declinação de $-52^{\circ} 42'$ e uma ascensão reta de $06^{\text{h}} 24^{\text{m}}$.

Com essas informações, responda, em quais locais da Terra ela permanece sempre acima do horizonte?

Escolha uma:

- a. em locais com latitudes inferiores a $-37^{\circ} 18'$
- b. Em branco
- c. em locais com longitudes inferiores a $06^{\text{h}} 24^{\text{m}}$
- d. em locais com latitudes superiores a $+37^{\circ} 18'$
- e. em locais com longitudes superiores a $06^{\text{h}} 24^{\text{m}}$

Resposta: a. em locais com latitudes inferiores a $-37^{\circ} 18'$

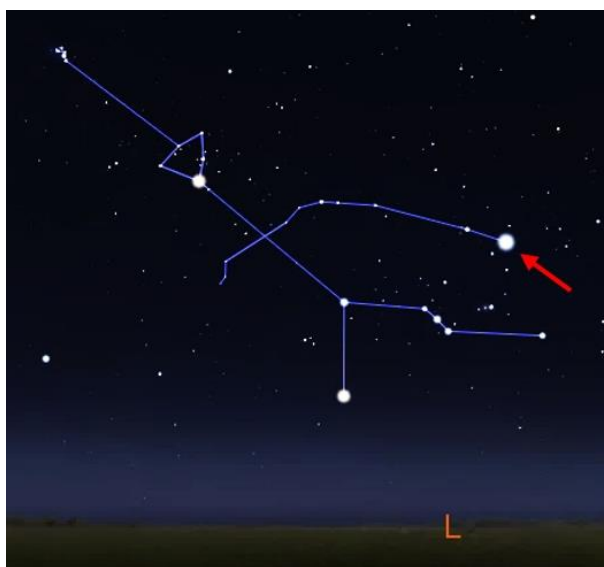
A distância de Canopus até o Polo Celeste Sul é o complemento da sua declinação. Este valor deve ser a altura mínima do Polo para que Canopus seja circumpolar, ou seja, estar sempre acima do horizonte.

$$\textit{Latitude} < -90^{\circ} - (-52^{\circ} 42') \rightarrow \textit{Latitude} < -37^{\circ} 18'$$

7) A observação do céu esteve na base do conhecimento de todas as sociedades antigas, pois elas foram profundamente influenciadas pela confiante precisão do desdobramento cíclico de certos fenômenos celestes, tais como o dia-noite, as fases da Lua e as estações do ano. O índio brasileiro também percebeu que as atividades de pesca, caça, coleta e lavoura obedecem a flutuações sazonais. Assim, ele procurou entender essas flutuações cíclicas e utilizou-as, principalmente, para a sua subsistência (Germano Bruno Afonso - UFPR).

A figura a seguir representa o asterismo de uma constelação, muito conhecida pelos indígenas brasileiros, chamada de Constelação do Homem Velho, semelhante a um homem idoso, pernetta, pegando um bastão.

Na segunda quinzena de dezembro, quando surge totalmente ao anoitecer, no lado Leste, indica o início do verão para os índios do sul do Brasil e o início da estação chuvosa para os índios do norte do Brasil.



Marque a opção que representa para nós o nome da estrela da Constelação do Homem Velho indicada pela seta.

Escolha uma:

- a. Bellatrix (γ Ori)
- b. Betelgeuse (α Ori)
- c. Rigel (β Ori)
- d. Aldebaran (α Tau)
- e. Em branco

Resposta: c. Rigel (β Ori)

Rigel, embora na designação de Bayer seja denominada Beta Orionis, é a estrela mais brilhante da Constelação do Orion. Apesar de estar a quase o dobro de distância em comparação com Betelgeuse, a supergigante azul possui um notável brilho, 40000 vezes mais intenso que o brilho do Sol, apresentando uma magnitude visual de $m = +0,13$.

