GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

3ª PROVA ONLINE DE 16 DE DEZEMBRO DE 2022

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2023 -

1) Para calcular o campo de visão de um telescópio (FoV), utilizou-se o método de deriva (*drift method*), ou seja, mediu-se o tempo de passagem de uma estrela diametralmente pelo campo de visão aparente da ocular (AFoV), com o acompanhamento do telescópio desligado.

A estrela escolhida foi Achernar (α Eri), $\alpha = 1^h\ 38^{min}$ e $\delta = -57°\ 15'$, e o campo de visão do telescópio foi calculado como sendo FoV = 2,46°.

Assinale a opção que traz o tempo total, aproximado, que Achernar levou para cruzar totalmente o campo de visão da ocular.

a) 9,8 min

b) 11,7 min

c) 18,1 min

d) 19,4 min

e) 39,8 min

Resposta: c) 18,1 min

O dia sideral tem 24 h – 3 min e 56 s = 23 h 56 min 4 s

A velocidade aparente de uma estrela precisa ser corrigida do cosseno da declinação e será dada por:

$$\frac{360^o}{23\ h\ 56\,\text{min}\ 4\ s} \times \cos\delta$$

O campo de visão do telescópio será então:

$$FoV = \Delta t \times \frac{360^o}{23\ h\ 56\,\text{min}\ 4\ s} \times \cos\delta$$

Resolvendo para Δt, teremos:

$$\Delta t = \frac{23\ h\ 56\,\text{min}\ 4\ s}{360^o} \times \frac{FoV}{\cos\delta}$$

Substituindo-se os valores:

$$\Delta t = \frac{\left[(23 \times 60) + 56 + \frac{4}{60}\right] min}{360^o} \times \frac{2{,}46^o}{\cos(-57{,}25^o)} \rightarrow \Delta t \cong 18{,}1\ min$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

2) Considere que a humanidade já tenha uma base permanente na Lua, localizada perto do Mar da Tranquilidade, onde pousou a missão Apollo 11.

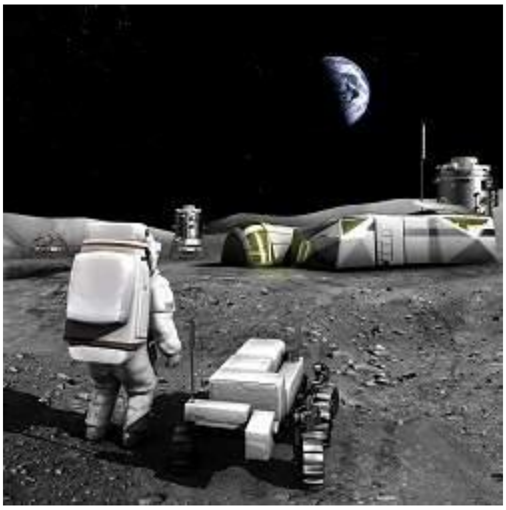


Imagem: NASA.

Marque **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso) na frente de cada afirmação.

(V) Para estes colonos as estrelas nascem no horizonte leste e se põe no horizonte oeste da Lua.

(F) Para estes colonos, a Terra nasce no horizonte leste e se põe no horizonte oeste da Lua.

(F) O céu para estes colonos é idêntico ao céu da Terra.

(F) Por conta da paralaxe, as constelações mais próximas se mostram com uma ligeira deformação.

(F) Quando na Terra a Lua estiver em Quarto Minguante, na Lua a Terra também estará em Quarto Minguante.

Resposta:

A afirmação "Para estes colonos as estrelas nascem no horizonte leste e se põem no horizonte oeste da Lua." é VERDADEIRA, pois a Lua gira sobre seu eixo no mesmo sentido da rotação da Terra.

A afirmação "Para estes colonos, a Terra nasce no horizonte leste e se põe no horizonte oeste da Lua." é FALSA, pois a colônia está afastada da borda do disco lunar. Portanto para os colonos, a Terra oscila no céu lunar devido ao movimento de Libração da Lua, mas não com amplitude suficiente para a Terra se posicionar abaixo do horizonte lunar.

A afirmação "O céu para estes colonos é idêntico ao céu da Terra." é FALSA, pois no céu da Terra temos a Lua e no céu da Lua temos a Terra. Fora isso, a distância Terra-Lua é irrelevante comparada às distâncias dos demais astros.

A afirmação "Por conta da paralaxe, as constelações mais próximas se mostram com uma ligeira deformação." é FALSA, pois constelações são áreas bem definidas no céu e, portanto, não faz sentido dizer que uma constelação está mais próxima ou mais afastada da Terra.

A afirmação "Quando na Terra a Lua estiver em Quarto Minguante, na Lua a Terra também estará em Quarto Minguante." é FALSA, pois as fases são invertidas. Quando na Terra temos Lua Cheia, na Lua temos Terra Nova e vice-versa. Portanto, quando na Terra temos Lua em Quarto Minguante, na Lua teremos a Terra em Quarto Crescente.

3) Até outubro de 2018 foram descobertos em torno de 3 mil pequenos corpos do Sistema Solar com órbitas além da órbita de Netuno, denominados Objetos Transnetunianos.

Vamos supor, em primeira aproximação, que a massa de cada um destes objetos é m = 10^{17} kg e que todos sejam formados por rochas com uma densidade média ρ = 3,0 g/cm^3.

Assinale a opção que traz o raio aproximado do astro se todos estes objetos estivessem agrupados formando um único corpo celeste esférico com a mesma densidade dos objetos originais.

a) 200 km

b) 300 km

c) 370 km

d) 460 km

e) 510 km

Resposta: b) 300 km

Considerando que todos esses objetos têm a mesma massa, podemos determinar a massa total M com a seguinte equação:

$$M = n \times m,$$

onde *n* é o número de objetos e *m* a massa de um deles.

