

## EVALUACION GRUPAL

Esta evaluación está dirigida a grupos de tres estudiantes de distintos países. Consta de 4 problemas prácticos con varias preguntas que involucran cálculos y análisis de datos.

Mendes, 16 de outubro de 2009 / 16 de octubre de 2009

1. Considere que é meio-dia solar verdadeiro em La Paz ( $16^{\circ} 32' S$ ,  $68^{\circ} 8' W$ ) no primeiro dia de Inverno no Hemisfério Norte. Considere as seguintes cidades:

Suponga que es el mediodía solar verdadero en La Paz ( $16^{\circ}32' S$ ;  $68^{\circ}8' W$ ) del primer día de verano del Hemisferio Norte y considere las coordenadas de las siguientes ciudades capitales:

- Brasília ( $15^{\circ} 46' S$ ,  $47^{\circ} 55' W$ )
- Montevideú ( $34^{\circ} 53' S$ ,  $56^{\circ} 10' W$ )
- Cidade do México ( $19^{\circ} 20' N$ ,  $98^{\circ} 11' W$ )
- Santiago ( $33^{\circ} 26' S$ ,  $70^{\circ} 39' W$ )
- Asuncion ( $25^{\circ} 30' S$ ,  $57^{\circ} 27' W$ )
- Bogotá ( $4^{\circ} 36' N$ ,  $74^{\circ} 08' W$ )

- a. Qual é a hora solar verdadeira em cada cidade, neste instante?
- b. E qual é a hora que os relógios estão marcando?

- a. ¿Cuál es la hora solar verdadera en cada ciudad en ese instante?
- b. ¿Qué hora están marcando los relojes en tres de estas ciudades?

2. Hoje em dia conhecemos mais de 250 estrelas que possuem planetas. Métodos indirectos, como o método de trânsito, são, de longe, os meios mais eficientes de detectar e caracterizar planetas extra-solares. O método de trânsito pode ser usado para detectar planetas quando a estrela, planeta e o observador estão alinhados. O que fazemos é observar a curva de luz da estrela e, com isso, inferir algumas informações sobre os planetas e suas órbitas.

Assumindo que a órbita do planeta é circular, a geometria do trânsito pode ser descrita de forma simples pela figura abaixo:

Hoy en día conocemos más de 250 estrellas que tienen planetas. Métodos indirectos como el "método del tránsito", los medios más eficientes de detectar y caracterizar planetas extrasolares. El método de tránsito puede ser usado para detectar planetas si la estrella, el planeta y el observador están alineados. Lo que se hace es observar la curva de luz da estrella y con eso, se infieren algunas informaciones sobre los planetas y sus órbitas. Suponiendo una órbita circular para el planeta, la geometría del tránsito puede ser descrita en forma simple por la figura siguiente:

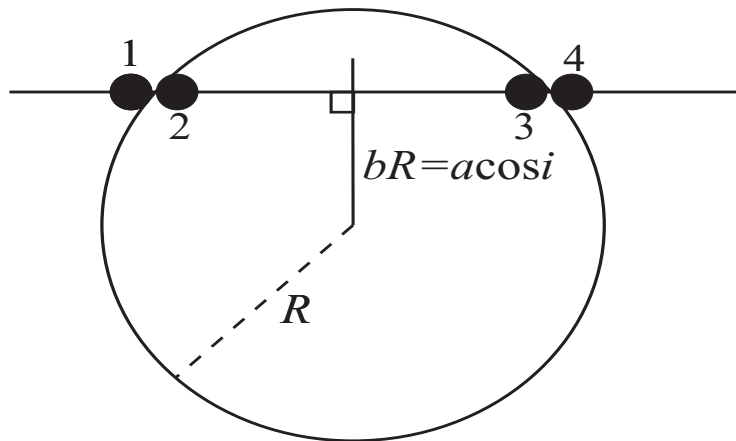


Figura 1. Geometria do Trânsito  
 Figura 1. Geometria de tránsito

Na figura 1,  $b$  é o parâmetro de impacto (adimensional), isto é, a projeção da menor distância do centro do planeta ao equador da estrela;  $R$  é o raio da estrela;  $a$  é o raio orbital;  $i$  é a inclinação da órbita com relação à nossa linha de visão.