8) Com o auxílio de um planisfério celeste rotativo, um estudante sabia que no dia 5 de setembro a Constelação do Cruzeiro do Sul ficaria "deitada" às 19h30min, próxima ao horizonte, como mostra a figura.



Assinale a alternativa correta.

Escolha uma:

- a. O estudante está em algum lugar do Hemisfério Norte e o Cruzeiro nasceu há pouco
- b. Em branco
- c. O estudante está em algum lugar do Hemisfério Norte e o Cruzeiro irá se pôr em breve
- d. O estudante está em algum lugar do Hemisfério Sul e o Cruzeiro nasceu há pouco
- e. O estudante está em algum lugar do Hemisfério Sul e o Cruzeiro irá se pôr em breve

Resposta: e. O estudante está em algum lugar do Hemisfério Sul e o Cruzeiro irá se pôr em breve

O Polo Celeste Sul se encontra num ponto que fica na direção do corpo (maior braço) da cruz e a uma distância de aproximadamente 4,5 vezes o tamanho do corpo a partir do pé da cruz. Como a Constelação está "deitada", próxima ao horizonte, o Polo Celeste Sul encontra-se acima do horizonte e à esquerda da figura, indicando que o estudante está no Hemisfério Sul. Como o Cruzeiro está a oeste, próximo ao horizonte, ele está se pondo.



A imagem mostra a posição do Polo Celeste Sul em relação ao Cruzeiro do Sul.

9) Considere três estrelas, que vamos denominar de A, B e C e que satisfazem as seguintes condições:

- a estrela **A**, vista da estrela **B**, está no limite da visibilidade do olho nu
- a estrela **B**, vista da estrela **C**, está no limite da visibilidade do olho nu
- a estrela **C**, vista da estrela **A**, está no limite da visibilidade do olho nu

Chamemos as distâncias entre as estrelas A e B de d_1 , entre B e C de d_2 e entre C e A de d_3 .

Considere que as magnitudes absolutas de A e B sejam, respectivamente, $M_A = 2,0$ e $M_B = 3,0$ e que o limite de visibilidade de uma estrela para o olho nu seja $m \leq 6,0$.

Marque a opção que traz a magnitude absoluta M_C da estrela C que satisfaz as condições acima para a sua luminosidade máxima.

Escolha uma:

- a. 2,4
- b. 5,0
- c. 0,9
- d. Em branco
- e. 4,2

Resposta: c. 0,9

Primeiro devemos usar o módulo de distância, achar os valores de d_1 e d_2 , depois usar a desigualdade triangular para achar d_3 e usar novamente o módulo de distância para $M_{C,max}$.

Do módulo de distância, onde m é a magnitude aparente, M é a magnitude absoluta e r medido em parsec, temos:

$$m - M = 5 \log(r) - 5$$

Da primeira condição, temos:

$$6,0 - 2,0 = 5 \log(d_1) - 5 \rightarrow \log(d_1) = \frac{9}{5} \rightarrow d_1 \cong 63,1 \text{ pc}$$

Da segunda condição, temos:

$$6,0 - 3,0 = 5 \log(d_2) - 5 \rightarrow \log(d_2) = \frac{8}{5} \rightarrow d_2 \cong 39,8 \text{ pc}$$

Utilizando as condições de existência de um triângulo, temos:

$$d_1 + d_2 > d_3 > d_1 - d_2 \rightarrow 102,9 \text{ pc} < d_3 < 23,3 \text{ pc}$$

A magnitude absoluta máxima corresponderá à maior distância que d_3 pode assumir. Aplicando novamente o módulo de distância:

$$6 - M_{C,max} = 5 \log(102,9) - 5 \rightarrow M_{C,max} \cong 0,9 \text{ mag}$$

10) Duas estrelas de mesmo tipo espectral e mesma magnitude absoluta possuem magnitudes aparentes $m_1 = 17$ e $m_2 = 12$, respectivamente.

Se a primeira estrela está a 1 kpc de distância de nós, a que distância de nós está a outra estrela?