Portanto a massa total M será:

$$M = 3.000 \times 10^{17}\ kg = 3 \times 10^{20}\ kg$$

Transformando as unidades da densidade ρ para o Sistema Internacional, temos:

$$\rho = 3{,}0 \frac{g}{cm^3} \times \frac{1\ kg}{10^3\ g} \times \left(\frac{10^2\ cm}{1\ m}\right)^3 = \frac{3{,}0 \times 10^6\ kg}{10^3\ m^3} \rightarrow \rho = 3{,}0 \times 10^3\ \ kg/m^3$$

Utilizando a definição de densidade, podemos calcular o volume V:

$$\rho = \frac{M}{V} \leftrightarrow V = \frac{M}{\rho} = \frac{3 \times 10^{20}\ kg}{3{,}0 \times 10^3\ \ kg/m^3} \rightarrow V = 1{,}0 \times 10^{17}\ m^3$$

Sabemos que o volume de um corpo esférico vale:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

onde *r* é o raio do corpo que queremos determinar. Resolvendo para *r*, temos:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

Substituindo-se os valores:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \times 1{,}0 \times 10^{17}\ m^3}{4\pi}} \rightarrow r \cong 2{,}9 \times 10^5\ m \approx 300\ km$$

4) A Base Scott é uma estação de pesquisa neozelandesa na Antártida, em Pram Point, na Ilha Ross, em uma reivindicação territorial da Nova Zelândia. Foi nomeada em homenagem ao capitão Robert Falcon Scott, líder de duas expedições britânicas para a área do Mar de Ross, na Antártida. A base foi criada como apoio à pesquisa de campo e ao Centro de Pesquisa sobre Ciências da Terra, e agora realiza pesquisas em muitos campos, operados pela *Antarctica New Zealand*, uma instituição governamental. Suas coordenadas geográficas são: latitude ϕ = 77°51' S e longitude λ = 166°46' L.

Em um determinado dia, um pesquisador neozelandês desta base mediu a altura mínima que o Sol atingiu acima do horizonte e anotou como h_{min} = 3°15'.

Assinale a alternativa que traz (1) a declinação aproximada do Sol neste dia e, baseado na tabela a seguir, (2) em que dia do ano foi feita esta medida. Para o item (2) arredonde para o dia inteiro mais próximo.

Dia do Mês	NDA	Declinação solar	
15/jan	15	-21,27	
15/fev	46	-13,29	
15/mar	74	-2,82	
21/mar	80	0,00	Equinócio de outono (HS)
15/abr	105	9,41	
15/mai	135	18,79	
15/jun	166	23,31	
21/jun	172	23,45	Solstício de Inverno (HS)
15/jul	196	21,52	
15/ago	227	13,78	
15/set	258	2,22	
20/set	263	0,00	Equinócio de Primavera (HS)
15/out	288	-9,60	
15/nov	319	-19,15	
15/dez	349	-23,34	
20/dez	354	-23,45	Solstício de Verão (HS)
NDA é o número de dia do ano.			

Considere o Sol como uma fonte puntiforme e ignore a refração atmosférica.

a) -15°24' e 7 de fevereiro

b) -12°30' e 16 de fevereiro

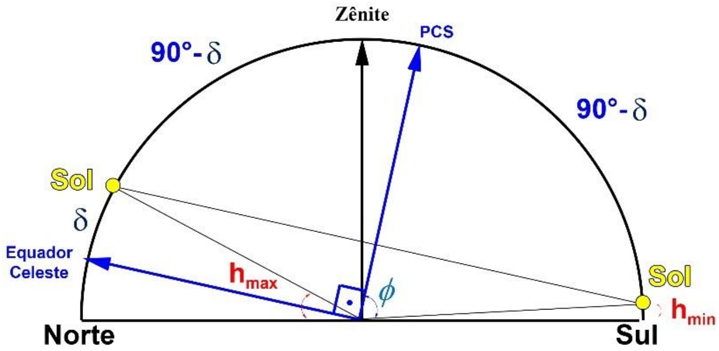
c) +12°30' e 23 de abril

d) +15°24' e 2 de maio

e) -15°24' e 9 de novembro

Resposta: a) -15°24' e 7 de fevereiro

Se o Sol durante o dia atinge uma altura mínima, significa que ele está circumpolar. A geometria do problema é mostrada na figura a seguir.



Vemos pelo esquema acima que:

$$h_{min} + 90° - \delta = \emptyset \leftrightarrow \delta = h_{min} + 90° - \emptyset$$

Substituindo-se os valores:

$$\delta = 3°15' + 90° - 77°51' \rightarrow \delta = 15°24'$$

Como o Sol está no Hemisfério Sul Celeste, sua declinação será negativa (δ = -15°24').

Pela tabela, temos dois períodos que compreendem este valor para a declinação do Sol: de 15 de janeiro a 15 de fevereiro e de 15 de outubro a 15 de novembro.

Para descobrir as datas teremos que usar uma interpolação, supondo que nos períodos a declinação variou linearmente:

- Do dia 15 de janeiro ao dia 15 de fevereiro se passaram 46 – 15 = 31 dias
- Neste período a declinação do Sol variou de -13,29° - (-21,27°) = 7,98°
- Queremos saber em quantos dias a declinação varia de 5,87° para atingir o valor de -15,40° (15°24')

$$\frac{31\ dias}{7{,}98°} = \frac{x\ dias}{5{,}87°} \rightarrow x \cong 22{,}80\ dias \approx 23\ dias$$

Portanto a medida da altura do Sol pode ter sido feita no dia 15 de janeiro + 23 dias = 7 de fevereiro.

O mesmo raciocínio vale para o período de 15 de outubro a 15 de novembro:

$$\frac{31\ dias}{9{,}55°} = \frac{x\ dias}{5{,}80°} \rightarrow x \cong 18{,}83\ dias \approx 19\ dias$$

Portanto a medida da altura do Sol pode ter sido feita no dia 15 de outubro + 19 dias = 3 de novembro.

5) M89 é uma das oito galáxias do aglomerado de Virgem que Charles Messier descobriu em 1781. Esta galáxia é elíptica do tipo E0, ou seja, M89 é praticamente esférica. Está localizado a cerca de 50 milhões de anos-luz de distância na constelação de Virgem.

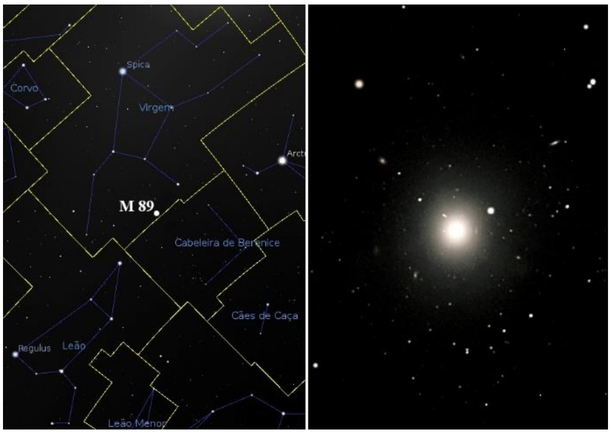


Imagem: Stellarium.

