3ª PROVA ONLINE DE 3 DE DEZEMBRO DE 2021

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2022 -

GABARITO COMENTADO

1) A distância da Terra à Lua e aos planetas mais próximos, hoje, é feita com a utilização de radares, mas, antes de sua invenção, os astrônomos mediam as distâncias desses objetos à Terra usando a paralaxe resultante da observação em pontos extremos da Terra, como podemos ver na imagem a seguir, fora de escala.

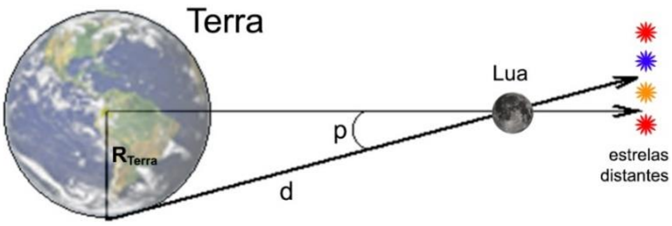


Imagem: https://lief.if.ufrgs.br/ (adaptada).

O ângulo **p** mede a Paralaxe Geocêntrica e é definido como o deslocamento aparente sofrido pelo objeto quando observado de dois pontos separados por uma distância igual ao raio da Terra.

Considere que o raio da Terra seja R_{Terra} = 6.400,0 km e que Saturno está a, aproximadamente, 9,5 UA do Sol.

Dado: 1,00 UA = $1,5 \times 10^{11}$ m

Assinale a alternativa que traz o valor aproximado da Paralaxe Geocêntrica de Saturno, em segundos de arco.

a) 0,90”

b) 0,09”

c) 0,50”

d) 1,80”

e) 1,00”

Esta questão foi ANULADA, pois faltou a informação da posição de Saturno em relação à Terra

Resposta: a) 0,90”

A Paralaxe Geocêntrica é calculada por:

$$p(rad) = \frac{R_{Terra}}{d}$$

A unidade astronômica vale, aproximadamente, 150×10^6 km

Substituindo-se os valores:

$$p = \frac{6.400,0\ km}{9,5 \times 150 \times 10^6\ km} \rightarrow p \cong 4,5 \times 10^{-6}\ radianos$$

Por regra de três simples, achamos o fator que transforma radianos em segundos de arco:

$$\frac{180° \times \frac{60'}{1°} \times \frac{60''}{1'}}{\pi\ radianos} = \frac{x}{1\ radiano} \rightarrow x = \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} \cong 206.265''$$

O valor de p em segundos de arco será: p = $206.265 \times 4,5 \times 10^{-6} \rightarrow p \cong 0,90''$

2) Mercúrio é o menor e mais interno planeta do Sistema Solar. Seu eixo de rotação apresenta a menor inclinação em relação à perpendicular ao plano da sua órbita, a qual tem a maior excentricidade (e = 0,206) dentre todos os planetas do Sistema Solar.

Com essa informação, assinale a alternativa que traz o valor aproximado do módulo da máxima variação da magnitude aparente, Δm, do Sol, quando visto de Mercúrio, ao longo da sua órbita.

a) 0,91

b) 0,45

c) 1,82

d) 0,61

e) 1,36

Resposta: a) 0,91

A máxima variação possível da magnitude aparente do Sol é obtida quando observado do periélio e do afélio. Pela equação de Pogson, temos:

$$m_{periélio} - m_{afélio} = -2{,}5\log\left(\frac{F_{periélio}}{F_{afélio}}\right)$$

O fluxo solar F a uma distância d do Sol é dado por:

$$F = \frac{L_{Sol}}{4\pi d^2}$$

Substituindo-se o fluxo F na equação de Pogson, temos:

$$m_{periélio} - m_{afélio} = -2{,}5\log\frac{\left(\frac{L_{Sol}}{4\pi d^2_{periélio}}\right)}{\left(\frac{L_{Sol}}{4\pi d^2_{afélio}}\right)}$$

$$m_{periélio} - m_{afélio} = -2{,}5\log\left(\frac{d_{afélio}}{d_{periélio}}\right)^2 \rightarrow \Delta m = -5\log\left(\frac{d_{afélio}}{d_{periélio}}\right)$$

Sabemos que $d_{afélio}$ = a(1 + e) e $d_{periélio}$ = a(1 – e)

A dedução das duas equações acima pode ser encontrada aqui: http://astro.if.ufrgs.br/movplan2/movplan2.htm

Substituindo-se na equação, temos:

$$\Delta m = -5\log\left(\frac{1+e}{1-e}\right) = -5\log\left(\frac{1+0{,}206}{1-0{,}206}\right) \rightarrow |\Delta m| \cong 0{,}91$$

3) Assinale F (Falso) ou V (Verdadeiro) na frente de cada afirmação na qual comparamos as Anãs Brancas em relação às estrelas da Sequência Principal.

(V) Anãs Brancas são mais evoluídas.

(V) Anãs Brancas são sempre mais densas.

(V) Anãs Brancas não fazem fusão em seus núcleos.

(F) Anãs Brancas têm maior luminosidade.

(F) Estrelas da Sequência Principal não transformam hidrogênio em hélio.

Resposta:

A afirmação “Anãs Brancas são mais evoluídas.” é VERDADEIRA, pois sabemos que elas estão no estágio final da sua evolução.

A Afirmação “Anãs Brancas são sempre mais densas.” é VERDADEIRA, pois as Anãs Brancas são núcleos estelares compactados, mantidos pela pressão de degenerescência dos elétrons.

A Afirmação “Anãs Brancas não fazem fusão em seus núcleos.” é VERDADEIRA, pois é justamente porque não produzem mais energia por fusão que a força da gravidade “vence” compactando o núcleo da estrela.

A Afirmação “Anãs Brancas têm maior luminosidade.” é FALSA, pois a luminosidade é proporcional ao produto R^2T^4 o qual é sempre menor no caso das Anãs Brancas.

A Afirmação “Estrelas da Sequência Principal não transformam hidrogênio em hélio.” é FALSA, pois a condição para a estrela estar na Sequência Principal é ela fazer fusão de Hidrogênio em Hélio.

4) Os anéis de Saturno são as características mais proeminente e reconhecível deste planeta. Em 1675 Jean Dominique Cassini (1625-1712) descobriu que havia um vazio no anel como um todo. Esse vazio ficou conhecido como Divisão de Cassini, sendo a maior divisão dos anéis.

A imagem a seguir mostra a localização da Divisão de Cassini e traz um detalhe da região, obtida pela sonda Cassini-Huygens, em novembro de 2008, mostrando que ela não é completamente vazia. As distâncias das bordas interna e externa da divisão de Cassini ao centro de Saturno também estão assinaladas na imagem.

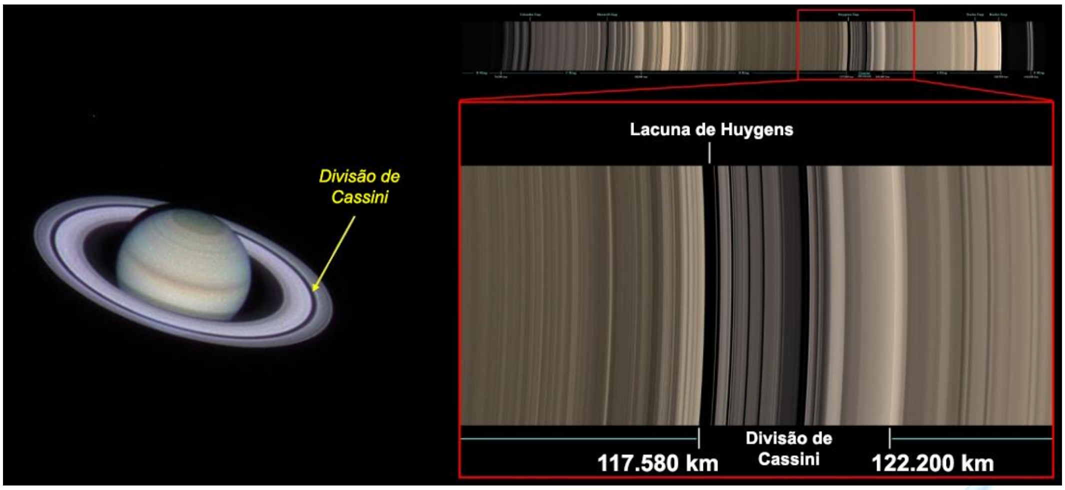


Imagem: NASA.

