PROVA PRESENCIAL – TEÓRICA P1 e P2

Gabarito

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA

XIII IOAA e XI OLAA de 2019

Nota Final_____

Escreva aqui a sua identificação:

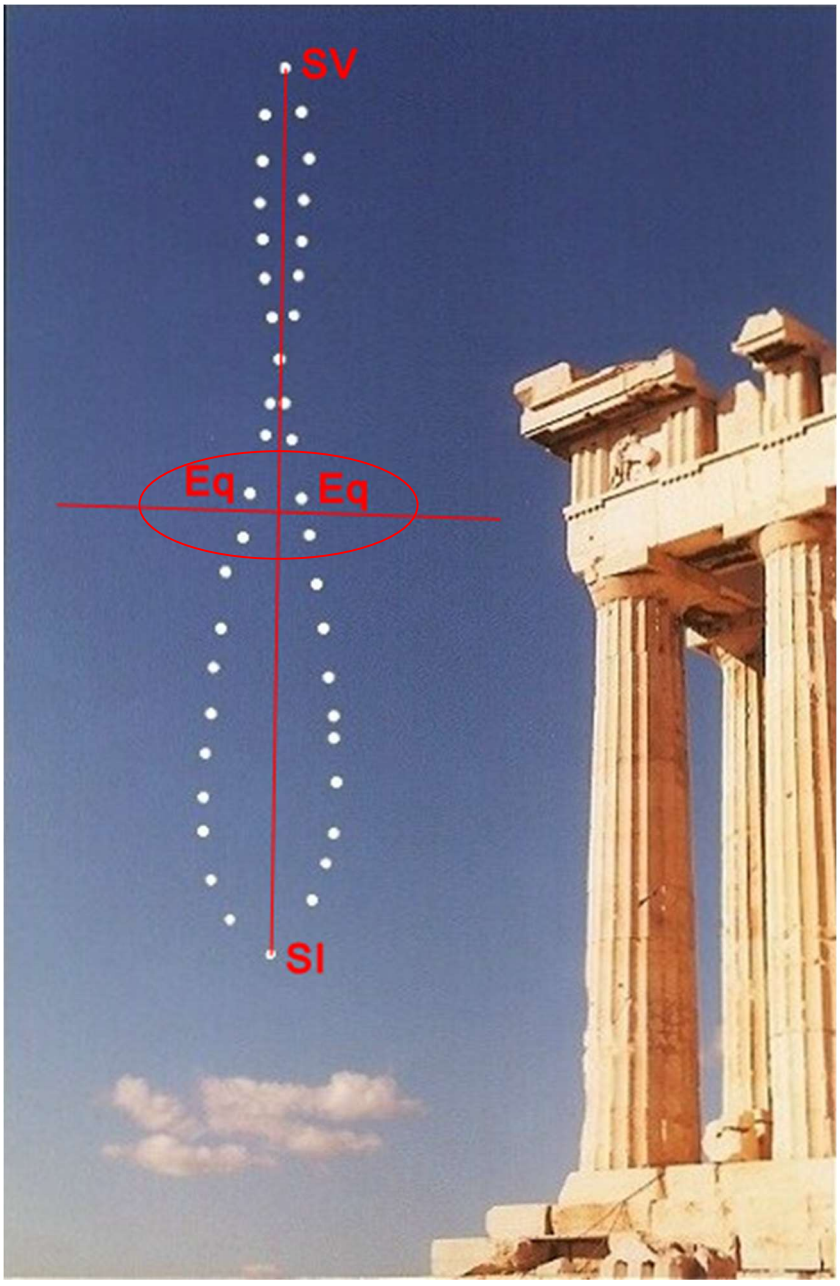
Instruções

Questão 1	marque as posições do Sol na imagem abaixo

Questão 1

O ANALEMA desenha o movimento aparente do Sol. Sabemos que, no mesmo horário, a medida que nos aproximamos do inverno o Sol está cada vez baixo em relação ao horizonte, sendo a sua posição mais baixa exatamente no dia do Solstício de Inverno. Inversamente, o Sol estará em seu ponto mais elevado em relação ao horizonte no dia do Solstício de Verão. No meio do caminho o Sol estará sobre o Equador Celeste, correspondendo aos Equinócios.