Escolha uma:

- a. Em branco
- b. 10 kpc
- c. 100 pc
- d. 50 pc
- e. 100 kpc

Resposta: c. 100 pc

Do módulo de distância, onde m é a magnitude aparente, M é a magnitude absoluta e r medido em parsec, temos:

$$m - M = 5 \log(r) - 5 \leftrightarrow M = m - 5 \log(r) + 5$$

Como é dito que as duas estrelas têm a mesma magnitude absoluta, então:

$$m_1 - 5 \log(r_1) + 5 = m_2 - 5 \log(r_2) + 5$$

Isolando r_2 :

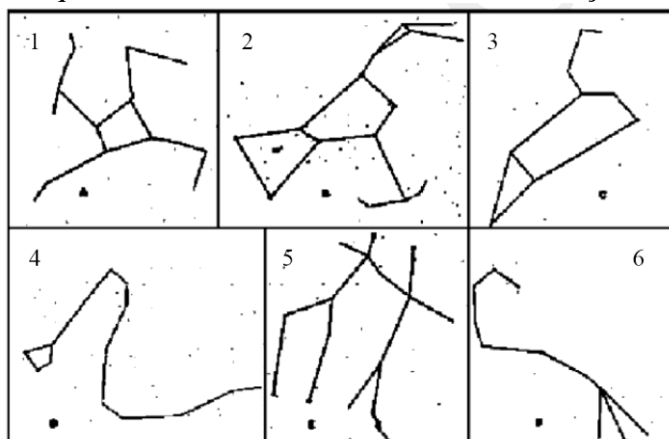
$$\log(r_2) = \frac{m_2 - m_1 + 5 \log(r_1)}{5}$$

Substituindo-se os valores:

$$\log(r_2) = \frac{12 - 17 + 5 \log(1000)}{5} = \frac{12 - 17 + 15}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\log(r_2) = 2 \leftrightarrow r_2 = 10^2 = 100 \text{ pc}$$

11) Um estudante, fascinado por astronomia, foi a uma apresentação de planetário. Durante a sessão, ele foi apresentado a várias constelações. Ele esboçou as figuras de algumas dessas constelações em seu caderno, como você pode ver a seguir, mas, infelizmente, ele se esqueceu de escrever os nomes das constelações.



Assinale a alternativa que traz a ordem correta dos nomes das constelações esboçadas.

Escolha uma:

- a. Hércules, Órion, Dragão, Serpente, Gêmeos e Escorpião
- b. Hércules, Órion, Leão, Dragão, Gêmeos e Escorpião
- c. Centauro, Órion, Dragão, Leão, Gêmeos e Escorpião
- d. Órion, Hércules, Leão, Escorpião, Gêmeos e Dragão
- e. Em branco

Resposta: b. Hércules, Órion, Leão, Dragão, Gêmeos e Escorpião

12) Marque a opção que traz uma vantagem da montagem equatorial sobre a altazimutal de telescópios para a astrofotografia?

Escolha uma:

- a. Na montagem equatorial o campo da foto não gira com o acompanhamento de longa exposição.
- b. Na montagem equatorial não precisamos de contrapeso, o que facilita a movimentação
- c. O campo de visão da montagem equatorial é maior que o da altazimutal
- d. Em branco
- e. A montagem equatorial maximiza o poder de ganho de luz diminuindo o tempo de exposição

Resposta: a. Na montagem equatorial o campo da foto não gira com o acompanhamento de longa exposição.

A montagem equatorial é feita para compensar a rotação da Terra e por isso ela conta com um eixo que deve ser bem alinhado ao eixo da Terra e que compensa a movimentação aparente dos astros através de um único movimento.

13) No final de junho de 2018, Marte começou a apresentar seu movimento retrógrado no céu. A configuração Sol-Terra-Marte, que leva ao movimento retrógrado, repete-se periodicamente.