Assinale a opção que traz o diâmetro mínimo que um telescópio deve ter para poder resolver a Divisão da Cassini nos anéis de Saturno durante sua oposição. Despreze qualquer efeito da atmosfera da Terra.

Considere que a Terra e Saturno tenham órbitas circulares de raios iguais a, respectivamente, 1,0 UA e 9,5 UA. Utilize o comprimento de onda da luz λ = 550 nm.

Dado: 1,0 UA = $1,5 \times 10^{11}$ m

a) 18,5 cm

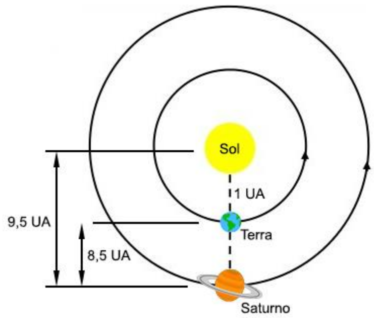
b) 20,7 cm

c) 22,9 cm

d) 16,3 cm

e) 25,1 cm

Resposta: a) 18,5 cm



Em oposição, a distância de Saturno até a Terra vale d = 9,5 UA – 1,0 UA = 8,5 UA

Pela figura pode-se deduzir que a Divisão de Cassini tem extensão de

$$l = 122.200\ km - 117.580\ km = 4.620\ km$$

Convertendo esta extensão para unidades astronômicas, temos:

$$l = \frac{4.620\ km}{150 \times 10^6\ km/ua} = 3{,}08 \times 10^{-5}\ UA$$

O ângulo subtendido por essa extensão vale:

$$\tan\theta = \frac{3{,}08 \times 10^{-5}\ UA}{8{,}5\ UA} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}08 \times 10^{-5}\ UA}{8{,}5\ UA}\right) \rightarrow \theta \cong 3{,}62 \times 10^{-6}\ rad$$

Pelo critério de resolução angular de Rayleigh, temos:

$$\theta_R[rad] = \frac{1{,}22\lambda}{D}$$

Onde D é o diâmetro mínimo do telescópio, em metros, que queremos encontrar.

Resolvendo para D, temos:

$$D = \frac{1{,}22\lambda}{\theta_R}$$

Substituindo-se os valores:

$$D = \frac{(1{,}22)(550 \times 10^{-9}\ m)}{(3{,}62 \times 10^{-6})} \rightarrow D \cong 1{,}85 \times 10^{-1}\ m = 18{,}5\ cm$$

5) Uma estrela cuja declinação é a mesma que a do Sol no solstício de dezembro faz sua passagem meridiana a uma altura h = 50° 23’ 11,2” e Azimute Az = 0° (norte do zênite) medidos por um observador.

Assinale a alternativa que traz a latitude do observador.

a) 63° 06’48,8’’ S

b) 63° 06’48,8’’ N

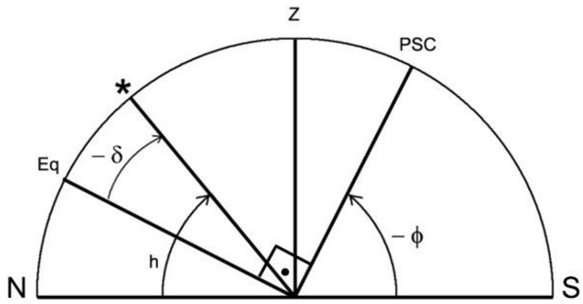
c) 50° 23’ 11,2’’ S

d) 39° 36’ 48,8’’ S

e) 39° 36’ 48,8’’ N

Resposta: a) 63° 03’48,8’’ S

Se a declinação da estrela é a mesma do Sol no solstício de dezembro, então sua declinação será δ = -23,5°. Como a passagem meridiana se dá ao norte do zênite, teremos o seguinte plano meridiano:



Vemos que:

$$h - |\delta| = 90° - |\phi| \rightarrow |\phi| = 90° - h + |\delta|$$

Substituindo-se os valores:

$$|\phi| = 90° - 50°\,23'11{,}2'' + 23{,}5° \rightarrow \phi = -63°\,06'\,48{,}8''\,ou\,63°\,06'\,48{,}8''\,S$$

6) Galáxias anãs elípticas são classificadas em termos de massa (entre 10^7 e 10^9 M_{Sol}) e luminosidade (entre 10^5 e 10^7 L_{Sol}). Considere uma galáxia anã elíptica que contenha cerca de 100 milhões de estrelas, cuja magnitude aparente da galáxia como um todo seja é m = +10,0.

Em primeira aproximação, suponha que todas as estrelas dessa galáxia tenham a mesma luminosidade.

Assinale a opção que traz a magnitude aparente aproximada de uma das estrelas dessa galáxia. Desconsidere a extinção interestelar.

a) +30,0

b) +10,0

c) +20,0

d) +25,0

e) +35,0

Resposta: a) +30,0

Pela fórmula da soma de magnitudes, temos:

$$10^{-m_f \times 0,4} = 10^{-m_1 \times 0,4} + 10^{-m_2 \times 0,4} + 10^{-m_3 \times 0,4} + \cdots$$

Onde m_f é a magnitude final, soma das magnitudes m_1, m_2, m_3, ...

Como as magnitudes são iguais, temos:

$$10^{-m_f \times 0,4} = n10^{-m \times 0,4}$$

$$\log\left(10^{-m_f \times 0,4}\right) = \log\left(n10^{-m \times 0,4}\right)$$

$$-m_f \times 0,4 = \log(n) - m \times 0,4$$

$$m = m_f + \frac{\log(n)}{0,4}$$

$$m = 10 + \frac{\log(10^8)}{0,4} = 10 + \frac{8}{0,4} = 30$$

7) No contexto da teoria do Big Bang, a Lei de Hubble é considerada uma ferramenta para medir distâncias cosmológicas.

Considere uma galáxia cuja linha espectral do H_α é observada em λ = 676,0 nm.

Usando apenas as fórmulas clássicas, não relativísticas, assinale a alternativa que traz a distância desta galáxia até nós, em megaparsecs.

Dados: Constante de Hubble vale H_0 = 72 (km/s)/Mpc; H_α (no referencial do laboratório) tem λ = 656,3 nm e c = $3{,}0 \times 10^5$ km/s

a) 125 Mpc

b) 14 Mpc

c) 72 Mpc

d) 33 Mpc

e) 175 Mpc

Resposta: a) 125 Mpc

Pela fórmula clássica do efeito Doppler, temos:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \leftrightarrow v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$$

Substituindo-se os valores:

$$v = \frac{676{,}0\ nm - 656{,}3\ nm}{656{,}3\ nm} \times 3{,}0 \times 10^5\ km/s \rightarrow v \cong 9{,}0 \times 10^3\ km/s$$

Onde *v* é a velocidade de recessão da galáxia (também chamada de velocidade radial).

Então, pela Lei de Hubble, temos:

$$v = H_0 d \leftrightarrow d = \frac{v}{H_0} = \frac{9{,}0 \times 10^3\ km/s}{72 \frac{km}{s}/Mpc} \rightarrow v \cong 125\ Mpc$$

8) Asteroides são objetos rochosos e metálicos que orbitam o Sol, mas são pequenos demais para serem considerados planetas. São conhecidos, também, por planetas menores. A dimensão dos asteroides pode variar desde centenas de quilômetros até a dimensão de pequenas pedras.