A figura abaixo representa a resposta esperada. Em relação aos Equinócios, a resposta será considerada correta se o estudante marcar uma das posições, à direita e à esquerda da reta vertical, dentro da elipse assinalada.



Questão 2	a	3,02 ≈ 3
	b	3/2

Questão 2 - espaço para o cálculo

Resposta:

"**b**" pode ser encontrado através da análise dimensional da expressão acima:

$$1{,}44M_{\odot} = k\sqrt{a\pi}\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{b}\left(\frac{1}{\mu_e m_H}\right)^{2} \rightarrow kg = \left(\frac{J.s \times m/s}{\frac{Nm^2}{kg^2}}\right)^{b}\frac{1}{(kg)^2}$$

Como $N = \frac{kg.m}{s^2}$ e $J = \frac{kg.m^2}{s^2}$, teremos

$$kg = \left(\frac{\frac{kg.m^2}{s^2}.s \times m/s}{\frac{\frac{kg.m}{s^2}m^2}{kg^2}}\right)^{b}\frac{1}{(kg)^2}$$

Simplificando as dimensões:

$$kg = [(kg)^2]^b\frac{1}{(kg)^2} \rightarrow (kg)^3 = (kg)^{2b} \rightarrow 3 = 2b \leftrightarrow b = \frac{3}{2}$$

De maneira semelhante, "a" pode ser encontrado substituindo-se os valores das constantes dadas:

$$1{,}44 \times 1{,}99 \times 10^{30} = \sqrt{a\pi}\left(\frac{1{,}05 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{6{,}67 \times 10^{-11}}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{2 \times 1{,}66 \times 10^{-27}}\right)^{2}$$

$$2{,}8656 \times 10^{30} = \sqrt{a\pi}(4{,}7226 \times 10^{-16})^{3/2}(3{,}0120 \times 10^{26})^2$$

$$\sqrt{a\pi} = \frac{2{,}8656 \times 10^{30}}{(1{,}0263 \times 10^{-23})(9{,}0724 \times 10^{52})}$$

$$\sqrt{a\pi} \cong 3{,}0776 \rightarrow a\pi \cong 9{,}4719 \rightarrow a \cong 3{,}02 \approx 3$$

Questão 3	D	$1{,}26 \times 10^3\ m \approx 1{,}3\ km$

Questão 3 - espaço para o cálculo

Resposta:

A resolução angular de um telescópio é dada por:

$$\theta(radianos) = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$$

A distância da superfície da Terra a superfície da Lua vale:

$$3{,}84 \times 10^8 - 6{,}37 \times 10^6 - \frac{3{,}47 \times 10^6}{2} \cong 3{,}76 \times 10^8\ m$$

Um objeto de 20 cm visto a $3{,}76 \times 10^8$ m de distância tem o tamanho angular de:

$$\theta = \frac{20\ cm}{3{,}76 \times 10^8\ m} = \frac{20 \times 10^{-2}\ m}{3{,}76 \times 10^8\ m} \cong 5{,}32 \times 10^{-10}\ radianos$$

O diâmetro D do telescópio será:

$$D = 1{,}22\frac{\lambda}{\theta} = 1{,}22\frac{550 \times 10^{-9}}{5{,}32 \times 10^{-10}} \cong 1{,}26 \times 10^3\ m \approx 1{,}3\ km$$

Questão 4	R_{corpo}	$1{,}38 \times 10^3 m = 1{,}38\ km$

Questão 4 - espaço para o cálculo

Resposta:

$$\rho_{Terra} = \frac{M_{terra}}{V_{Terra}} = \frac{5{,}97 \times 10^{24} kg}{\frac{4}{3}\pi(6{,}37 \times 10^6 m)^3} \cong 5{,}51 \times 10^3 kg\ m^{-3}$$

A Energia cinética adquirida no salto do corpo é igual à Energia potencial que o astronauta adquire na Terra com o mesmo impulso:

$E_c^{corpo} = E_p^{Terra} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh$, onde v é a velocidade inicial do salto e h a altura máxima que ele alcança na Terra (0,3 m)