Sabendo que Marte dá uma volta completa ao redor do Sol em cerca de 687 dias, assinale a data aproximada em que Marte começou, ou começará, seu movimento retrógrado novamente.

Escolha uma:

- a. setembro de 2020
- b. Em branco
- c. faltam informações para esse cálculo
- d. final de junho de 2019
- e. maio de 2020

Resposta: a. setembro de 2020

(Material de Estudo - Cap. 1 - Mecânica do Sistema Solar)

A configuração Sol-Marte-Terra repete-se a cada período sinódico de Marte:

$$\frac{1}{P_s^{Marte}} = \frac{1}{P_{Terra}} - \frac{1}{P_{Marte}} \rightarrow \frac{1}{P_s^{Marte}} = \frac{1}{365} - \frac{1}{687} \rightarrow P_s^{Marte} \cong 779 \text{ dias}$$

779 dias \approx 2 anos e 2 meses. Então a data aproximada do próximo início do movimento retrógrado de Marte será setembro de 2020

final de junho de 2018 (\approx julho de 2018) + 2 anos e 2 meses = setembro de 2020

14) Imagine uma base lunar, com visão para um horizonte plano e desimpedido na direção do Sol nascente. Ela está localizada numa latitude selenográfica de forma que numa determinada data, a trajetória do Sol é perpendicular ao horizonte.

Sendo assim, neste dia, qual é a duração aproximada do nascer do Sol para os habitantes desta base?

Considere o nascer do Sol como começando quando a borda do Sol começa a surgir no horizonte e termina quando o Sol está completamente acima do horizonte.

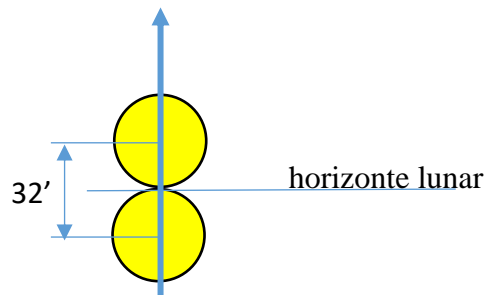
Dados: Diâmetro angular do Sol $\varnothing_{\text{Sol}} = 32,0'$ (minutos de arco); Período Sideral da Lua $P = 27,3$ dias; Período Sinódico da Lua $S = 29,5$ dias.

Escolha uma:

- a. 58 min
- b. o mesmo tempo que na Terra
- c. Em branco
- d. 63 min
- e. 31 min

Resposta: d. 63 min

A geometria do problema:



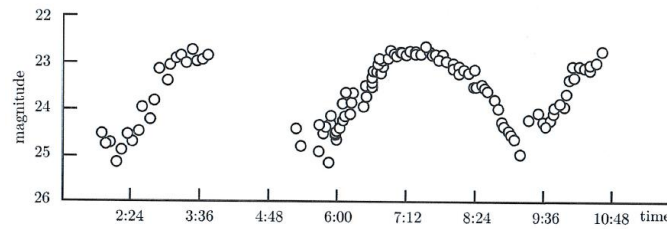
O caminho percorrido pelo centro do Sol, numa trajetória vertical, será de $32'$.

Apesar do nosso satélite demorar cerca de 27,3 dias para finalizar sua rotação em torno do seu eixo (Período Sideral), no final da rotação, o Sol ainda não ilumina, do mesmo jeito, o mesmo ponto lunar do início. Isso só vai ocorrer quando o satélite completar o intervalo entre duas fases iguais da Lua (Período Sinódico) – o período entre duas Luas Cheias, por exemplo. Esse intervalo de tempo, conhecido como luação, dura cerca de 29,5 dias terrestres e equivale ao “dia” lunar.