Seu diâmetro aparente de 4' (minutos de arco) corresponde a um diâmetro real de D = 70.000,0 anos-luz. M89 contém aproximadamente N = 100 bilhões de estrelas e sua magnitude aparente vale m = 9,8.

Assinale a opção que corresponde, aproximadamente, à distância média <d> entre duas estrelas de M89. Assuma, em primeira aproximação, que a distribuição das estrelas é uniforme em todo o volume.

a) 4,0 anos-luz

b) 7,0 anos-luz

c) 9,8 anos-luz

d) 12,2 anos-luz

e) 17,5 anos-luz

Resposta: d) 12,2 anos-luz

O volume da galáxia é igual a:

$$V_{gal} = \frac{4}{3}\pi R_{gal}^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_{gal}}{2}\right)^3$$

Substituindo-se os valores:

$$V_{gal} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{70.000,0}{2}\right)^3 \rightarrow V_{gal} \cong 1,8 \times 10^{14}\ ano-luz^3$$

Como neste volume há N estrelas, é como se cada estrela, em média, estivesse no centro de um cubo cujo volume é dado pela quantidade:

$$V_{est} = \frac{V_{gal}}{N} = \frac{1,8 \times 10^{14}\ ano-luz^3}{1,0 \times 10^{11}} = 1,8 \times 10^3\ ano-luz^3$$

A raiz cúbica desse volume, portanto, fornece o lado L do cubo que contém a estrela. Obviamente estará distante dos lados do cubo por uma quantidade igual a L/2 para termos a distância média <d> entre duas estrelas, portanto, precisamos multiplicar essa quantidade por 2 e finalmente obter <d> = L

$$\langle d \rangle = L = \sqrt[3]{V_{est}} = \sqrt[3]{1,8 \times 10^3} \rightarrow \langle d \rangle \cong 12,2\ anos-luz$$

6) A Lua Cheia, nas melhores condições de observação, tem uma magnitude aparente média de m = -12,74.

Imagem: Stellarium.

Sob as mesmas condições observacionais, qual é a magnitude aparente da Lua quando ela está em Quarto Crescente?

a) -6,37

b) -9,18

c) -10,45

d) -11,99

e) -13,49

Resposta: d) -11,99

A magnitude total é obtida considerando a Lei de Pogson aplicada ao fluxo emitido por um elemento de superfície unitário **f_{unit}**, multiplicado pela área **S** de toda a superfície:

$$m = -2{,}5 \log 10 (f_{unit} \times S/F_0),$$

onde **F_0** é o fluxo de referência, correspondente a uma estrela de magnitude m = 0.

Considerando toda a superfície do disco lunar, para os dados do problema temos: m = -12,74.

No caso da Lua em Quarto Crescente, a superfície emissora S’ tem metade da área do disco, ou seja, S’ = S/2.

Equacionando, temos:

$$m' = -2{,}5 \log\left(\frac{f_{unit} \times S'}{f_0}\right) = -\,2{,}5 \log\left(\frac{f_{unit} \times \frac{S}{2}}{f_0}\right) = -\,2{,}5 \log\left(\frac{f_{unit} \times S}{f_0}\right) + 2{,}5 \log(2)$$

Substituindo-se os valores:

$$m' = m + 2{,}5 \log(2) = -12{,}74 + 0{,}75 = -11{,}99$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

7) No dia 7 de março de 2022, a Equação do Tempo, definida como Tempo Solar Verdadeiro (TSV) menos Tempo Solar Médio (TSM) era de ET = -11 minutos. Neste dia, um morador de uma cidade brasileira observou que o relógio de Sol instalado na praça marcava exatamente 10h00, enquanto o seu relógio de pulso, perfeitamente sincronizado com a hora legal brasileira (Hora de Brasília), marcava 10h20min.

Sabendo que o meridiano central do fuso horário relativo à Hora de Brasília tem longitude $\lambda_{central}$ = 45° O, assinale a opção que traz a cidade onde mora este observador.

a) Bom Conselho/PE (λ = 36°45’ O)

b) Teixeira de Freitas/BA (λ = 40° O)

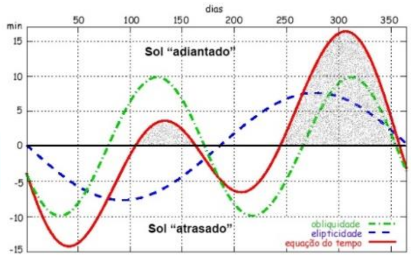
c) Limeira/SP (λ = 47°15’ O)

d) Marília/SP (λ = 50° O)

e) Nova Aurora/PR (λ = 53°15’ O

Resposta: c) Limeira/SP (λ = 47°15’ O)

Esta diferença de tempo (Δt = 20 min) se deve ao fato do Sol verdadeiro estar “atrasado” em relação ao Sol médio.



A Equação do Tempo é resultante da combinação de dois efeitos: o efeito da obliquidade do eixo da Terra, e o efeito da elipticidade da órbita terrestre.

E também à longitude geográfica da cidade onde se localiza o relógio de Sol (ou o observador).

A Hora Civil TC marcada pelo relógio do observador está ligada à hora solar média TSM pela relação:

TSM = TC ± Δλ,

onde Δλ é a diferença entre a longitude do meridiano central do fuso $\lambda_{central}$ e a longitude do observador $\lambda_{observador}$:

$$\Delta\lambda = \lambda_{central} - \lambda_{observador} \rightarrow \lambda_{observador} = \lambda_{central} - \Delta\lambda$$

Vemos que Δλ terá um sinal positivo se o observador estiver a leste do meridiano central e sinal negativo se o observador está a oeste do meridiano central.

Pela definição da Equação do Tempo, temos:

$$ET = TSV - TSM \rightarrow ET = TSV - (TC \pm \Delta\lambda) \rightarrow \Delta\lambda = TSV - TC - ET$$

Substituindo-se os valores:

$$\Delta\lambda = 10h - 10h20 - (-11\ min) = -20\ min + 11\ min = -9\ min$$

O sinal negativo indica que a cidade está a oeste do meridiano central do fuso.

Lembrando que 15° em longitude corresponde a 60 min, -9 min corresponderá a:

$$\frac{15°}{60\ min} = \frac{\Delta\lambda}{-9\ min} \rightarrow \Delta\lambda = -2{,}25° = -2°15'$$

Substituindo-se os valores:

$\lambda_{observador} = 45° - (-2°15') = 47°15'$, que corresponde, entre as opções, à cidade de Limeira/SP.