A duração total do trânsito é expressa por:

En la figura 1, "b" es el parámetro de impacto (adimensional), esto es, la proyección de la menor distancia del centro del planeta al ecuador de la estrella; "R" es el radio de la estrella, "a" es el radio orbital e "i" es la inclinación de la órbita respecto de nuestra línea de visión. La duración del tránsito se expresa como:

$$d \approx \frac{PR}{\pi a} \sqrt{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{a}{R} \cos i\right)^2} \quad (1)$$

onde  $r$  é o raio do planeta e  $P$  é o período orbital. Além disso, a duração da entrada/saída  $t$  pode ser determinada pela fórmula:

donde  $r$  es el radio del planeta y  $P$  es el período orbital. Además la duración del tiempo de tránsito "t" puede ser calculada por la ecuación:

$$t \approx d \frac{r}{R} \sqrt{1 - b^2} \quad (2)$$

O planeta em torno da estrela HD 209458 foi um dos primeiros planetas extrasolares detectados pelo método fotométrico. Observações desta estrela usando um pequeno telescópio de 14" levam à seguinte curva de luz

El planeta en torno a la estrella HD 209458 fue uno de los primeros planetas extrasolares detectados por métodos fotométricos. Usando un telescopio de 14" se obtuvo la siguiente curva de luz para HD 209458.

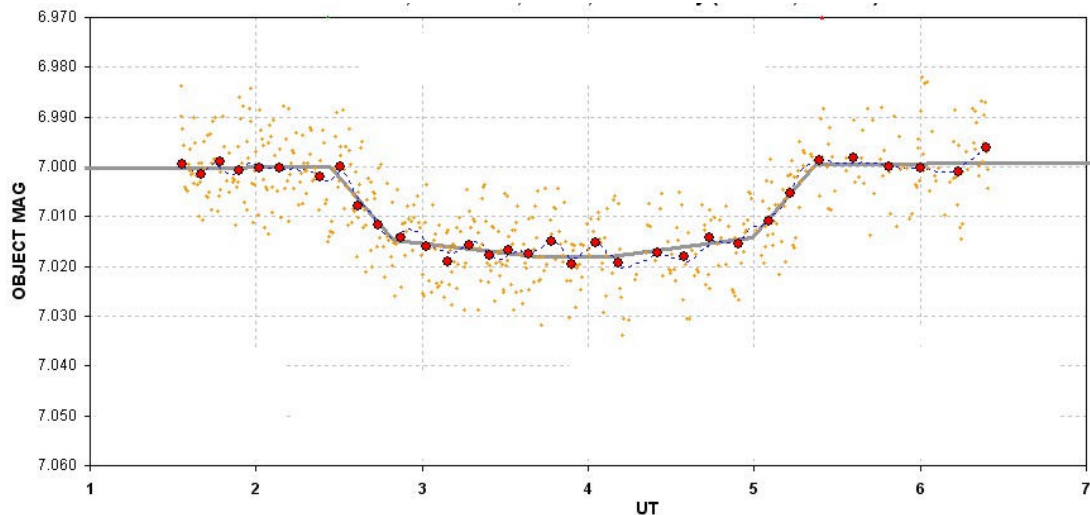


Figura 2. Curva de luz de HD 209458

Os círculos vermelhos são as medianas dos pontos amarelos (ques são as observações da magnitude da estrela. UT (*Universal Time*) está medido em horas

Los círculos rojos son promedios de los puntos amarillos (que son las observaciones de la magnitud de la estrella). UT (Tiempo Universal) está medido en horas.