A Magnitude Absoluta **H** de um asteroide é definida, diferentemente da definição para as estrelas, como sua magnitude visual a uma distância de 1 unidade astronômica tanto do Sol como do observador, com um ângulo de fase igual a zero. Em outras palavras, é a magnitude visual do asteroide, situado a 1 unidade astronômica do Sol, sendo observado do próprio Sol. Apesar de ser um cenário impossível, é a maneira ideal para se ter uma medida de brilho que permita uma estimativa de seu tamanho.

O diâmetro **D** de um asteroide pode ser estimado usando a seguinte equação:

$$D[km] = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-0,2H}$$

Onde **p** é o albedo geométrico do asteroide. Refletores de luz perfeitos têm p = 1 e absorvedores perfeitos têm p = 0.

Normalmente o albedo de um asteroide não é conhecido e as estimativas são feitas considerando-se albedos geométricos entre 0,25 e 0,05.

Considere que um asteroide tenha magnitude absoluta H = 8,5. Assinale o item que traz o valor aproximado do diâmetro médio desse asteroide.

a) 85,8 km

b) 53,0 km

c) 118,6 km

d) 68,5 km

e) 79,3 km

Resposta: a) 85,8 km

Primeiramente, calculamos o valor do diâmetro máximo e mínimo do asteroide, usando a faixa de valores típicos do albedo geométrico destes corpos.

$$D_{min} = \frac{1329}{\sqrt{0,25}} 10^{-0,2\times 8,5} \rightarrow D_{min} \cong 53,0\ km$$

$$D_{max} = \frac{1329}{\sqrt{0,05}} 10^{-0,2\times 8,5} \rightarrow D_{min} \cong 118,6\ km$$

O diâmetro médio, será então:

$$< D > = \frac{D_{min} + D_{max}}{2} = \frac{53,0 + 118,6}{2} = 85,8\ km$$

9) Nosso conhecimento sobre as Anãs Brancas começou em 1850 com a descoberta de uma companheira de Sirius, chamada Sirius B. Sua luminosidade era 10.000 vezes mais fraca do que Sirius A, porém sua massa era de 0,98 massa solar. Uma vez que sua temperatura medida foi de 10.000 K, sua pequena massa e luminosidade fraca não faziam sentido no contexto da relação massa-luminosidade para estrelas.

A única maneira de ser quente e pouco luminosa era Sirius B ser muito, muito pequena, e por isso esse tipo de objeto foi chamado de estrela Anã Branca. As estrelas Anãs Brancas são muito menores do que as estrelas normais.

A figura a seguir traz a relação massa-raio para este tipo de objeto.

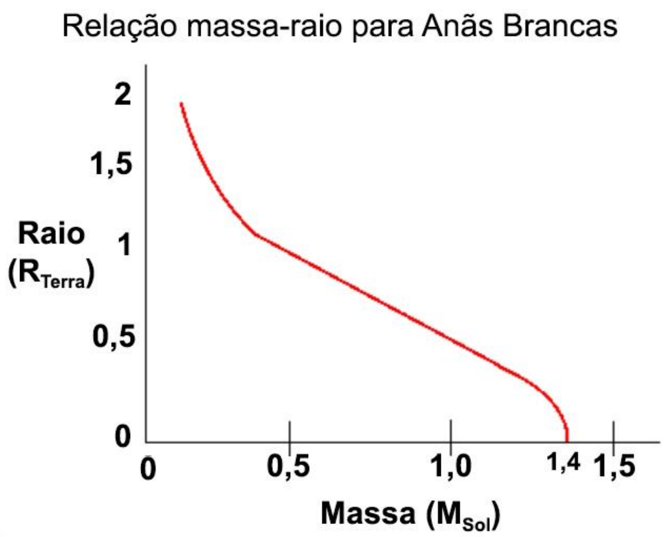


Imagem: https://www.if.ufrgs.br (adapada).

Analisando o gráfico, coloque F (falso) ou V (verdadeiro) na frente de cada afirmação.

(V) Uma Anã Branca com massa semelhante ao Sol tem metade do tamanho da Terra.

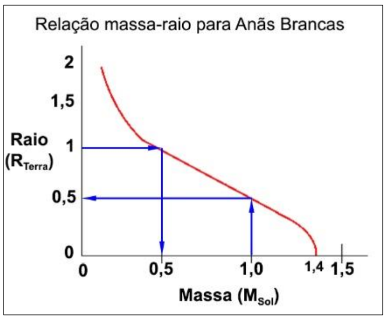
(V) Uma Anã Branca do tamanho da Terra tem menos massa do que o Sol.

(V) À medida que uma Anã Branca ganha massa ela diminui de tamanho.

(F) Devido ao seu tamanho, não conseguimos detectar Anãs Brancas com mais de 1,5 massa solar.

(F) Entre duas Anãs Brancas, a maior será mais densa.

Comentários:



A afirmação “Uma Anã Branca com massa semelhante ao Sol tem metade do tamanho da Terra.” é VERDADEIRA, pois vemos isso no gráfico.

A afirmação “Uma Anã Branca do tamanho da Terra tem menos massa do que o Sol.” é VERDADEIRA, pois vemos isso no gráfico.

A afirmação "À medida que uma Anã Branca ganha massa ela diminui de tamanho." é VERDADEIRA, pois o gráfico nos mostra que enquanto a massa cresce o raio diminui.

A afirmação "Devido ao seu tamanho, não conseguimos detectar Anãs Brancas com mais de 1,5 massa solar." é FALSA, pois não é uma questão de tecnologia. Vemos no gráfico que há um limite superior para a massa de uma Anã Branca, para o qual o seu raio tende a zero. Este limite é chamado de limite de Chandrasekhar, é da ordem de 1,4 massa solar.

A afirmação "Entre duas Anãs Brancas, a maior será mais densa." é FALSA, pois vemos pelo gráfico que quanto mais massa tem a Anã Branca, menor é o seu raio, ou seja, quanto menor for uma Anã Branca mais compactada estará sua massa e mais densa ela será.

10) C/2021 A1 (Leonard) é um cometa de longo período que está se aproximando de nós. Ele foi descoberto por G.J. Leonard no Observatório do Monte Lemmon, em 3 de janeiro de 2021 (um ano antes do periélio) quando o cometa estava a, aproximadamente, 5 UA (750 milhões de km) do Sol. Este é o primeiro cometa descoberto em 2021 e tem uma órbita retrógrada.

A figura a seguir traz as medidas do brilho do cometa feitas com câmeras CCD desde sua descoberta. A linha contínua representa o melhor ajuste teórico do seu brilho aos pontos do gráfico.

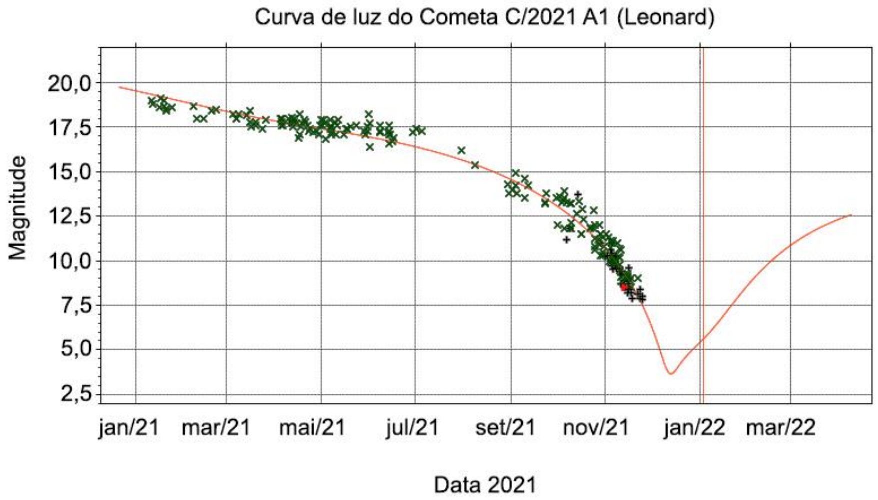


Imagem: Comet Observation database (adaptada).