Então: $v^2 = 2gh$, que deve ser igual a velocidade de escape do pequeno corpo $\left(v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_{corpo}}{R_{corpo}}}\right)$

Igualando: $2gh = \frac{2GM_{corpo}}{R_{corpo}}$, onde $M_{corpo} = \rho_{corpo} \times V_{corpo}$

Reescrevendo: $gh = \frac{G\rho V}{R} = \frac{G\rho}{R}\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow R_{corpo} = \sqrt{\frac{3gh}{4\pi G\rho}}$

Substituindo os valores: $R_{corpo} = \sqrt{\frac{3 \times 9{,}8 \times 0{,}3}{4\pi \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}51 \times 10^3}} \cong 1{,}38 \times 10^3 m = 1{,}38\ km$

Questão 5	a) diagrama	Desenhe no espaço abaixo
	b) latitude	φ = 55º 48’ 59’’ S (ou - 55º 48’ 59’’) ou φ = 22º 22’ 9,8’’ N (ou +22º 22’ 9,8’’)

Questão 5 - espaço para desenho e o cálculo

RESPOSTA

a) Existem duas possibilidades: o observador estar no Hemisfério Sul (A = 180º → Ponto Cardeal Norte) ou no Hemisfério Norte (A = 180º → Ponto Cardeal Sul).

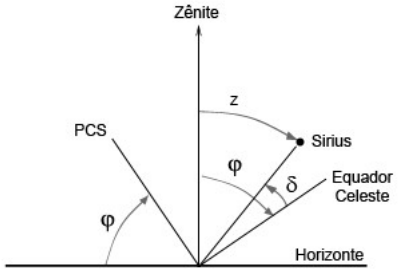


Fig.1: Observador no Hemisfério Sul

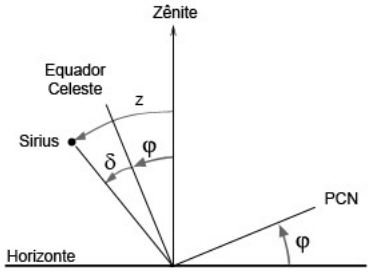


Fig.2: Observador no Hemisfério Norte

O Estudante tem que, obrigatoriamente, assinalar os itens pedidos: **horizonte**, **polo**, **zênite** e a **estrela**.

b1) Observador no Hemisfério Sul:

Sua latitude será: $|\varphi| = z + |\delta| = 39° 05’ 34,4’’ + 16° 43’ 24,6”$

φ = 55º 48’ 59’’ S (ou - 55º 48’ 59’’)

- o estudante precisa indicar o Hemisfério S ou o sinal negativo para receber pontação nesse item.

b2) Observador no Hemisfério Norte:

Sua latitude será: $|\varphi| = z - |\delta| = 39° 05’ 34,4’’ - 16° 43’ 24,6”$

φ = 22º 22’ 9,8’’ N (ou +22º 22’ 9,8’’)

- o estudante precisa indicar o Hemisfério N ou o sinal positivo para receber pontação nesse item.

Não serão considerados os casos de: latitude sem conta e latitude correta baseada num diagrama errado, não condizente com a resposta.

Questão 6	a) amplitude	$1{,}33 \times 10^{-8}\ radianos\ \approx (2{,}75 \times 10^{-3})'' = 2{,}75\ mas$
	b) período	$11{,}87\ anos$

Questão 6 - espaço para o cálculo

Resposta:
Comecemos por calcular o centro de massa x_{cm} Sol-Júpiter:

$$x_{cm} = \frac{m_J}{m_J + m_{Sol}} \times d_{Sol-J} = \frac{1{,}90 \times 10^{27}}{1{,}90 \times 10^{27} + 1{,}99 \times 10^{30}} \times 778{,}6 \times 10^9 \cong 7{,}42 \times 10^8\ m$$

Para um observador situado na Estrela de Barnard a amplitude angular da oscilação do Sol será:

$$\theta = \frac{7{,}42 \times 10^8}{5{,}88 \times 9{,}46 \times 10^{15}} \cong 1{,}33 \times 10^{-8}\ radianos\ \approx (2{,}75 \times 10^{-3})'' = 2{,}75\ mas$$