A linha sólida na figura representa uma tentativa, à mão, de fazer a curva que compreende a mediana dos dados. Suponha que, usando outro método, tenhamos encontrado, para o raio e a massa da estrela,  $R = 0.91 R_{\odot}$  e  $M^* = 0.92 M_{\odot}$  (massa do planeta é muito menor que a massa da estrela). Lendo os dados da figura 2,

- Estime a duração total do trânsito
- o tempo de entrada ou saída
- a profundidade da curva de luz
- o raio orbital  $a$
- a inclinação  $i$
- o período orbital  $P$
- o raio do planeta  $r$

La línea sólida del gráfico representa una tentativa, a mano, de hacer una curva que comprenda las medianas de los datos. Suponga que, usando otro método, hubiéramos encontrado para el radio y la masa de la estrella,  $R=0,91 R_{\text{solar}}$  y  $M=0,92M_{\text{solar}}$  (Suponga que la masa del planeta es mucho menor que la de la estrella)

- Estime la duración total del tránsito
- tiempo de entrada o salida
- la profundidad de la curva de luz.
- El radio orbital "a"
- La inclinación "i"
- El periodo orbital "P"
- El radio del planeta "r"

3. A tabela a seguir dá alguns dados de um sistema planetário, onde  $U$  é a unidade de distancia e  $M$  é a de massa.

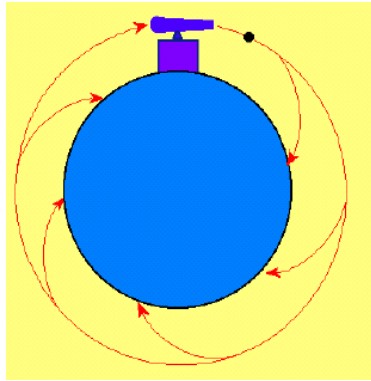
La tabla siguiente muestra algunos datos de un sistema planetario, donde  $U$  es la unidad de distancia y  $M$  es la unidad de masa.

No	Planeta	Semi-eixo maior ( $U$ )	Período orbital (ano)	Massa ( $M$ )
1.	A	1.10	1.63	0.165
2.	B	1.90	3.70	0.815
3.	C	3.50	9.26	1.500
4.	D	6.70	24.53	0.207
5.	E	25.80	185.33	419.00
6.	F	51.50	522.67	95.20
7.	G	102.7	1471.87	14.50

- Encontre uma fórmula empírica, do tipo da formula de Titius-Bode, para descrever os semi-eixos maiores deste sistema planetário.
- Então, estime o semi-eixo maior e o período orbital de um planeta faltante.
- Estime a massa da estrela central deste sistema.

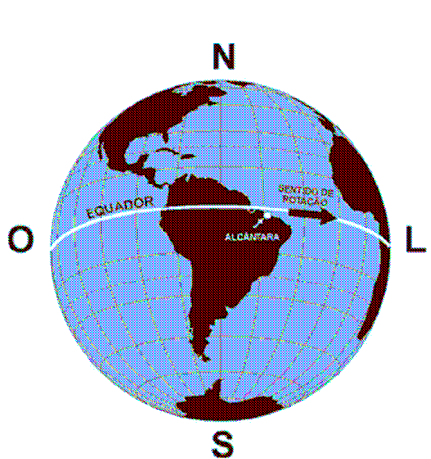
- Halle una ecuación empírica, del tipo Titus-Bode, para describir los semiejes mayores de este sistema planetario.
- Estime el semieje mayor y el periodo orbital del planeta faltante.
- Estime la masa de la estrella central del sistema.

4. Nos anos 1680's o inglês Isaac Newton (1642-1727) propôs, para explicar a Teoria da Gravitação Universal, que se lançado por um canhão, horizontalmente posicionado no topo de uma montanha muito alta (para evitar o atrito com atmosfera terrestre), a uma velocidade adequada (vide **Figura 1**), um corpo giraria para sempre em torno da Terra da mesma forma que a Lua o faz. Estava lançada a idéia dos satélites artificiais. Satélites são lançados ao espaço por meio de foguetes, os quais sobem na vertical e, paulatinamente, são manobrados para adquirem a orientação horizontal, como aquela do canhão da **Figura 1**. Os soviéticos foram os primeiros a conseguirem tal façanha, colocando o Sputnik em órbita da Terra em 4 de outubro de 1957.