Analisando o gráfico, coloque F (falso) ou V (verdadeiro) na frente de cada afirmação.

(V) O cometa atingirá seu brilho máximo antes de chegar ao periélio.

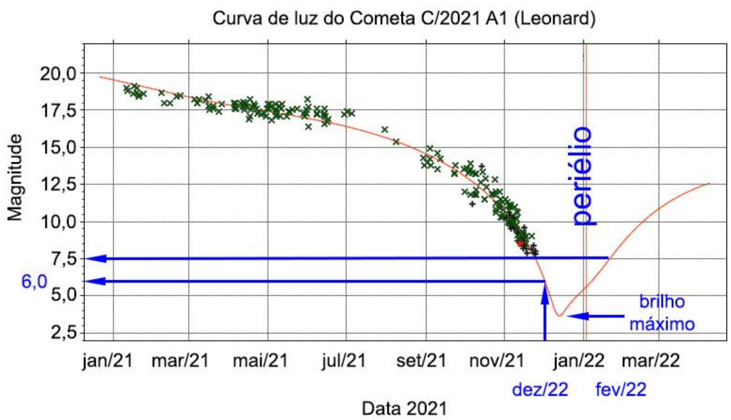
(V) A partir de dezembro de 2021 ele já poderá ser visto a olho nu.

(F) Se a órbita do cometa não fosse retrógrada, sua curva de luz teórica seria muito diferente.

(F) O brilho do cometa é diretamente proporcional à sua distância ao Sol.

(F) A previsão é que o cometa seja visível a olho nu durante todo o mês de janeiro de 2022.

Comentários:



A afirmação "O cometa atingirá seu brilho máximo antes de chegar ao periélio." é VERDADEIRA, pois vemos no gráfico que isso acontece antes de janeiro de 2022, quando ele atinge sua máxima aproximação do Sol.

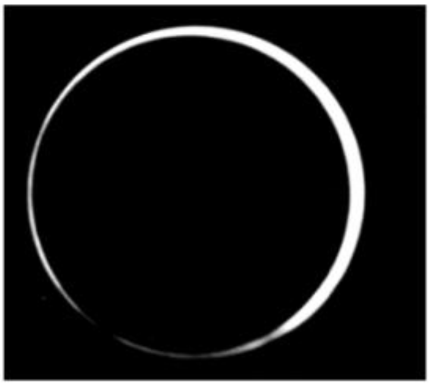
A afirmação “A partir de dezembro de 2021 ele já poderá ser visto a olho nu.” ´VERDADEIRA, pois vemos no gráfico que sua magnitude aparente no início de dezembro é de m = 6,0, o que o torna visível a olho nu.

A afirmação “Se a órbita do cometa não fosse retrógrada, sua curva de luz teórica seria muito diferente.” é FALSA, pois sua curva de luz é uma função da sua aproximação ao Sol, não importando se sua órbita é direta ou retrógrada.

A afirmação “O brilho do cometa é diretamente proporcional à sua distância ao Sol.” é FALSA, pois seu brilho é uma função inversa ao quadrado da sua distância ao Sol.

A afirmação “A previsão é que o cometa seja visível a olho nu durante todo o mês de janeiro de 2022.” é FALSA, pois vemos que antes do final de janeiro de 2022 sua magnitude já atinge m = 7,5, que já não é mais visível a olho nu.

11) A imagem mostrada abaixo corresponde ao eclipse solar anular de 22 de agosto de 1998 registrado por um antigo filme fotográfico de 35 mm.



O diâmetro do disco solar na imagem do filme original é de 13,817 mm e o diâmetro do disco da Lua é de 13,235 mm.

Assinale a alternativa que traz o valor aproximado do módulo da variação Δm da magnitude aparente do Sol no momento do máximo do eclipse. Considere o disco solar uniformemente brilhante.

a) 2,71

b) 5,82

c) 2,91

d) 3,82

e) 7,10

Resposta: a) 2,71

Vamos considerar a magnitude aparente do disco do Sol como m_1 e a magnitude aparente do Sol no máximo do eclipse como m_2.

Pela equação de Pogson, temos:

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

O fluxo solar F é proporcional à área emissora. Então, pelos dados da fotografia, temos:

$$A_1 = \pi \left(\frac{13{,}817}{2}\, mm\right)^2 \cong 149{,}940\, mm^2$$

$$A_2 = \pi \left(\frac{13{,}817}{2} mm\right)^2 - \pi \left(\frac{13{,}235}{2} mm\right)^2 \cong 12{,}366\, mm^2$$

Substituindo-se na equação, temos:

$$\Delta m = -2{,}5 \log\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = -2{,}5 \log\left(\frac{149{,}940}{12{,}366}\right) =\rightarrow |\Delta m| \cong 2{,}71$$

12) Um aglomerado globular de 40 pc de diâmetro tem uma velocidade de escape de $\mathbf{v_e}$ = 10,0 km/s em sua borda.

Assinale a opção que traz a ordem de grandeza do número estimado de estrelas deste aglomerado. Considere, em primeira aproximação que todas as estrelas sejam semelhantes ao Sol.

Dados: Constante gravitacional G = $6{,}67\times10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}; Massa do Sol m_{Sol} = $1{,}99\times10^{30}$ kg; 1 pc = $3{,}09\times10^{16}$ m

a) 10^5

b) 10^4

c) 10^6

d) 10^7

e) 10^8

Resposta: a) 10^5

Considerando M como a massa total e r, a distância da borda ao centro do aglomerado, podemos escrever a velocidade de escape como:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Como todas as n estrelas são semelhantes ao Sol, temos:

$$M = n \times m_{Sol}$$

A distância r da borda ao centro do aglomerado será:

$$r = \frac{40\ pc}{2} = \frac{40 \times 3{,}09 \times 10^{16}\ m}{2} = 6{,}18 \times 10^{17}\ m$$

Substituindo-se na equação e resolvendo para n, temos:

$$v_e = \sqrt{\frac{2Gnm_{Sol}}{r}} \rightarrow n = \frac{v_e^2 r}{2Gm_{Sol}}$$

Substituindo-se os valores:

$$n = \frac{(10 \times 10^3\ m/s)^2 \times (6{,}18 \times 10^{17}\ m)}{2 \times (6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}) \times (1{,}99 \times 10^{30}\ kg)}$$

$$n \cong 2{,}33 \times 10^5\ estrelas$$

A ordem de grandeza do número de estrelas do aglomerado será, então, 10^5.

13) No livro *Perdido em Marte* o astronauta Mark Watney, ao perceber que estava completamente sozinho no planeta vermelho, procura uma forma de se comunicar com a Terra para dizer que está vivo. Para isso, Watney usa as antenas do rover *Pathfinder*, que chegou em Marte em 1997.

Suponha que Marte esteja em Quadratura Oeste e que os engenheiros da missão respondam imediatamente ao receber o pedido de socorro do astronauta.

Assinale a opção que traz o intervalo de tempo aproximado entre o envio e o recebimento de uma resposta da Terra.