O período de oscilação será igual ao período orbital de Júpiter:

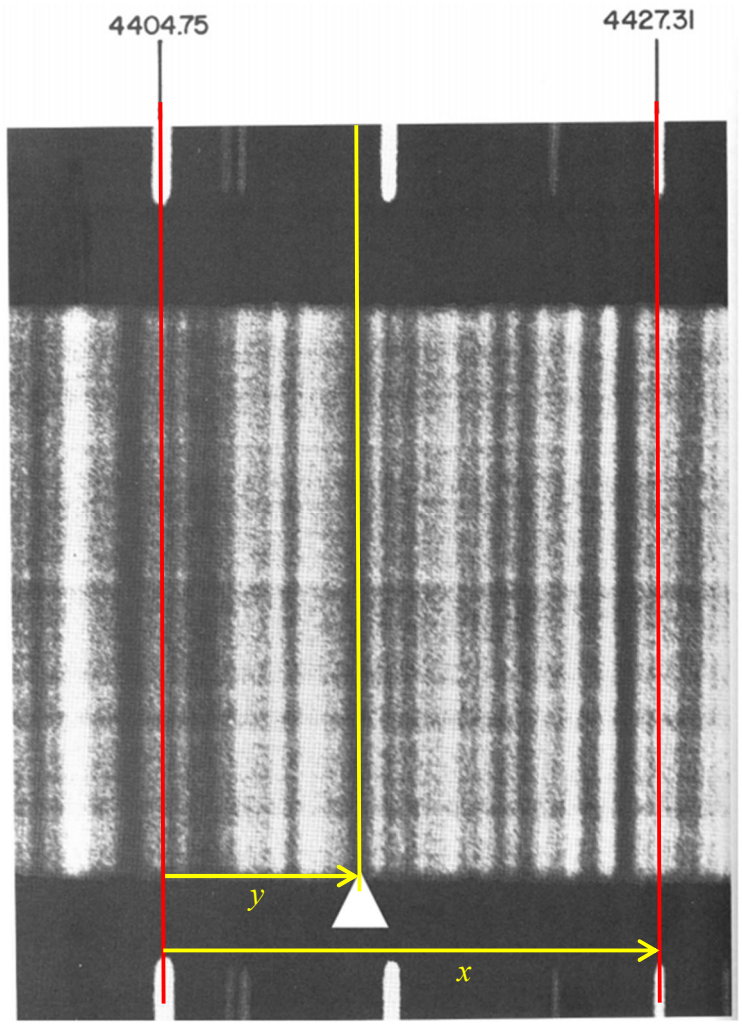
De acordo com a terceira Lei de Kepler:

$$\frac{P_J^2}{a_J^3} = \frac{P_T^2}{a_T^3} \rightarrow P_J = P_T \sqrt{\left(\frac{a_J}{a_T}\right)^3} = 1\ ano \times \sqrt{\left(\frac{778{,}6 \times 10^9}{149{,}6 \times 10^9}\right)^3} \cong 11{,}87\ anos$$

Questão 7	a) comprimento de onda observado	Entre 4413 Å e 4414 Å
	b) velocidade radial	[-144,73; -76,78] *km/s*

Questão 7 - espaço para o cálculo

Resposta:



O comprimento de onda observado está entre 4404,75 Å e 4427,31 Å, como se vê no espectrograma.

Seu valor será 4404,75 Å + $d\lambda$.

Para determinar $d\lambda$:

i. com uma régua, mede-se o valor de x e de y (estes valores poderão variar dependendo do tamanho da imagem impressa, mas a proporção será mantida)

ii. utiliza-se uma regra de três simples, onde: ***x mm*** ≡ (4427,31 Å – 4404,75 Å) e ***y mm*** ≡ $d\lambda$

Então: $d\lambda = \frac{y\ mm \times 22{,}56\ Å}{x\ mm}$

Dependendo da precisão da medida, chega-se a um valor entre 4413 Å e 4414 Å

Para determinar $\boldsymbol{v_r}$:

$\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{v_r}{c}$

Substituindo os valores: $4413 - 4415{,}13 = 4415{,}13 \frac{v_r}{3{,}00\times10^5 km/} \rightarrow \boldsymbol{v_r} \cong -1{,}44 \times 10^2\ km/s$