8) Considere que para estrelas da Sequência Principal (SP), com massas próximas à do Sol, a relação entre a luminosidade e a massa segue a seguinte lei de potência: **$L = kM^4$**, onde k é uma constante. Considere, também, que toda a energia liberada ao longo da vida de uma estrela é proporcional à massa dessa estrela. No caso do Sol, o seu tempo de vida na SP é avaliado em de cerca de **10 bilhões de anos**.

Para uma estrela da SP, consideramos seu tempo de vida como o seu tempo de permanência na SP **t_{SP}**, que pode ser calculado em termos do tempo de vida do Sol na mesma fase através da seguinte relação:

$$t_{SP} = \frac{E^*_{SP}/E^{Sol}_{SP}}{L_*/L_{Sol}} \times 10^{10}\ anos,$$

onde $\boldsymbol{E^*_{SP}}$ é a energia total liberada durante sua fase na Sequência Principal e $\boldsymbol{L_*}$ é a sua luminosidade.

Na tabela a seguir são indicadas as massas das estrelas para tipos específicos de classe espectral. Cada classe de letra é subdividida usando um dígito numérico com 0 (zero) sendo o mais quente e 9 (nove) sendo o mais frio (por exemplo, A8, A9, F0 e F1 formam uma sequência do mais quente para o mais frio).

Para facilitar as contas, suponha que as subclasses espectrais variam linearmente com M, dentro de cada classe.

Classe Espectral	O5	B0	A0	F0	G0	K0	M0
Massa (M_{Sol})	60,00	17,50	2,90	1,61	1,06	0,79	0,51

Se considerarmos que a vida inteligente na Terra demorou, aproximadamente, $4,6 \times 10^9$ anos para evoluir, assinale a opção que traz a classe espectral da estrela mais massiva possível, com precisão até ao nível da subclasse, em torno da qual os astrônomos podem procurar por vida inteligente, como nós a conhecemos.

Dicas: - Equacione a relação entre energia e massa;

- Equacione a relação entre E_{SP} e t_{SP};

- Utilize a relação luminosidade-massa para achar a relação entre t_{SP} e a massa da estrela.

a) F8

b) F6

c) F4

d) F2

e) A0

Resposta: b) F6

Pela equação de Einstein ($E = mc^2$) sabemos que a Energia total liberada por uma estrela da Sequência Principal é proporcional à sua massa: $E_{SP} \propto M$

A Energia total E_{SP}, então, será a potência luminosa (sua Luminosidade L) emitida pela estrela em todas as direções durante todo o seu tempo t de vida:

$$E_{SP} \propto L \times t_{SP} \rightarrow M \propto L \times t_{SP}$$

Da relação entre a luminosidade e a massa dada:

$$L = kM^4 \rightarrow M \propto kM^4 \times t_{SP}$$

Para passarmos de uma proporcionalidade para uma igualdade, façamos k igual a 1. Assim, temos:

$$t_{SP} = M/M^4 = M^{-3}$$

Para uma estrela em relação ao Sol, temos:

$$\frac{t_*}{t_{Sol}} = \left(\frac{M_{Sol}}{M_*}\right)^3 \rightarrow M_* = M_{Sol}\sqrt[3]{\frac{t_{Sol}}{t_*}}$$

Substituindo-se os valores:

$$M^*_{max} = M_{Sol}\sqrt[3]{\frac{10^{10}}{4{,}6 \times 10^9}} \rightarrow M^*_{max} = M_{Sol}\sqrt[3]{2{,}17} \rightarrow M^*_{max} \cong 1{,}29\ M_{Sol}$$

Uma estrela com massa maior do que 1,29 M_{Sol} terá um tempo de vida inferior à $4{,}6 \times 10^9$ anos, tempo que foi necessário para a vida inteligente evoluir.

De volta à tabela, vemos que a classe espectral desta estrela está entre G0 (1,06 M_{Sol}) e F0 (1,61 M_{Sol}).

Como foi dito para considerarmos que as subclasses espectrais variam linearmente com M, podemos usar uma regra de três simples para encontrar a subclasse correspondente à 1,29 M_{Sol}.

De G0 a F0 temos 10 intervalos e a massa varia de (1,06 M_{Sol} a 1,61M_{Sol}).

Classe Espectral	G0	F9	F8	F7	F6	F5	F4	F3	F2	F1	F0
Massa (M_{Sol})	1,06										1,61

$$\frac{10\ intervalos}{1{,}61 - 1{,}06} = \frac{X}{1{,}29 - 1{,}06} \rightarrow X \cong 4{,}18 \approx 4\ intervalos$$

Classe Espectral	G0	F9	F8	F7	**F6**	F5	F4	F3	F2	F1	F0
Massa (M_{Sol})	1,06	1,11	1,16	1,22	**1,27**	1,33	1,38	1,44	1,49	1,55	1,61

A classe espectral procurada será a **F6**.

9) Duas estrelas **A** e **B** têm, respectivamente, magnitudes absolutas M_A = 3,0 e M_B = 5,0. Porém elas são observadas com o mesmo brilho (magnitude aparente).

Assinale a opção que traz a razão aproximada entre as distâncias, r_A e r_B, destas estrelas até nós.

a) $r_A = 2{,}0r_B$

b) $r_A = 2{,}5r_B$

c) $r_A = 3{,}0r_B$

d) $r_B = 2{,}0r_A$

e) $r_B = 2{,}5r_A$

Resposta: b) $r_A = 2{,}5r_B$

Pelo módulo de distância, temos:

$$m_A - M_A = 5\log r_A - 5 \rightarrow m_A = M_A + 5\log r_A - 5$$
$$m_B - M_B = 5\log r_B - 5 \rightarrow m_B = M_B + 5\log r_B - 5$$

Como elas têm o mesmo brilho, $m_A = m_B$

$$M_A + 5\log r_A - 5 = M_B + 5\log r_B - 5 \rightarrow M_B - M_A = 5(\log r_A - \log r_B)$$

Substituindo-se os valores:

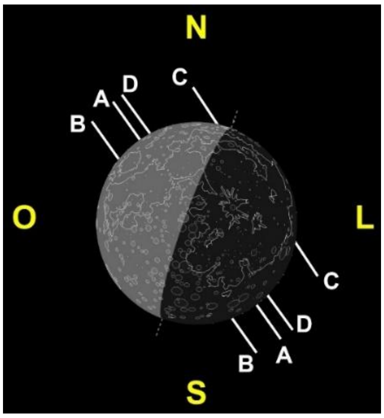
$$\frac{5{,}0 - 3{,}0}{5} = \log\left(\frac{r_A}{r_B}\right) \rightarrow \log\left(\frac{r_A}{r_B}\right) = 0{,}4 \rightarrow r_A = 10^{0{,}4} r_B \rightarrow r_A \cong 2{,}5 r_B$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

10) Ocultação é o fenômeno de desaparecimento temporário de um astro, devido à passagem de outro com maior diâmetro aparente à sua frente, a partir de um determinado ponto de vista. A Lua, em sua trajetória aparente pelo céu, passa ocasionalmente em frente a uma estrela brilhante, ocultando-a da nossa vista.