Dados: Distância Marte-Sol d_{MS} = 1,52 UA (órbita circular); Distância Terra-Sol d_{TS} = 1,00 UA (órbita circular);

a) 19 min

b) 13 min

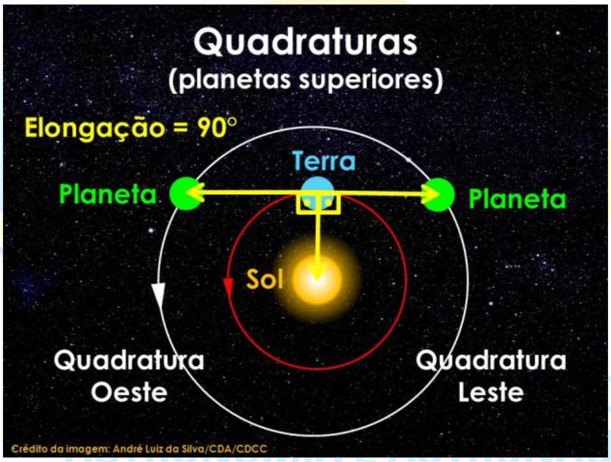
c) 10 min

d) 9 min

e) 17 min

Resposta: a) 19 min

A geometria do problema pode ser vista na figura a seguir, fora de escala.



O sinal enviado viaja à velocidade **c** da luz, portanto o intervalo de tempo **t** será 2x a distância Terra-Marte/velocidade da luz.

Vemos pela figura que a distância Terra-Marte pode ser encontrada pelo Teorema de Pitágoras.

$$d_{MS}^2 = d_{TS}^2 + d_{TM}^2 \rightarrow d_{TM} = \sqrt{d_{MS}^2 - d_{TS}^2} = \sqrt{(1{,}52)^2 - (1{,}00)^2} \rightarrow d_{TM} \cong 1{,}14\ UA$$

O intervalo de tempo será:

$$t = \frac{2 \times d_{TM}}{c}$$

$$t = \frac{2 \times 1{,}14\ ua \times 1{,}50 \times 10^{11}\ m/ua}{3{,}00 \times 10^{8}\ m/s} = 1.140\ s = 19\ min$$

14) Quando tivermos uma colônia permanentemente ocupada na Lua, será preciso o uso de satélites estacionários em relação à superfície lunar para serem usados em monitoramentos e comunicações.

Assinale a opção que traz a altura ***h*** acima da superfície da Lua em que ficarão estes satélites selenoestacionários.

Dados: Dia solar médio da Lua T_{Lua} = 29 dias, 12 h, 44 min e 3 s; Massa da Lua m_{Lua} = $7{,}30\times10^{22}$ kg;
Raio da Lua r_{Lua} = 1738 km; $G = 6{,}67\times10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}.

a) cerca de 91 mil km

b) cerca de 18 mil km

c) cerca de 36 mil km

d) cerca de 72 mil km

e) cerca de 50 mil km

Resposta: a) cerca de 91 mil km

Para um satélite em órbita, temos: Força centrípeta = Força gravitacional

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

Para um satélite estacionário, temos: $v = 2\pi r/T$, onde T é o período de rotação da Lua. Então:

$$\left(\frac{2\pi r}{T_{Lua}}\right)^2 = \frac{Gm_{Lua}}{r} \rightarrow 4\pi^2 r^3 = Gm_{Lua}T_{Lua}^2 \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{Gm_{Lua}T_{Lua}^2}{4\pi^2}}$$

O dia solar na Lua em segundos será:

$$T_{Lua} = \left(29\ dias \times 24\frac{h}{dia} \times 3.600\frac{s}{h}\right) + \left(12\ h \times 3.600\frac{s}{h}\right) + \left(44\ min \times 60\frac{s}{min}\right) + 3\ s$$

$$T_{Lua} = 2.551.443\ s$$

Substituindo os valores:

$$r = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11})(7{,}30 \times 10^{22})(2.551.443)^2}{4\pi^2}} \cong 92.943.758{,}9\ m \cong 92.943{,}8\ km$$

Esta é a distância até o centro da Lua, portanto a altura h de um satélite selenoestacionário será:

$$h = r - r_{Lua} = 92.943{,}8\ km - 1738\ km \rightarrow h = 91.205{,}8\ km \approx 91\ mil\ km$$

15 No dia 24/11/2021 a NASA lançou a espaçonave DART (acrônimo de *Double Asteroid Redirection Test*) com o objetivo de colidir com a lua Dimorphos, do asteroide (65803) Didymos, em 28/09/2022. A órbita de (65803) Didymos tem uma excentricidade de $e = 0{,}384$ e possui um semieixo maior de $a = 1{,}644$ ua, o que o torna um NEA (*Near-Earth Asteroid*), que são asteroides com potencial de colisão com a Terra.

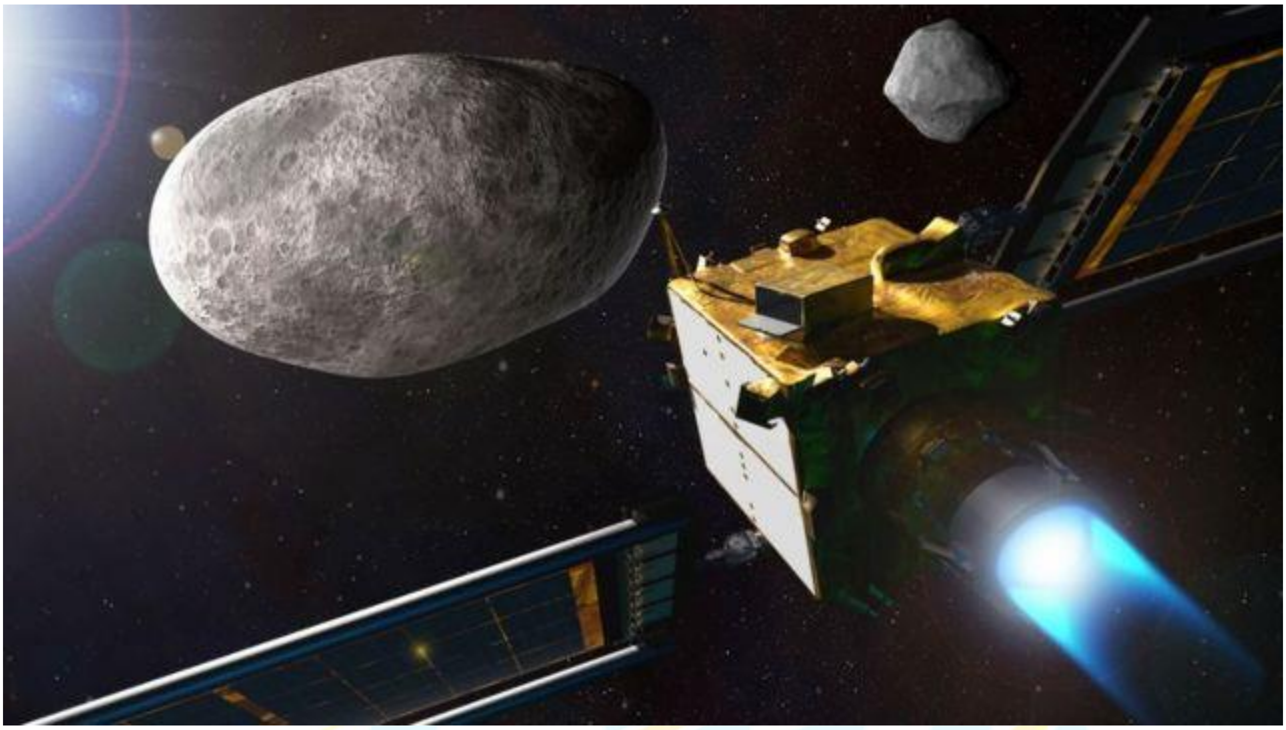


Imagem: NASA/JOHNS HOPKINS APL

A partir de observações fotométricas, determinou-se que Didymos possui um diâmetro médio de 780 m enquanto Dimorphos, de 4,8 milhões de toneladas, tem apenas 160 m, com uma órbita quase circular de 1,19 km de raio. A massa total do sistema é estimada em 528 milhões de toneladas.