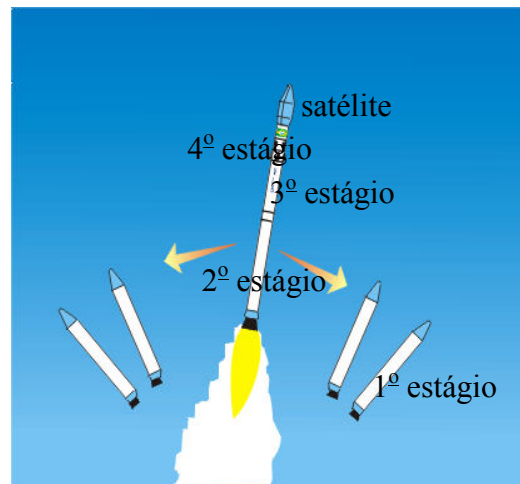


**Figura 1**

O Programa Espacial Brasileiro desenvolve o seu Veículo Lançador de Satélites (VLS), por meio do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), localizado na cidade de São José dos Campos, SP. Para colocar um satélite em uma órbita distante 750 km da superfície da Terra, é necessário alcançar a velocidade de 27.000 km/h, velocidade esta paralela à superfície terrestre. Ao invés do topo da montanha, o VLS é lançado do Centro de Lançamento de Alcântara (CLA), localizado no litoral do Nordeste brasileiro numa latitude de 2° S, vide **Figura 2**.



**Figura 2**



**Figura 3**

Para alcançar a velocidade de 27.000 km/h, o VLS faz uso de uma grande quantidade de combustível (denominado propelente) que é distribuída em sete motores, distribuído em quatro estágios. O 1º estágio é composto de 4 motores. Eles são fixados lateralmente em relação ao corpo central composto pelos 2º, 3º e 4º estágios e pelo satélite, que vai no topo do foguete, protegido por uma carenagem denominada coifa. Os motores são queimados sucessivamente sendo descartados no mar após o consumo do propelente. Como o lançamento ocorre verticalmente, uma série de eventos ocorre até a colocação do satélite em órbita.

A força propulsora para tirar o VLS do solo, denominada Empuxo, que é gerada pela queima do propelente dos 4 motores do 1º estágio, deve ser superior ao Peso. De uma forma geral, 80% do combustível é consumido para vencer a gravidade e acelerar o foguete. Os outros 20% são consumidos para vencer a força de arrasto que, predominantemente, resulta do atrito do foguete com o ar atmosférico.

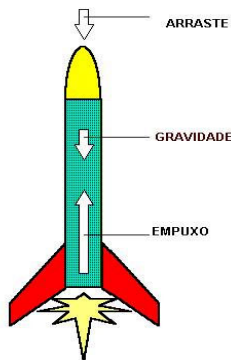
A Tabela abaixo apresenta alguns eventos relativos ao vôo do VLS, para colocar um satélite de 86 kg em órbita da Terra. Ao serem acionados, os 4 motores do 1º estágio do VLS fornecem 1.000.000 N de empuxo. A ignição do 2º estágio ocorre 15 segundos antes do fim de queima dos quatro propulsores do 1º estágio, enquanto a ignição do 3º estágio somente pode ser efetuada após o consumo de todo o combustível do motor do 2º estágio. Como acima dos 100 km de altitude tem-se o vácuo do espaço, a coifa que protege o satélite contra o atrito atmosférico pode ser ejetada, o que ocorre aos 133 segundos de vôo. Após a separação do 3º estágio, o conjunto 4º estágio/satélite está inclinado de 52º, em relação à vertical. No entanto, a ignição do motor do 4º estágio somente ocorre após uma manobra (basculamento) que visa colocar o conjunto com seu eixo longitudinal paralelo à superfície terrestre, semelhante ao canhão da **Figura 1**. Os 36 segundos de queima do motor do 4º estágio são suficientes para atingir a velocidade orbital de 7.500 m/s. Finda a queima do combustível do 4º estágio, o mesmo é separado do satélite e ambos ficam em órbita da Terra.