A imagem a seguir traz a ocultação de *Eta Leonis*, de maio de 2023. As linhas brancas indicam as trajetórias de *Eta Leonis*, em relação à Lua, do ponto de vista de quatro capitais brasileiras: A, B, C e D.



Assinale a opção que traz a identificação correta destas cidades.

a) A/São Paulo, B/Palmas, C/Florianópolis e D/Rio de Janeiro

b) A/Rio de Janeiro, B/Florianópolis, C/Palmas e D/São Paulo

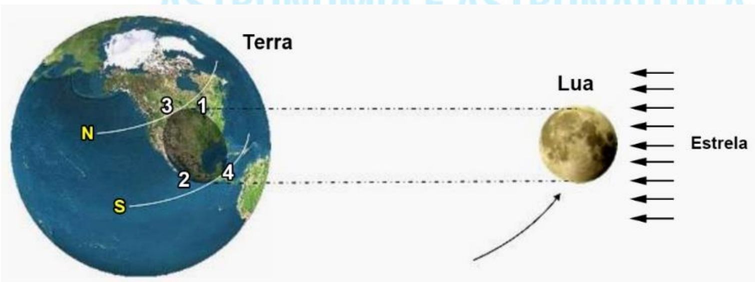
c) A/Rio de Janeiro, B/Palmas, C/Florianópolis e D/São Paulo

d) A/Florianópolis, B/São Paulo, C/Palmas e D/Rio de Janeiro

e) A/São Paulo, B/Florianópolis, C/Palmas e D/Rio de Janeiro

Resposta: e) A/São Paulo, B/Florianópolis, C/Palmas e D/Rio de Janeiro

As ocultações de estrelas pela Lua são divididas em dois tipos: totais e rasantes. As totais são aquelas nas quais a estrela desaparece de um lado do limbo lunar e reaparece no outro. Já as rasantes são um tipo especial de ocultação lunar; elas ocorrem próximos aos polos da Lua, e a estrela desaparece e reaparece diversas vezes atrás de acidentes no relevo lunar.



Fonte: IOTA Occultation Observer's Manual (adaptado)

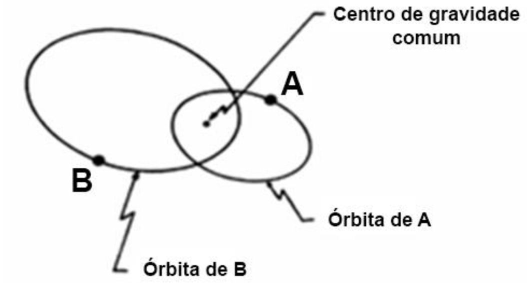
Na imagem, fora de escala, vemos a projeção da sombra da Lua, causada pela estrela, na superfície da Terra. As curvas **N** e **S** indicam os limites norte e sul, respectivamente, da faixa de visibilidade da ocultação. Os locais situados entre **N** e **S** verão o fenômeno. Os observadores em **1** e **2** terão uma ocultação total. Em **1**, a estrela será ocultada mais ao norte da Lua e em **2**, mais ao sul. Já em **3** e **4** a ocultação será rasante ao norte e ao sul da Lua, respectivamente.

Nesta questão, as linhas referentes às capitais devem ser identificadas por suas latitudes. Palmas, capital de Tocantins, é a capital mais ao norte das opções apresentadas, portanto corresponde à letra C. Depois, para o sul, temos Rio de Janeiro (letra D), São Paulo (letra A) e Florianópolis, a cidade mais ao sul das opções apresentadas, correspondendo à letra B.

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

11) Suponha duas estrelas constituindo um sistema duplo, cada uma delas orbitando em torno do centro de massa comum do sistema. Por observações astronômicas, sabe-se que o tamanho angular do semi-eixo maior da órbita relativa verdadeira vale α = 10,0'' (segundos de arco), que a distância do binário ao Sol vale r = 2,0 pc e que o período orbital do sistema vale P = 28,2 anos.



Sabendo que uma das estrelas está 4 vezes mais distante do centro de massa comum do que a outra, assinale a opção que traz a massa de cada uma destas estrelas.

Dado: 1 pc = 206.265 UA

a) M_A = 7,0 M_{Sol} e M_B = 3,0 M_{Sol}

b) M_A = 8,0 M_{Sol} e M_B = 2,0 M_{Sol}

c) M_A = 8,9 M_{Sol} e M_B = 1,1 M_{Sol}

d) M_A = 10,0 M_{Sol} e M_B = 2,5 M_{Sol}

e) M_A = 22,4 M_{Sol} e M_B = 5,6 M_{Sol}

Resposta: b) M_A = 8,0 M_{Sol} e M_B = 2,0 M_{Sol}

A terceira Lei de Kepler na forma derivada por Newton pode ser escrita como:

$$(M+m) = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{P^2}$$

Se utilizarmos o sistema em que as massas estão em unidades de massa do Sol (M_{Sol}), seus períodos em anos e suas distâncias em unidades astronômicas o valor de $4\pi^2/G$ é igual a 1 e poderemos simplificar a equação acima:

$$M_A + M_B = \frac{a^3}{p^2}$$

Sabemos que a (UA) = α (") × r (pc).

Substituindo-se os valores, temos:

$$M_A + M_B = \frac{(10{,}0" \times 2{,}0\ pc)^3}{(28{,}2\ anos)^2} \rightarrow M_A + M_B \cong 10{,}0\ M_{Sol}$$

Sabemos que uma das estrelas está 4 vezes mais distante do centro de massa. Pela definição de centro de massa, podemos escrever:

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{a_B}{a_A} = 4$$

$$M_A + M_B = 4M_B + M_B = 10{,}0\ M_{Sol}$$

Temos, então, que M_B = 2,0 M_{Sol} e M_A = 8,0 M_{Sol}

12) Um telescópio com um espelho de 3,80 metros de diâmetro tem um detetor na faixa do infravermelho, entre os 20 e os 640 micrômetros. Este telescópio foi capaz de detectar, no seu limite de resolução, um disco protoplanetário com um raio de 12 UA em torno de uma estrela.