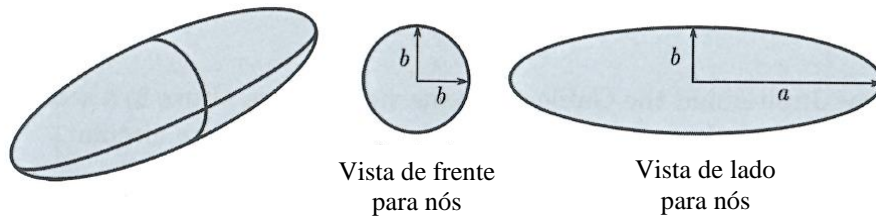
Então, se no céu lunar o Sol percorre 360° em 29,5 dias, o Sol percorrerá $32'$ em:

$$\Delta t = \frac{32' \times 29,5 \text{ dias} \times 24 \text{ h/dia}}{360^\circ \times 60' / ^\circ} \cong 1,05 \text{ h} = 63 \text{ min}$$

15) Em 19 de outubro de 2017 o telescópio Pan-STARRS, no Havaí, descobriu o primeiro objeto interestelar dentro do Sistema Solar. Ele recebeu o nome de ‘Oumuamua’, que significa “o mensageiro do passado”. Sua curva de luz (magnitude em função do tempo) foi medida no dia 29 de outubro do mesmo ano e é mostrada na figura a seguir.



Considere que o Oumuamua seja um elipsoide, que lembra uma bola de futebol americano, como ilustrado na figura abaixo, cujo eixo de rotação está ao longo do semieixo menor b , perpendicular à linha de visada.



Considere que neste dia, devido à rotação, a amplitude da variação de magnitude do objeto foi de $\Delta m = 2,5 \text{ mag}$.

Com essa informação, marque a opção que traz a razão entre os semieixos a e b do Oumuamua, ou seja, o valor de a/b .

Escolha uma:

- a. 5
- b. 3,5
- c. 10
- d. Em branco
- e. 2,5

Resposta: c. 10

Pelo modelo do Oumuamua, o brilho máximo acontece quando o objeto é visto de lado e o brilho mínimo, quando visto de frente.

Da Equação de Pogson, temos:

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{F_2}{F_1}$$

Reescrevendo:

$$m_{frente} - m_{lado} = -2,5 \log \frac{F_{frente}}{F_{lado}}$$

Como a Luminosidade é proporcional à área de visada, temos:

Para a vista de frente, $F_{\text{frente}} \propto \pi b^2$ (área do círculo)

Para a vista de lado, $F_{\text{lado}} \propto \pi ab$ (área da elipse)

Substituindo-se os valores:

$$2,5 = -2,5 \log \frac{\pi b^2}{\pi ab} \rightarrow -1 = \log \frac{b}{a} \rightarrow \frac{a}{b} = 10$$

16) Atualmente, na direção do Polo Norte, o eixo da Terra aponta praticamente para a estrela Polar (α UMi), conhecida por Estrela do Norte.

Por que Vega (α Lyr) será considerada a Estrela do Norte, num futuro distante?

Escolha uma:

- a. Em branco
- b. Devido à precessão dos equinócios
- c. Devido à expansão do Universo
- d. Devido à rotação do Sol em torno do centro da galáxia
- e. Devido à deriva continental

Resposta: b. Devido à precessão dos equinócios

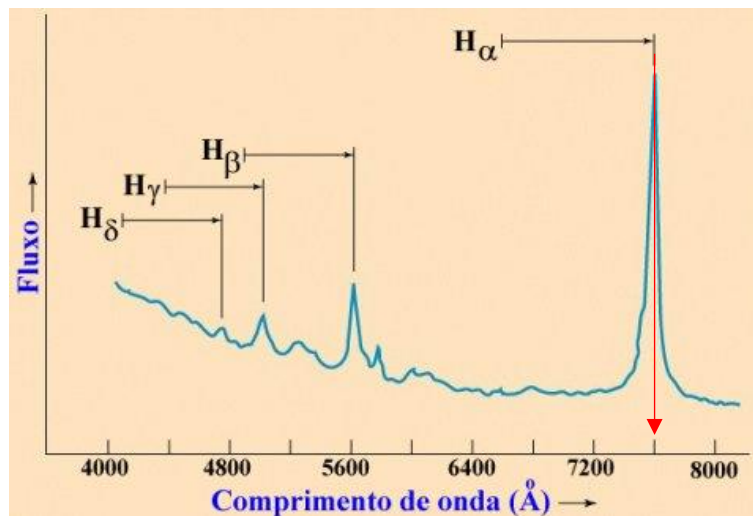
(Material de Estudo - Cap. 2 - A Terra e a Lua – exercício nº 3)