A DART, com seus 550 kg finais, deverá colidir frontalmente com Dimorphos a uma velocidade de 6,6 km/s (isto é, o vetor velocidade de DART terá mesma direção e sentido oposto ao do vetor velocidade tangencial de Dimorphos). Esse método é conhecido como "impacto cinético" e o impacto deverá causar certa mudança no movimento de Dimorphos, o que poderá ser medida por telescópios em solo.

Com as informações dadas acima, responda se V (Verdadeiro) ou F (Falso) a cada uma das afirmações a seguir:

(V) Com um período orbital de 770 dias, o período sinódico de Didymos com a Terra é de aproximadamente 695 dias.

(V) A energia cinética liberada no impacto da DART com Dimorphos é da ordem de 3 kilotons. (1 kiloton = 4,184 Gigajoules).

(F) ~~Apesar de ser um NEA, o asteroide (65803) Didymo não cruza, efetivamente, a órbita da Terra.~~

Esta afirmação foi ANULADA, pois faltou a informação sobre a excentricidade da órbita da Terra.

(F) Antes da colisão o centro de massa do sistema Didymos-Dimorphos ficava a apenas 10,8 metros abaixo da superfície média de Didymos, considerando-o como uma esfera perfeita.

(F) Após a colisão com a DART a órbita de Dimorphos, considerada circular, terá seu período orbital ligeiramente aumentado.

Comentários:

A afirmação "Com um período orbital de 770 dias, o período sinódico de Didymos com a Terra é de aproximadamente 695 dias." é VERDADEIRA, pois

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{Terra}} - \frac{1}{T_{Didymos}} = \frac{1}{365{,}25} - \frac{1}{770} = 1{,}439 \times 10^{-3} \rightarrow S \cong \ 694{,}9\ dias \approx 695\ dias$$

A afirmação "A energia cinética liberada no impacto da DART com Dimorphos é da ordem de 3 kilotons. (1 kiloton = 4,184 gigaJoules)." é VERDADEIRA, pois

Pela equação da energia cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m_{DART} v_{DART}^2 = \frac{550 \times (6{,}6 \times 10^3)^2}{2} \cong 1{,}2 \times 10^{10} J$$

$$\frac{1\ kiloton}{4{,}184 \times 10^9\ J} = \frac{E_c}{1{,}2 \times 10^{10}\ J} \rightarrow E_c \cong 2{,}9\ kilotons \approx 3\ kilotons$$

A afirmação "Apesar de ser um NEA, o asteroide (65803) Didymo não cruza, efetivamente, a órbita da Terra." é FALSA, pois comparando a distância periélica de Didymos com a distância afélica da Terra temos:

$$q_{Didymos} = a_{Didymos}(1 - e)$$

$$q_{Didymos} = 1{,}644(1 - 0{,}384) = 1{,}0127\ UA < Q_{Terra} = 1(1 + 0{,}0167) = 1{,}0167\ UA$$

Ou seja, Didymos cruza a órbita da Terra.

A afirmação "O centro de massa do sistema Didymos-Dimorphos fica a apenas 10,8 metros abaixo da superfície média de Didymos, considerando-o como uma esfera perfeita." é FALSA, pois pelo teorema do centro de massa e pela distância total entre os dois objetos, temos:

$$r_{Didymos} = \frac{1190 \times m_{Dimorphos}}{m_{Didymos} + m\_Dimorphos} = \frac{1190 \times 4{,}8}{528} \cong 10{,}8\ m$$

O centro de Didymos fica a 10,8 m do CM do sistema, logo, o CM está a 780,0 - 10,8 = 769,2 m abaixo de sua superfície.

A afirmação "Após a colisão com a DART a órbita de Dimorphos, considerada circular, terá seu período orbital ligeiramente aumentado." é FALSA, pois como a colisão é frontal, espera-se uma diminuição da velocidade, o que implicará em uma diminuição do semieixo e, portanto, do período orbital.

16) As coordenadas selenográficas são linhas imaginárias dispostas em coordenadas esféricas, tal como as coordenadas geográficas, mas que estão transpostas para a superfície da Lua. Tomou-se como ponto de partida o equador lunar e, no caso do meridiano principal, tal como no caso terrestre, adotou-se uma convenção, como vemos na figura:

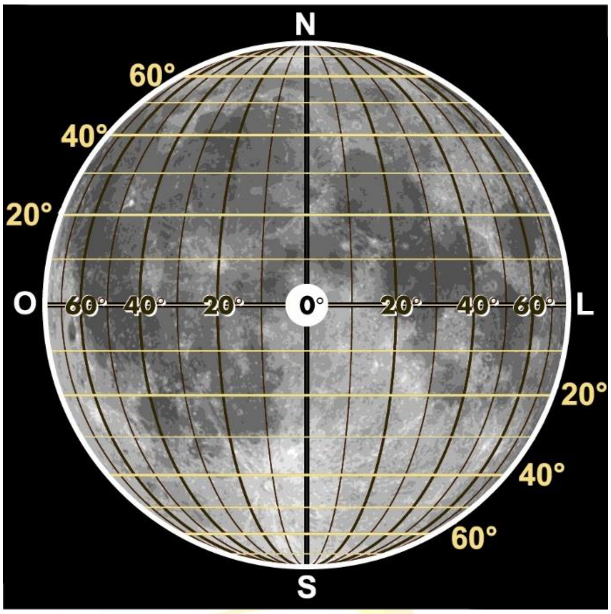


Imagem: Wikipedia.

Nas imagens a seguir, temos a Lua Cheia vista em um mesmo dia, de duas latitudes diferentes na Terra.

Baseado no que foi mostrado, analise as imagens e assinale a opção correta sobre a localização do observador.

Desconsidere os 5° de inclinação da órbita lunar sobre a eclíptica e os quase 7° de inclinação do próprio eixo de rotação lunar em relação à perpendicular ao plano orbital da Lua.

a) Em **A** o observador está sobre a Linha de Equador e em **B**, sobre o Círculo Polar Antártico.

b) Em **A** o observador está sobre o Trópico de Capricórnio e em **B**, sobre o Trópico de Câncer.

c) Em **A** o observador está sobre o Trópico de Câncer e em **B**, sobre o Círculo Polar Ártico.

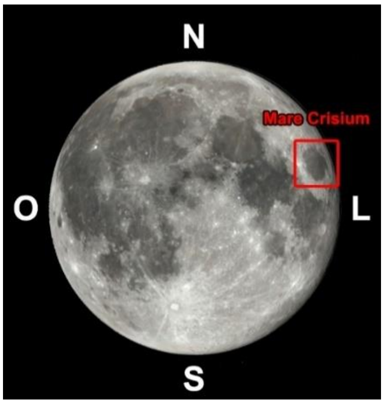
d) Em **A** o observador está sobre a Linha de Equador e em **B**, sobre o Trópico de Capricórnio.

e) Em **A** o observador está Círculo Polar Ártico e em **B**, sobre a Linha de Equador.

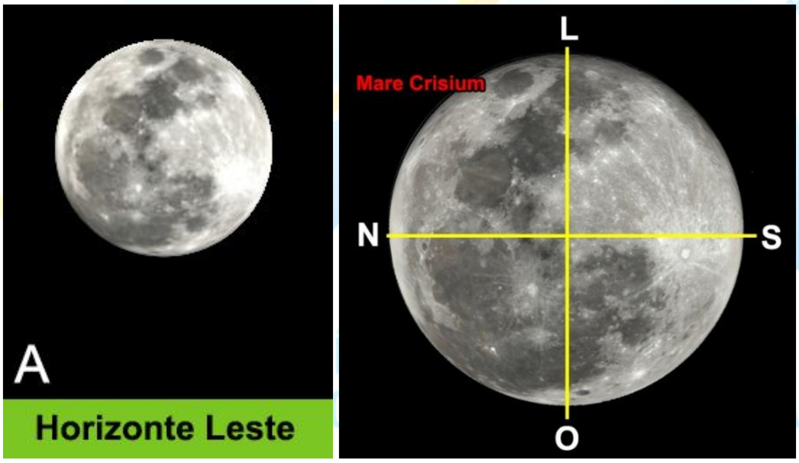
Resposta: a) Em **A** o observador está sobre a Linha de Equador e em **B**, sobre o Círculo Polar Antártico.