Assinale a alternativa que traz a distância máxima aproximada a que essa estrela pode se encontrar da Terra.

Dado: 1 pc = $3{,}086 \times 10^{16}$ m

a) 0,56 pc

b) 1,12 pc

c) 6,84 pc

d) 9,10 pc

e) 18,20 pc

Resposta: e) 18,20 pc

Para calcular o poder de separação, temos de usar o limite da faixa de sensibilidade do detector que nos dá a melhor resolução, portanto 20 μm.

$$\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{D} \rightarrow \theta = 1{,}22\frac{20 \times 10^{-6}\, m}{3{,}80\, m} \rightarrow \theta \cong 6{,}42 \times 10^{-6}\, radianos$$

A relação entre o tamanho angular θ de um objeto e seu tamanho real L depende da distância r do observador através da seguinte relação:

$$L = r\theta \leftrightarrow r = \frac{L}{\theta}$$

Substituindo-se os valores:

$$r = \frac{2 \times 12 \times 150 \times 10^{9}\, m}{6{,}42 \times 10^{-6}} \rightarrow r \cong 5{,}61 \times 10^{17}\, m \equiv 18{,}20\, pc$$

13) Considere uma estrela variável do tipo RR Lyrae. Os astrônomos determinaram que o seu período de pulsações é de 12 horas, a sua magnitude aparente tem uma variação de $\Delta m = 0,7$ e a razão entre a temperatura no máximo de brilho T_1 e no mínimo de brilho T_2 é $T_1/T_2 = 1,3$.

Assinale a opção que traz a razão (R_1/R_2) aproximada entre os raios da estrela no brilho máximo e no brilho mínimo, respectivamente.

a) 0,436

b) 0,818

c) 0,873

d) 1,300

e) 1,746

Resposta: b) 0,818

Pela Lei de Stefan-Boltzmann, para uma estrela de raio R, sua Luminosidade pode ser obtida multiplicando-se o fluxo na fotosfera (σT^4) pela área total da fotosfera ($4\pi R^2$):

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Se L_1 e L_2 são, respectivamente, a Luminosidade máxima e mínima, temos:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$$

Pela equação de Pogson para a mesma estrela:

$$m_2 - m_1 = \Delta m = 2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \equiv 2,5 \log\left(\frac{L_1}{L_2}\right)$$

Substituindo-se os valores:

$$0,7 = 2,5 \log\left(\frac{L_1}{L_2}\right) \rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 10^{\frac{0,7}{2,5}} \rightarrow \frac{L_1}{L_2} \cong 1,91$$

$$1,91 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 (1,3)^4 \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1,91}{(1,3)^4}} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} \cong 0,818$$

14) Considere uma estrela cuja paralaxe mede p = 0,317” (segundos de arco) e que, apesar da sua proximidade, só pode ser vista ao telescópio, pois é 300 vezes menos brilhante que o limite de nossa percepção visual a olho nu, que corresponde à magnitude 6,0.

Assinale a opção que traz a que distância, aproximadamente, deveria estar essa estrela para ser percebida visualmente sem um telescópio, supondo as melhores condições de observação.

Dado: 1 pc = $3{,}086 \times 10^{16}$ m; 1 ano-luz = $9{,}461 \times 10^{15}$ m

a) 0,58 anos-luz

b) 1,89 anos-luz

c) 3,15 anos-luz

d) 6,00 anos-luz

e) 10,27 anos-luz

Resposta: a) 0,58 anos-luz

Se a estrela é 300 vezes menos brilhante do que uma estrela no limite da magnitude visível, significa que o seu fluxo F (energia por unidade de área por unidade de tempo) é 300 vezes menor. Podemos então calcular a magnitude aparente desta estrela pela equação de Pogson:

$$m_* - 6 = -2{,}5\log\left(\frac{F_*}{F_6}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{1}{300}\right) \cong 6{,}19 \rightarrow m_* = 6 + 6{,}19 = 12{,}19$$

Podemos, então, utilizar novamente a equação de Pogson para a situação do limite de visibilidade:

$$m_* - m_6 = -2{,}5\log\left(\frac{F_*}{F_6}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{\frac{L}{4\pi d_*^2}}{\frac{L}{4\pi d_6^2}}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{d_6^2}{d_*^2}\right) = -5\log\left(\frac{d_6}{d_*}\right)$$

Sabemos que d_* (pc) = 1/p (“). Então d_* = 1/0,317” → $d_* \cong$ 3,15 pc

Substituindo-se os valores, temos:

$$12{,}19 - 6 = -5\log(d_6) + 5\log(3{,}15)$$

$$6{,}19 = 2{,}49 - 5\log(d_6)$$

$$\log(d_6) = \frac{3{,}7}{-5} \rightarrow d_6 = 10^{-0{,}74} \rightarrow d_6 \cong 0{,}18\ pc$$

Em anos-luz:

$$d_6 = 0{,}18\ pc \times \frac{3{,}26\ anos - luz}{pc} \rightarrow d_6 \cong 0{,}58\ anos - luz$$

Bem mais próxima do que Próxima Centauri.

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

15) Artemis 1 é o primeiro estágio de uma série de missões projetadas para enviar humanos à Lua como parte do programa Artemis. A NASA lançou com sucesso o Artemis 1 em 16 de novembro, do *Kennedy Space Center*, na Flórida/USA.

A cápsula não tripulada Orion do Artemis 1 tem transmitido muitas fotos da Terra e de seu satélite natural e no dia 28 de novembro de 2022 ela capturou esta foto da passagem da Lua na frente da Terra, quando ela se encontrava a uma distância de 432.210 km da Terra. Distância recorde para uma espaçonave projetada para transportar seres humanos.

Crédito da imagem: NASA.

Assinale a opção que traz quantos quilômetros deveriam se somar aos 432.210 km de distância da Terra para que a Orion pudesse capturar uma imagem da Lua e do nosso planeta com o mesmo tamanho aparente.