No caso da Terra, as forças diferenciais gravitacionais da Lua e do Sol produzem um torque que tende a alinhar o eixo de rotação da Terra com o eixo da eclíptica, mas como esse torque é perpendicular ao momentum angular de rotação da Terra, seu efeito é mudar a direção do eixo de rotação, sem alterar sua inclinação.

Portanto os Polos Celestes não ocupam uma posição fixa no céu: cada Polo Celeste se move lentamente em torno do respectivo Polo da Eclíptica, descrevendo uma circunferência em torno dele com raio de $23,5^\circ$. O tempo necessário para descrever uma volta completa é 25770 anos. Atualmente o Polo Celeste Norte está nas proximidades da estrela Polaris, na constelação da Ursa Menor, mas isso não será sempre assim. Daqui a cerca de 13000 anos ele estará nas proximidades da estrela Vega, na constelação de Lira.

17) **ESTA QUESTÃO FOI ANULADA DEVIDO A UM ERRO NA FÓRMULA FORNECIDA**

O gráfico a seguir representa o espectro do Quasar 3C 273 no óptico e infravermelho próximo. Ele é dominado pelas linhas do hidrogênio em emissão e deslocadas para o vermelho pela expansão do Universo (*redshift cosmológico*).



Utilizando a Lei de Hubble–Lemaître ($v = H_0 d$), marque a opção que traz a faixa de distância em que se encontra este quasar.

Dados: $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$; o comprimento de onda da linha H-alfa medido em laboratório vale $H_\alpha = 6563,0 \text{ \AA}$ (o comprimento de onda observado da linha está indicado na figura).

Dica: Para fazer este cálculo você precisará usar o *redshift relativístico* z , que é dado por:

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{(1+v/c)}{(1-v/c)}} - 1 \text{ (faltou este -1 na questão online)}$$

onde v é a velocidade de recessão do quasar e c , a velocidade da luz ($3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$).

Escolha uma:

- a. $550 \text{ Mpc} < d < 599 \text{ Mpc}$
- b. Em branco
- c. $650 \text{ Mpc} < d < 699 \text{ Mpc}$
- d. $500 \text{ Mpc} < d < 549 \text{ Mpc}$
- e. $600 \text{ Mpc} < d < 649 \text{ Mpc}$

QUESTÃO ANULADA

Resposta: e. $600 \text{ Mpc} < d < 649 \text{ Mpc}$

Do gráfico, estimamos que o comprimento de onda observado da linha H-alfa vale 7600 \AA .

Então, $z = \frac{7600 - 6563,0}{6563,0} \cong 0,16$

Desenvolvendo:

$$(z + 1)^2 = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \rightarrow \frac{v}{c} = \frac{(z + 1)^2 - 1}{(z + 1)^2 + 1}$$

Substituindo:

$$\frac{v}{c} = \frac{(1,16)^2 - 1}{(1,16)^2 + 1} \cong \frac{0,35}{2,35} \cong 0,15$$