Podemos, em primeira aproximação, desconsiderar a inclinação da órbita lunar sobre a eclíptica e a inclinação do próprio eixo de rotação lunar em relação à perpendicular ao seu plano orbital e considerar que o eixo da Lua é paralelo ao eixo da Terra, com as mesmas orientações. Sendo assim, a posição do eixo da Lua será semelhante à posição do eixo da Terra na latitude do observador.

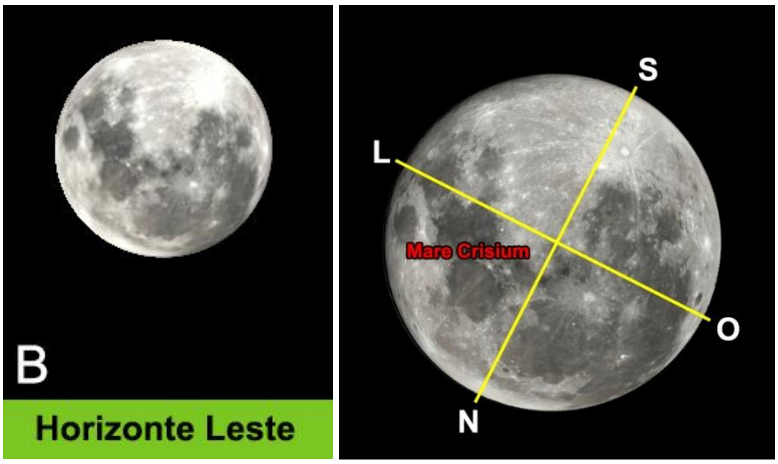
Vamos usar o Mare Crisium, o qual está no Hemisfério Norte, próximo ao lado Leste da Lua, como referência.



Na imagem **A**, vemos que o eixo Norte-Sul está na horizontal, portanto o observador está sobre a Linha do Equador, onde o eixo da Terra é "paralelo" ao horizonte.



Na imagem **B** o eixo Norte-Sul está próximo da vertical com o Sul para cima. Portanto, das opções apresentadas, podemos dizer que o observador está sobre o Círculo Polar Antártico.



17) As futuras colônias marcianas precisarão de painéis solares para a geração de energia. Quando expostos à luz direta do Sol, a 1 UA, uma célula de arsenito de gálio de 6,0 centímetros de diâmetro pode produzir uma corrente de 0,5 ampere a 0,5 volt, ou seja, 0,25 W.

Assinale a opção que traz o diâmetro aproximado que esta célula precisa ter para ser usada em Marte com a mesma eficiência que na Terra. Em primeira aproximação, desconsidere a atmosfera marciana.

Dados: valor da constante solar na Terra = 1,36 kW/m^2; Distância Marte-Sol d_M = 1,52 UA (órbita circular); Distância Terra-Sol d_T = 1,00 UA (órbita circular); 1,00 UA = 1,5 × 10^{11} m

a) 9,12 cm

b) 13,95 cm

c) 7,44 cm

d) 7,89 cm

e) 11,54 cm

Resposta: a) 9,14 cm

A constante solar é o fluxo de radiação luminosa do Sol recebido aqui na Terra, F_T, o qual incide sobre o disco da célula de arsenito de gálio de diâmetro D_T e gera uma potência P_T. Logo P_T deve ser proporcional ao produto do Fluxo F_T pela área da célula:

$$P_T \propto F_T \pi D_T^2/4$$

Em Marte o Fluxo é F_M e o diâmetro da célula deve ser D_M, e a potência será P_M, mas queremos que a potência em Marte seja a mesma que na Terra. Logo:

$$P_M = P_T$$

Então

$$\frac{F_M \pi D_M^2}{4} = \frac{F_T \pi D_T^2}{4}$$

Mas o Fluxo é dado por

$$F = \frac{L_{Sol}}{4\pi d^2}$$

Reescrevendo

$$\frac{L_{Sol}}{4\pi d_M^2}\frac{\pi D_M^2}{4} = \frac{L_{Sol}}{4\pi d_T^2}\frac{\pi D_T^2}{4}$$

Simplificando:

$$\frac{D_M^2}{d_M^2} = \frac{D_T^2}{d_T^2} \rightarrow \frac{D_M}{d_M} = \frac{D_T}{d_T} \rightarrow D_M = d_M \frac{D_T}{d_T}$$

Substituindo-se os valores:

$$D_M = 1{,}52UA \frac{6\ cm}{1{,}00UA} = 9{,}12\ cm$$

18) Durante o tempo de vida na Sequência Principal, estrelas como o Sol perdem pouca massa devido ao vento estelar. No entanto, durante as fases posteriores da evolução de uma estrela, a taxa de perda de massa associada ao vento estelar pode aumentar significativamente. Quando o Sol estiver nos seus estágios finais antes de se transformar em uma anã branca, ele deverá ter apenas 55% de sua massa atual.

Suponha que o núcleo restante do Sol, no início do processo de colapso em uma Anã Branca, tenha uma densidade $\rho = 1{,}7 \times 10^5$ kg/m^3 e que seu período de rotação seja T = 8 dias.

Assinale a opção que traz o período aproximado de rotação da Anã Branca resultante se ela tiver o raio final R = 8.500 km.

Dado: massa do Sol $M_{Sol} = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg.

a) 63 min

b) 48 min

c) 149 min

d) 58 min

e) 108 min

Resposta: a) 63 min

Como a formação da Anã Branca se dá num sistema isolado de forças externas, o seu momento angular L se conserva, ou seja,

$$L_f = L_i \qquad I_f\omega_f = I_i\omega_i \qquad \left(\frac{2}{5}m_f R_f^2\right)\left(\frac{2\pi}{T_f}\right) = \left(\frac{2}{5}m_i R_i^2\right)\left(\frac{2\pi}{T_i}\right)$$

$$\left(m_f R_f^2\right)\left(\frac{1}{T_f}\right) = \left(m_i R_i^2\right)\left(\frac{1}{T_i}\right) \qquad T_f = T_i\frac{m_f R_f^2}{m_i R_i^2}$$

Mas $m_i = m_f = 0{,}55 M_\odot$

$$T_f = T_i\frac{R_f^2}{R_i^2} \qquad R_f = 8.500\ km \quad mas \quad R_i = ?$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{0{,}55 M_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_i^3} \qquad R_i = \left(\frac{0{,}55 M_\odot}{\frac{4}{3}\pi\rho}\right)^{1/3}$$

$$T_f = T_i\frac{R_T^2}{\left(\frac{3\times 0{,}55 M_\odot}{4\pi\rho}\right)^{\frac{2}{3}}} = T_i R_T^2\left(\frac{4\pi\rho}{3\times 0{,}55 M_\odot}\right)^{\frac{2}{3}} = 8\times(8{,}5\times 10^6)^2\left(\frac{4\pi\rho}{3\times 0{,}55 M_\odot}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$T_f = 8\times(8{,}5\times 10^6)^2\left(\frac{4\times\pi\times 1{,}7\times 10^5}{3\times 0{,}55\times 1{,}99\times 10^{30}}\right)^{\frac{2}{3}} \cong 4{,}34\times 10^{-2} dia \cong 62{,}5\ min \approx 63\ min$$

19) Uma lente gravitacional é formada devido a uma distorção no espaço-tempo causada pela presença de um corpo muito massivo entre um objeto e um observador. As lentes gravitacionais foram previstas na teoria da relatividade geral de Albert Einstein antes de serem observadas pelos modernos telescópios.