<b>EVENTO</b>	<b>Tempo [s]</b>	<b>Altitude [km]</b>	<b>Massa [kg]</b>	<b>Velocidade [m/s]</b>
Início do vôo vertical	0.0	0.062	50000	0
Fim do vôo vertical	5.0	0.151	47577	40
Ignição do 2º estágio	53.0	17.9	24771	1310
Fim de queima do 1º estágio	68.0	33.1	20000	1765
Separação do 1º estágio	70.0	35.3	14000	1780
Fim de queima do 2º estágio	124.0	108.7	8391	2799
Separação 2º estágio/Ignição do 3º estágio	125.0	110.3	6967	2793
Ejeção da coifa (protege o satélite)	133.0	123	6515	2924
Fim de queima do 3º estágio	193.0	243	2423	5168
Separação do 3º estágio	196.0	251	1363	5155
Início da manobra de basculamento	200.0	263	1363	5137
Fim da manobra de basculamento	260.0	399	1363	4891
Ignição do 4º estágio	461.1	707	1134	4337
Fim de queima do 4º estágio	532.1	743	326	7500
Separação do 4º estágio/Colocação do satélite em órbita	532.1	743	86	7500

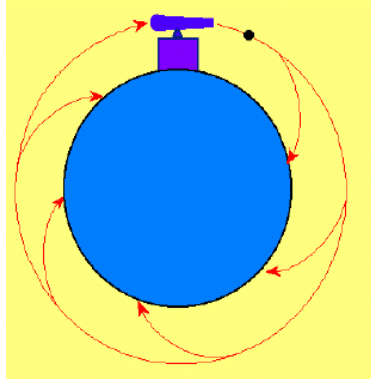
### QUESTÕES:

- a) Considerando-se que o raio da Terra é de 6.400 km e sabendo-se que a Terra completa um giro em torno do seu próprio eixo em 24 horas, determine a velocidade tangencial do VLS, em km/h, quando ele está posicionado verticalmente na sua plataforma de lançamento, prestes a ser lançado. Nos seus cálculos, assumo que o CLA (Centro de Lançamento de Alcântara) está localizado exatamente sobre o Equador terrestre (vide **Figura 2**) e que  $J \approx 3$ .

- b) Sabendo-se que para colocar um satélite em órbita a 743 km de altitude é necessária uma velocidade de 27.000 km/h, você lançaria o VLS no sentido Oeste → Leste ou Leste → Oeste (**vide Figura 2**)? Justifique sua resposta.
- c) Usando a 2ª Lei de Newton e assumindo que a aceleração da gravidade ao nível do mar é de  $10 \text{ m/s}^2$ , estime a aceleração do VLS no momento da ignição dos quatro propulsores do 1º estágio.
- d) Considerando-se que o propulsor do 2º estágio do VLS consome 120 kg de propelente a cada segundo, estime a massa de propelente dos 4 propulsores do 1º estágio.
- e) A tabela mostra que entre o início e final da manobra de basculamento há um decréscimo na velocidade do conjunto 4º estágio/Satélite. Como vocês explicam esse decréscimo de velocidade.