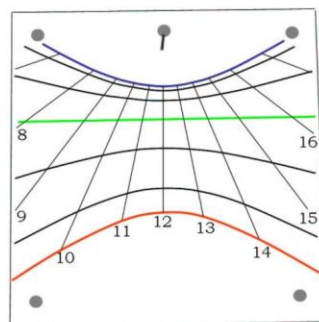
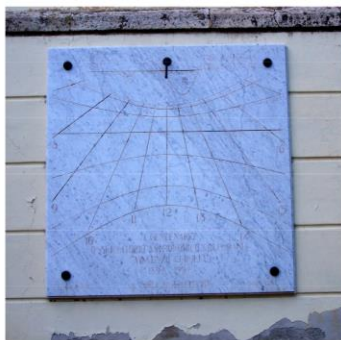
A velocidade de recessão é dada por:

$$v = H_0 d \leftrightarrow d = \frac{v}{H_0}$$

Substituindo:

$$d = \frac{0,15 \times 3,00 \times 10^5}{70} \cong 642,86 \approx 643 \text{ Mpc}$$

18) As imagens abaixo trazem, à esquerda, a foto de um relógio de Sol vertical e, à direita, o esquema das linhas do seu mostrador.



Que afirmações podemos fazer sobre este relógio?

I – seu mostrador está voltado para o Norte, a linha curva inferior corresponde à trajetória da sombra do gnômon no dia do Solstício de Verão e ele está no Hemisfério Sul

II – seu mostrador está voltado para o Sul, a linha curva inferior corresponde à trajetória da sombra do gnômon no dia do Solstício de Verão e ele está no Hemisfério Norte

III – seu mostrador está voltado para o Sul, a linha curva inferior corresponde à trajetória da sombra do gnômon no dia do Solstício de Inverno e ele está no Hemisfério Norte

IV – seu mostrador está voltado para o Norte, a linha curva inferior corresponde à trajetória da sombra do gnômon no dia do Solstício de Inverno e ele está no Hemisfério Sul

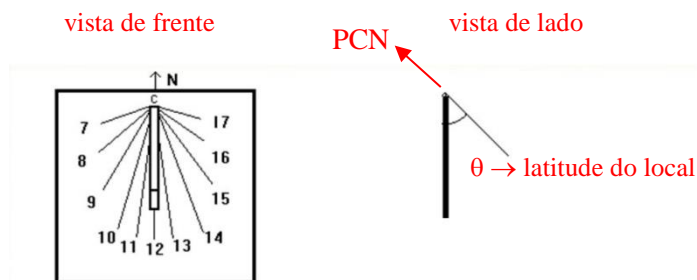
Escolha uma:

- a. Em branco
- b. II
- c. IV
- d. I
- e. III

Resposta: b. II

Como o mostrador do relógio traz as primeiras horas do dia à esquerda, significa que o Sol está nascendo à direita do mostrador. Se o lado Leste está à direita, quando olhamos para a foto, estamos olhando de frente para o Norte e, portanto, seu **mostrador está voltado para o Sul**.

Como é um relógio vertical, o menor comprimento da sombra do gnômon corresponderá à menor altura do Sol no céu e vice-versa. As trajetórias destas sombras estão limitadas pelas linhas curvas extremas do mostrador: superior para o Solstício de Inverno e inferior para o **Solstício de Verão**.



Com certeza podemos afirmar que o relógio se encontra no **Hemisfério Norte**.

19) A Grande Mancha Vermelha (GMV) é um enorme anticiclone da atmosfera de Júpiter localizado na latitude 22°S . De forma oval e coloração em tons de vermelho, é a maior tempestade existente no Sistema Solar. Seu tamanho já foi grande o suficiente (de leste a oeste) para abranger mais de duas vezes o diâmetro da Terra. Com o passar do tempo, no entanto, seu tamanho sofreu uma redução e em 2014 imagens captadas pelo Telescópio Espacial Hubble mostraram que em sua largura (pouco menos de 16.100 km de diâmetro) só poderia caber uma vez o tamanho da Terra.

Para entender o que está acontecendo, uma agência espacial quer desenvolver uma sonda que irá estudar com detalhes a evolução dinâmica da GMV. Para isso, esta sonda precisará entrar em órbita de Júpiter e ficar estacionária sobre a Mancha.