Dados: - raio da Terra R_T = 6.378,1 km
- raio da Lua R_L = 1.737,4 km
- distância centro a centro Terra-Lua d_{TL} = 384.400 km

a) 24.146,4 km

b) 96.102,9 km

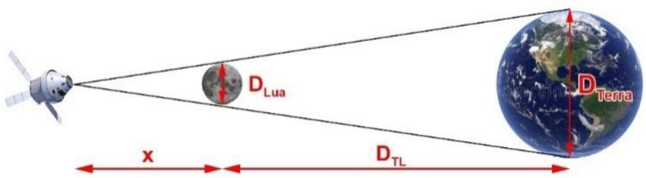
c) 143.912,9 km

d) 240.015,8 km

e) 528.312,9 km

Resposta: b) 96.102,9 km

A figura a seguir, fora de escala, traz a geometria do problema, que pode ser resolvido por semelhança de triângulos.



$$\frac{D_{Terra}}{D_{Lua}} = \frac{x + D_{TL}}{x} \rightarrow xD_{Terra} = xD_{Lua} + D_{Lua}D_{TL}$$

$$x = \frac{D_{Lua}D_{TL}}{D_{Terra} - D_{Lua}}$$

Substituindo-se os valores:

$$x = \frac{2 \times 1.737,4\ km \times 384.400\ km}{2 \times 6.378,1\ km - \ 2 \times 1.737,4\ km} \rightarrow x \cong 143.912,9\ km$$

A distância que a capsula Orion tem que estar da Terra para "ver" a Lua e a Terra com o mesmo diâmetro aparente será:

$$D = 384.400\ km + 143.912{,}9\ km = 528.312{,}9\ km$$

A capsula Orion chegou a 432.210 km da Terra, faltaram, então:

$$528.312{,}9\ km - 432.210\ km = 96.102{,}9\ km$$

16) As estrelas variáveis pulsantes radiais são estrelas cuja luminosidade varia com o tempo, devido a variações no seu tamanho. Elas podem ser reconhecidas facilmente, observando a sua variação em luminosidade, que se dá de maneira muito regular. Dois tipos de variáveis são importantes como indicadores de distância: as Cefeidas e as RR Lyrae.

A magnitude absoluta M de uma Cefeida de período P (em dias) pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$M = -1{,}40 - 2{,}76 \log(P)$$

Se as Cefeidas podem apresentar períodos de pulsação entre 1,2 e 100 dias, com amplitudes de pulsação entre 0,3 e 3,5 magnitudes, e assumindo que um determinado telescópio possa fazer observações profundas e precisas até magnitude 23, assinale a alternativa que traz a distância máxima que podemos inferir com esta técnica e este telescópio.

a) 758,58 kpc

b) 838,89 kpc

c) 5,06 Mpc

d) 11,07 Mpc

e) 9,64 Mpc

Resposta: e) 9,64 Mpc

A Cefeida mais brilhante corresponderá àquela de maior período de pulsação (P = 100 dias).

Substituindo na fórmula:

$$M = -1{,}40 - 2{,}76 \log(100) \rightarrow M = -6{,}92$$

Pelo módulo de distância:

$$m - M = 5 \log r - 5$$

Substituindo-se os valores:

$$\log r = \frac{23 - (-6{,}92) + 5}{5} \rightarrow r_{max} = 10^{6{,}984} \rightarrow r_{max} \cong 9{,}64 \times 10^{6}\ pc = 9{,}64\ Mpc$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

17) O Telescópio VLT do ESO consiste em quatro telescópios, cada um com um espelho primário de diâmetro d = 8,2 m, que pode enviar a luz coletada por cada um deles para um foco comum.

Fonte: ESO.

Suponha que o VLT esteja observando uma estrela de magnitude m = 22,0.

Assinale a opção que traz a ordem de grandeza (10^n) do número de fótons desta estrela que são coletados pelos quatro telescópios do VLT a cada segundo.

Considere que a energia média dos fótons seja $E = 4,8 \times 10^{-19}$ J.

Dados: Magnitude aparente do Sol m = -26,74; Constante Solar = 1.366 W/m^2

a) 10^2

b) 10^3

c) 10^4

d) 10^5

e) 10^6

Resposta: c) 10^4

Para conhecermos o fluxo da estrela que chega até o VLT temos que comparar com o fluxo F do Sol, considerando suas diferenças em magnitude aparente:

$$m_{estrela} - m_{Sol} = -2,5 \log\left(\frac{F_{estrela}}{F_{Sol}}\right)$$

Substituindo-se os valores e resolvendo para $F_{Estrela}$:

$$F_{estrela} = 10^{\left(\frac{-26,74-22,0}{2,5}\right)} F_{Sol} \rightarrow F_{estrela} \cong 3,19 \times 10^{-20} F_{Sol}$$

$$F_{estrela} = 3,19 \times 10^{-20} \times 1.366 \ \frac{W}{m^2} \rightarrow F_{estrela} \cong 4,36 \times 10^{-17} \ \frac{W}{m^2}$$

Como a energia média dos fótons da estrela é $E = 4,8 \times 10^{-19}$ J, obtemos que o número **n** de fótons que chega a cada segundo em uma superfície de um metro quadrado é:

$$n = \frac{4,36 \times 10^{-17} \ \frac{W}{m^2}}{4,8 \times 10^{-19} \ J} = \frac{4,36 \times 10^{-17} \ \frac{J/s}{m^2}}{4,8 \times 10^{-19} \ J} \rightarrow n \cong 90,8 \ \frac{fótons}{m^2 \cdot s} \approx 91 \ \frac{fótons}{m^2 \cdot s}$$

A área total A de coleta do VLT é dada pela soma das áreas dos quatro espelhos de 8,2 m:

$$A = 4 \times \pi \left(\frac{8,2 \ m}{2}\right)^2 \rightarrow A \cong 211,2 \ m^2 \approx 211 \ m^2$$

O número total **N** de fótons coletados a cada segundo pelo VLT será, portanto:

$$N = 91 \ \frac{fótons}{m^2 \cdot s} \times 211 \ m^2 = 1,92 \times 10^4 \ \ fótons/s \equiv 10^4 \ \ fótons/s$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

18) Suponha um sistema binário composto por duas estrelas de nêutrons perfeitamente esféricas e idênticas, cada uma com densidade média ρ = 1,96 × 10^{11} kg/cm^3 e massa M = 2,80 × 10^{30} kg. As duas estrelas giram em uma órbita circular com um período P = 7,75 horas.

Assinale a opção que traz os valores aproximados para (1) o raio **R** destas estrelas e (2) o semieixo maior **a**, em UA.