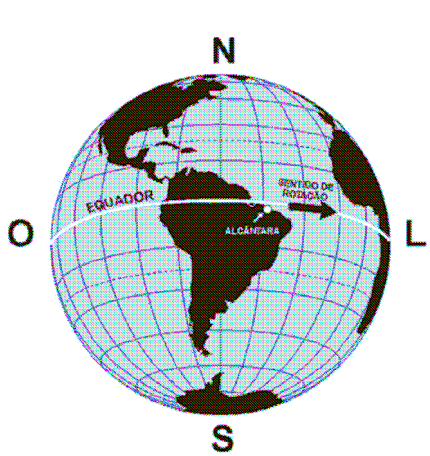


En los años 1680 el inglés Isaac Newton (1642-1727) propuso para explicar la teoría de la gravitación, que cuando es lanzado desde un cañón, en posición horizontal en la cima de una montaña muy alta (para evitar la fricción con la atmósfera) a una velocidad apropiado (ver Figura 1), un cuerpo giraría para siempre alrededor de la Tierra tal como lo hace la Luna. Se había lanzado la idea de los satélites artificiales. Los satélites son lanzados al espacio por los cohetes, que se elevan verticalmente, y poco a poco se accionan para adquirir la orientación horizontal, como en el cañón de la Figura 1. Los soviéticos fueron los primeros en lograr esta hazaña, poniendo en órbita terrestre al Sputnik el 4 octubre de 1957.

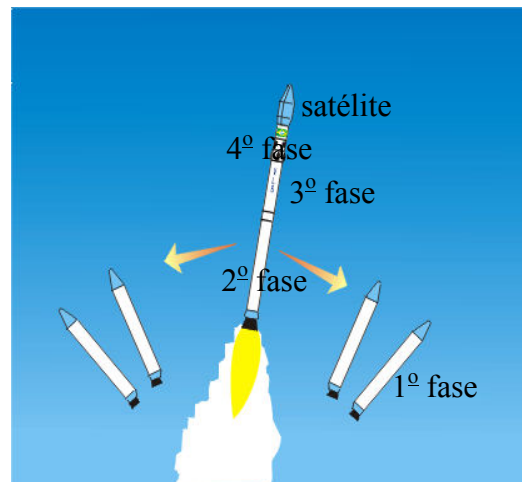


**Figura 1**

El Programa Espacial de Brasil está desarrollando el Vehículo de Lanzamiento de Satélites (VLS), a través del Instituto de Aeronáutica y del Espacio (IAE), ubicado en San José de los Campos, SP. Para poner un satélite en una órbita situada a 750 km de la superficie de la Tierra, es necesario alcanzar una velocidad de 27000 kilómetros por hora (paralela a la superficie). Al contrario que la cima de la montaña, el VLS es lanzado desde el Centro de Lanzamiento de Alcántara (CLA), ubicado en la costa del nordeste de Brasil en el 2º de latitud S, véase la figura 2.



**Figura 2**



**Figura 3**

Para alcanzar la velocidad de 27000 km/h, el VLS utiliza una gran cantidad de combustible (denominado propelente o propulsor) que se distribuye en siete motores, distribuidos a su vez en cuatro etapas. La 1ª etapa se compone de 4 motores. Ellos están unidos lateralmente al cuerpo central compuesto de la 2ª, 3ª y 4ª fase y el satélite, que está en la parte superior del cohete, protegida por una campana llamada cofia. Los motores se queman, sucesivamente, se descartan en el mar después del consumo de carburante. Como la liberación se produce en vertical, una serie de acontecimientos se produce al colocar el satélite en órbita.

La fuerza propulsora necesaria para lanzar el VLS (Vehículo Lanzador de Satélites) desde el suelo, generada por la quema del propelente de cuatro motores de la primera etapa, debe ser superior a la fuerza Peso. De una forma general. El 80% del combustible se consume para vencer la gravitación y acelerar el cohete. El otro 20% el consumido para vencer la fuerza de arrastre que, predominantemente, resulta del roce del cohete con el aire atmosférico.