A que altura, aproximadamente, a partir do topo da atmosfera de Júpiter, deverá ficar esta sonda junoestacionária?

Dados: massa de Júpiter $M_J = 1,90 \times 10^{27}$ kg; raio de Júpiter $R_J = 7,49 \times 10^6$ m; período de rotação médio de Júpiter em torno do seu eixo $P_J = 9,90$ horas; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

Escolha uma:

- a. 160 mil km
- b. 226 mil km
- c. 153 mil km
- d. 233 mil km
- e. Em branco

Resposta:

Resposta: a) 153 mil km

Da Terceira Lei de Kepler e desprezando-se a massa da sonda, em comparação com a massa de Júpiter, temos:

$$a^3 = \frac{GM_J}{4\pi^2} P^2$$

Como a sonda é junoestacionária: $P = P_J = 9,90 \text{ h} = 35640 \text{ s}$

Substituindo-se os valores:

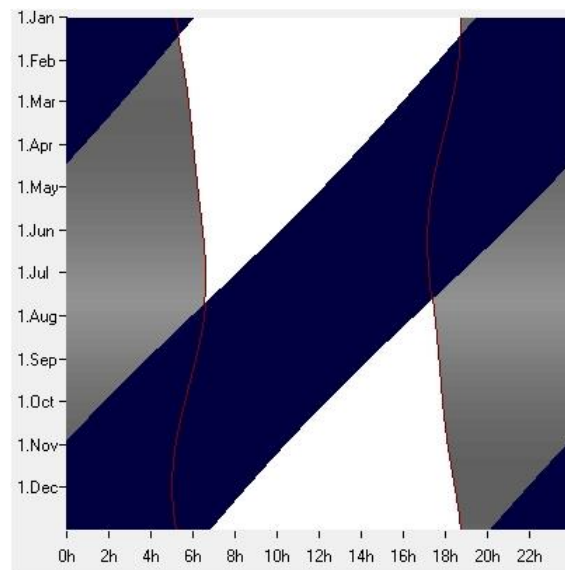
$$a^3 = \frac{(6,67 \times 10^{-11})(1,90 \times 10^{27})}{4\pi^2} (35640)^2 \cong 4,08 \times 10^{24} m^3$$

$$a = \sqrt[3]{4,08 \times 10^{24}} \rightarrow a \cong 1,60 \times 10^8 m$$

A altura da sonda a partir do topo da atmosfera de Júpiter, então, será:

$$h = a - R_J = 1,60 \times 10^8 - 7,49 \times 10^6 \rightarrow h \cong 1,53 \times 10^8 m = 153 \text{ mil km}$$

20) O gráfico abaixo apresenta a previsão da visibilidade diária (eixo horizontal) do planeta Saturno ao longo do ano de 2020 (eixo vertical), para o Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom azul escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol.

Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, considere as afirmações a seguir:

I – Saturno estará no céu à meia-noite ao longo de todo o ano

II – Durante o mês de agosto, poderemos ver Saturno em duas oportunidades distintas, no mesmo dia

III – Durante o mês de dezembro, depois que o Sol se pôr, Saturno estará próximo ao horizonte leste.

Assinale a resposta correta:

Escolha uma:

- a. Em branco
- b. Somente a afirmação I é verdadeira
- c. Nenhuma afirmação é verdadeira
- d. Somente a afirmação II é verdadeira
- e. Somente a afirmação III é verdadeira

Resposta: d. Somente a afirmação II é verdadeira

Afirmação I – falsa. O gráfico mostra que no começo do ano e no final do ano de 2020, à meia-noite Saturno estará abaixo do horizonte.

Afirmação II – verdadeira. O gráfico mostra que durante o mês de agosto, Saturno poderá ser visto de madrugada, antes dele se pôr e estará novamente no céu quando o Sol se pôr.

Afirmação III – falsa. O gráfico mostra que Saturno irá se pôr pouco depois do Sol, portanto estará próximo ao horizonte oeste.