Dado: Constante da Gravitação Universal G = 6,67 × 10^{-11} m^{3}kg^{-1}s^{-2}

a) 8 km e 0,013 UA

b) 8 km e 0,026 UA

c) 10 km e 0,006 UA

d) 15 km e 0,013 UA

e) 15 km e 0,026 UA

Resposta: d) 15 km e 0,013 UA

Equacionando o volume da estrela com sua densidade:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{M}{\rho}$$

Substituindo-se os valores e resolvendo para R:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 2{,}80 \times 10^{30}\ kg}{4\pi \times 1{,}96 \times 10^{11}\ \ kg/cm^3}} \rightarrow R \cong 1{,}50 \times 10^6\ cm = 15\ km$$

O valor do semieixo maior ***a***:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M+M)}{4\pi^2} \leftrightarrow a = \sqrt[3]{\frac{G(M+M)P^2}{4\pi^2}}$$

O período P = 7,75 horas equivale a P = 27.900 s

Substituindo-se os valores:

$$a = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}60 \times 10^{30} \times (27.900)^2}{4\pi^2}} \rightarrow a \cong 1{,}95 \times 10^9\ m = 1{,}95 \times 10^6\ km$$

Em UA:

$$a = \frac{1{,}95 \times 10^6\ km}{150 \times 10^6\ km} \rightarrow a \cong 1{,}30 \times 10^{-2}\ UA = 0{,}013\ UA$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

19) Numa futura base lunar, localizada na latitude selenográfica de $\phi = 65°$ N, um colono resolveu registrar o nascer do Sol. Ele tem uma visão para o horizonte desimpedida, plana e horizontal

Assinale a opção que traz a duração aproximada do nascer do Sol para este observador.

Para simplificar, vamos considerar que a Lua orbita a Terra no plano da Eclíptica e que a rotação em torno do seu eixo seja perpendicular ao plano da sua órbita.

Considere o nascer do Sol como começando quando a borda do Sol começa a surgir no horizonte e termina quando o Sol está completamente acima do horizonte.

Dados: Diâmetro angular do Sol $\varnothing_{Sol}$ = 32,0' (minutos de arco); Período Sideral da Lua P = 27,3 dias; Período Sinódico da Lua S = 29,5 dias.

a) 1,1 h

b) 1,5 h

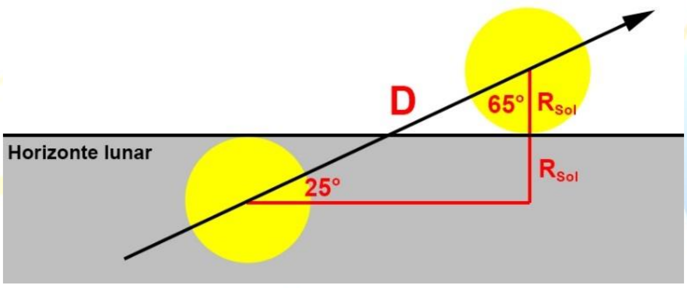
c) 2,0 h

d) 2,3 h

e) 2,5 h

Resposta: e) 2,5 h

A imagem a seguir traz a geometria do problema:



O tempo total do nascer do Sol no horizonte lunar será o tempo que o centro do Sol demorará para percorrer a distância D.

$$D = \frac{2 \times R_{Sol}}{\sin 25°} = \frac{32'}{\sin 25°} \rightarrow D \cong 75{,}7'$$

Apesar do nosso satélite demorar cerca de 27,3 dias para finalizar sua rotação em torno do seu eixo (Período Sideral), no final da rotação, o Sol ainda não ilumina, do mesmo jeito, o mesmo ponto lunar do início. Isso só vai ocorrer quando o satélite completar o intervalo entre duas fases iguais da Lua (Período Sinódico) – o período entre duas Luas Cheias, por exemplo. Esse intervalo de tempo, conhecido como lunação, dura cerca de 29,5 dias terrestres e equivale ao "dia" lunar.

Então, se no céu lunar o Sol percorre 360° em 29,5 dias, o Sol percorrerá 75,7' em:

$$\Delta t = \frac{75{,}7' \times 29{,}5\, dias \times 24\, h/dia}{360° \times 60\ '/°} \cong 2{,}5\, h$$

20) Considere três estrelas, que vamos denominar de **A**, **B** e **C** e que têm as seguintes propriedades:

- a estrela **A**, vista da estrela **B**, está no limite da visibilidade do olho nu
- a estrela **B**, vista da estrela **C**, está no limite da visibilidade do olho nu
- a estrela **C**, vista da estrela **A**, está no limite da visibilidade do olho nu

Chamemos as distâncias entre as estrelas A e B de $\mathbf{d_1}$, entre B e C de $\mathbf{d_2}$ e entre C e A de $\mathbf{d_3}$.

Considere que as magnitudes absolutas de A e B sejam, respectivamente, $\mathbf{M_A = 2{,}5}$ e $\mathbf{M_B = 3{,}5}$ e que o limite de visibilidade de uma estrela para o olho nu seja $m \leq 6{,}0$.

Marque a opção que traz a magnitude absoluta mínima aproximada da estrela **C** que satisfaz as condições acima.

a) 1,0

b) 1,4

c) 3,5

d) 4,6

e) 6,0

Resposta: b) 1,4

Do módulo de distância, onde *m* é a magnitude aparente, *M* é a magnitude absoluta e *r* medido em parsec, temos:

$$m - M = 5\log(r) - 5$$

Da primeira condição, temos:

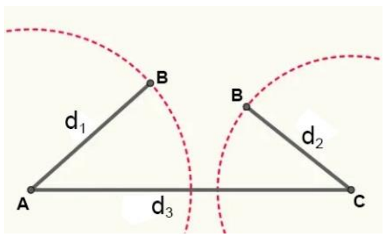
$$6{,}0 - 2{,}5 = 5\log(d_1) - 5 \rightarrow \log(d_1) = \frac{8{,}5}{5} \rightarrow d_1 \cong 50{,}1\ pc$$

Da segunda condição, temos:

$$6{,}0 - 3{,}5 = 5\log(d_2) - 5 \rightarrow \log(d_2) = \frac{7{,}5}{5} \rightarrow d_2 \cong 31{,}6\ pc$$

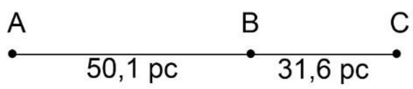
Utilizando as condições de existência de um triângulo, temos:

$$d_1 + d_2 > d_3 > |d_1 - d_2|$$



$$81{,}7\ pc < d_3 < 18{,}5\ pc$$

A magnitude absoluta mínima corresponderá à maior distância que d_3 pode assumir (d_3 = 81,7 pc):



Aplicando novamente o módulo de distância:

$$6 - M_{C,max} = 5\log(81{,}7) - 5 \rightarrow M_{C,max} \cong 1{,}4\ mag$$