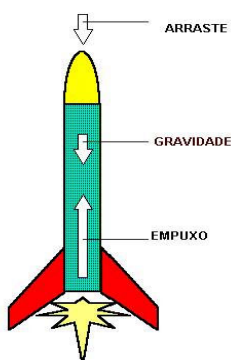
La tabla siguiente presenta algunos eventos relativos al vuelo del VLS, para colocar en órbita un satélite de 86 kg. Al ser accionados, los cuatro motores de la primera fase del VLS, proveen 1000000N (un millón) de empuje. La ignición de la segunda fase ocurre 15 segundos antes de la quema de los cuatro propulsores de la primera fase, mientras que la ignición de la tercera fase se efectúa sólo después del consumo total de combustible del motor de la segunda fase.

Como por encima de los 100Km de altitud, ya se tiene el vacío del espacio, la cofia que protege al satélite del rozamiento atmosférico, puede ser eyectada; esto ocurre a los 133 segundos de vuelo. Luego de la separación de la tercera fase, el conjunto de la cuarta fase más el satélite está inclinado 52° respecto de la vertical. Sin embargo, la ignición del motor de la cuarta fase ocurre solamente después de una maniobra (balanceo) cuya función es colocar el conjunto satélite/fase 4 paralelo a la superficie terrestre, semejante al cañón de la figura 1. Los 36 segundos de quema del motor de la cuarta fase son suficientes para alcanzar la velocidad orbital de 7500 m/s. Al final de la quema total del combustible de la cuarta fase, la misma se separa del satélite y ambos quedan en órbita en torno a la Tierra.

EVENTO	Tiempo [s]	Altitud [km]	Masa [kg]	Velocidad [m/s]
Inicio del vuelo vertical	0.0	0.062	50000	0
Fin del vuelo vertical	5.0	0.151	47577	40
Ignición de la 2ª fase	53.0	17.9	24771	1310
Fin de la quema de la 1ª fase	68.0	33.1	20000	1765
Separación de la 1ª fase	70.0	35.3	14000	1780
Fin de la quema de la 2ª fase	124.0	108.7	8391	2799
Separación 2ª fase/ignición de 3ª fase	125.0	110.3	6967	2793
Eyección de la cofia (protección)	133.0	123	6515	2924
Fin de la quema de la 3ª fase	193.0	243	2423	5168
Separación de la 3ª fase	196.0	251	1363	5155
Inicio de la maniobra de balanceo	200.0	263	1363	5137
Fin de la maniobra de balanceo	260.0	399	1363	4891
Ignición de la 4ª fase	461.1	707	1134	4337
Fin de la quema de 4ª etapa	532.1	743	326	7500
Separación de la 4ª fase/colocación en órbita	532.1	743	86	7500

### Preguntas:

- Considerando que el radio de la Tierra es de 6.400 km y sabiendo que la Tierra completa un giro en torno a su propio eje en 24 horas, determine la velocidad tangencial del VLS (expresada en km/h) cuando el cohete está posicionado verticalmente en la plataforma de lanzamiento, preparado para ser lanzado. Suponga en sus cálculos que el CLA (Centro de lanzamiento de Alcántara) se encuentra exactamente en el Ecuador terrestre. (ver **Figura 2**) y que  $\pi \approx 3$ .
- Se sabe que para poner un satélite en órbita a 743 km de altitud se necesita alcanzar una velocidad de 27000 km/h. ¿En qué sentido lanzaría el VLS: Oeste → Este, ó Este → Oeste (**vea Figura 2**)? Justifique su respuesta.
- Usando la 2ª Ley de Newton y asumiendo que la aceleración gravitacional es de 10 m/s<sup>2</sup>, estime la del VLS en el momento de la ignición de los cuatro propulsores.



- Considerando que el propulsor de la segunda fase del VLS consume 120 kg de propelente en cada segundo, estime la masa de propelente de los cuatro propulsores de la 1ª fase.
- La tabla muestra que entre el inicio y el final de la maniobra de balanceo existe un decrecimiento en la velocidad del conjunto Satélite/Fase 4. ¿Cómo explican ese decrecimiento de velocidad?