Se um raio de luz de um objeto muito distante passa a uma distância **R** bem próxima a uma grande massa **M**, este raio será desviado por um valor **ϕ**.

Este desvio pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\phi = \frac{4GM}{c^2 R}$$

onde G é a Constante Gravitacional Universal e c, a velocidade da luz.

Se substituirmos M e R pela massa e o raio do Sol, então **ϕ** tem o valor de 1,75" (segundos de arco). Isso significa que a luz de uma estrela passando pela borda do disco solar será curvada de tal forma que a estrela parecerá estar deslocada para fora do centro do disco solar de 1,75".

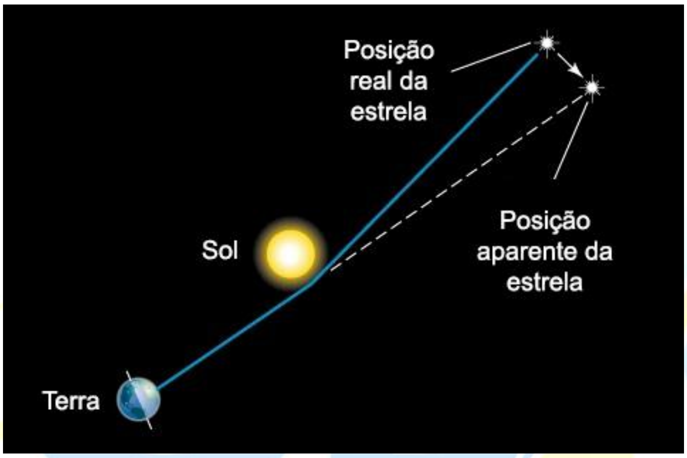


Imagem: Andy Bohn (adaptada).

É claro que não podemos ver estrelas na borda do disco solar em circunstâncias normais. Essas estrelas, entretanto, podem se tornar visíveis no momento do eclipse solar total. Comparando suas posições ao redor do Sol eclipsado com suas posições usuais, pode-se determinar este desvio. O astrofísico britânico Eddington (1882-1944) e seus colegas realizaram este teste durante um eclipse em 1919 visível em Sobral/CE, e anunciaram a descoberta da curvatura da luz em conformidade com a relatividade geral de Einstein.

Considere uma Anã Branca com a mesma massa do Sol e metade do tamanho da Terra. Assinale a opção que traz a distância focal aproximada desta lente gravitacional formada por este objeto compacto.

Dados: Raio da Terra R_{Terra} = 6.400 km; Massa do Sol $M_{Sol} = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg;
Constante gravitacional $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}

a) 2 milhões de km

b) 200 mil km

c) 4 milhões de km

d) 1 milhão de km

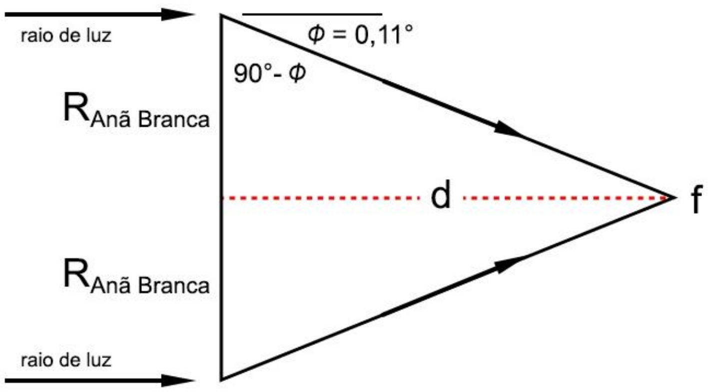
e) 500 mil km

Resposta: a) 2 milhões de km

Substituindo-se os valores na fórmula dada, temos:

$$\phi = \frac{4(6{,}67 \times 10^{-11})(1{,}99 \times 10^{30})}{(3{,}00 \times 10^{8})^{2}(3{,}2 \times 10^{6})} \cong 1{,}84 \times 10^{-3}\ radianos$$

$$\frac{180°}{\pi\ radianos} = \frac{\phi}{1{,}84 \times 10^{-3}\ radianos} \rightarrow \phi \cong 0{,}11°$$



Vemos pela geometria do problema que:

$$d_{focal} = R_{Anã\ Branca} \times \tan(90° - \phi)$$

Substituindo-se os valores, temos:

$$d_{focal} = (3{,}2 \times 10^{6}\ m) \times \tan(90° - 0{,}11°)$$

$$d_{focal} \cong 1{,}67 \times 10^{9}\ m = 1{,}67 \times 10^{6}\ km \approx 2\ milhões\ de\ km$$

20) As reações nucleares no interior do Sol produzem uma taxa de neutrinos de cerca de $\mathbf{L}_\nu = 2 \times 10^{38}$ partículas por segundo, ou seja, essa é a "luminosidade de neutrinos solares".

Considerando o raio da Terra R_{Terra} = 6.400 km e o raio de Júpiter $R_{Júpiter}$ = 71.500 km, assinale a opção que traz a razão entre o valor aproximado do número de neutrinos que atravessam Júpiter e a Terra a cada segundo.

Dados: distância Sol-Terra $d_{ST} = 1{,}50 \times 10^{11}$ m e distância Sol-Júpiter $d_{SJ} = 7{,}80 \times 10^{11}$ m

a) 4,6

b) 2,6

c) 7,0

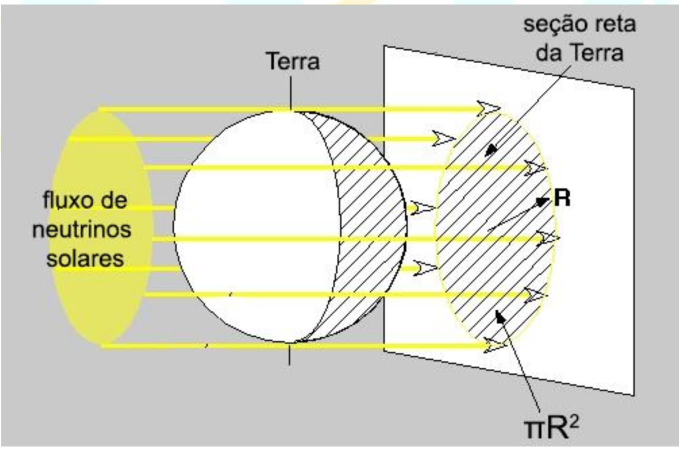
d) 9,1

e) 4,2

Resposta: a) 4,6

O Fluxo de neutrinos, tal como o fluxo de radiação é dada por, $F = \frac{L}{4\pi d^2}$, onde L é a "luminosidade de neutrinos" e d, a distância entre o Sol e o observador. F é, portando, o número de neutrinos por metro quadrado por segundo, ou seja, trocamos Joule por número de neutrinos.

Multiplicando-se F pela área da seção reta da Terra (ou de Júpiter) sabemos quantos neutrinos atravessaram aquela área num segundo.



O que procuramos é:

$$\frac{n_\nu^{Júpiter}}{n_\nu^{Terra}} = \frac{F_\nu^J}{F_\nu^T} \times \frac{A_J}{A_T} = \frac{\frac{L}{4\pi d_J^2}}{\frac{L}{4\pi d_T^2}} \times \frac{\pi R_J^2}{\pi R_T^2} = \left(\frac{d_T}{d_J} \times \frac{R_J}{R_T}\right)^2 = \left(\frac{1{,}5 \times 10^{11}\ m}{7{,}8 \times 10^{11}\ m} \times \frac{71.500\ km}{6.400\ km}\right)^2 = \left(\frac{1{,}5}{7{,}8} \times \frac{71{,}5}{6{,}4}\right)^2 \cong 4{,}6$$

Conclusão: mesmo Júpiter estando cerca de 5 vezes mais afastado do Sol, seu tamanho faz com que ele seja atravessado por 4,6 vezes mais neutrinos do que a Terra a cada segundo.