$4414 - 4415{,}13 = 4415{,}13 \frac{v_r}{3{,}00\times10^5 km/s} \rightarrow \boldsymbol{v_r} \cong -7{,}68 \times 10^1\ km/s$

Serão aceitos valores [-144,73; -76,78] *km/s*

Questão 8	Raio de Schwarzschild	$1{,}30 \times 10^3\ U.A. = 1300\ U.A.$

Questão 8 - espaço para o cálculo

Resposta:

O Raio de Schwarzschild pode ser encontrado fazendo-se a velocidade de escape igual à velocidade da luz:

$$v_e = c = \sqrt{\frac{2GM}{r_s}} \rightarrow r_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Substituindo-se os valores, temos:

$$r_S = \frac{2 \times 6{,}67 \times 10^{-1} \times 66 \times 10^9 \times 1{,}99 \times 10^{30}}{(3{,}00 \times 10^8)^2} \cong 194{,}67 \times 10^{12}\ m$$

Dividindo o valor de r_S por 1 U.A., temos:

$$r_S = \frac{194{,}67 \times 10^{12}\ m}{149{,}6 \times 10^9\ m/U.A.} \cong 1{,}30 \times 10^3\ U.A. = 1300\ U.A.$$

Questão 9	a) magnitude aparente	$m_{(120{,}3\ U.A.)} = -16{,}3$
	b) tempo	$5{,}95 \times 10^4\ s \cong 9{,}92 \times 10^2\ min \cong 16{,}53\ h$

Questão 9 - espaço para o cálculo

Resposta:

A distância da sonda em U.A. é:

$$d = \frac{18 \times 10^{12}\ km}{149{,}6 \times 10^9\ km/U.A.} \cong 120{,}3\ U.A.$$

Utilizado a equação de Pogson:

$$m_{(120{,}3\ U.A.)} - m_{(1\ U.A.)} = -2{,}5 \log\left[\frac{F_{(120{,}3\ U.A.)}}{F_{(1\ U.A.)}}\right]$$

$F_{(120{,}3\ U.A.)} = \frac{L_\odot}{4\pi(120{,}3\ U.A.)^2}$ e $F_{(1\ U.A.)} = \frac{L_\odot}{4\pi(1\ U.A.)^2}$

Então: $\frac{F_{(120{,}3\ U.A.)}}{F_{(1\ U.A.)}} = \frac{1}{120{,}3^2}$

Substituindo-se os valores:

$$m_{(120{,}3\ U.A.)} - (-26{,}7) = -2{,}5 \log \frac{1}{(120{,}3)^2}$$

$$m_{(120{,}3\ U.A.)} + 26{,}7 = +10{,}4 \rightarrow m_{(120{,}3\ U.A.)} = -16{,}3$$

b)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{119{,}3\ U.A.}{c} = \frac{119{,}3 \times 149{,}6 \times 10^9\ m}{3{,}00 \times 10^8\ m/s} \rightarrow t \cong 5{,}95 \times 10^4\ s \cong 9{,}92 \times 10^2\ min \cong 16{,}53\ h$$

Observação:

A sonda está em oposição com a Terra, portanto, apesar das respostas terem valores próximos, o estudante perderá ponto se usar 120,3 U.A. ao invés de 119,3 U.A.

Questão 10	Número de estrelas	$\approx 10^5\ estrelas$

Questão 10 - espaço para o cálculo

Resposta:
A velocidade de escape pode ser calculada através da seguinte equação:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Onde M é a massa total das estrelas do aglomerado, que será igual a $n \times M_{Sol}$.

Resolvendo para n:

$$v_e^2 = \frac{2GnM_{Sol}}{\emptyset/2} \leftrightarrow n = \frac{v_e^2 \emptyset}{4GM_{Sol}}$$

Substituindo-se os valores:

$$n = \frac{(6 \times 10^3)^2 \times 40 \times 3{,}26 \times 9{,}46 \times 10^{15}}{4 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}} \rightarrow n \cong 83643 \approx 8{,}36 \times 10^4 \approx 10^5\ estrelas$$

Obs.: Foi pedida a ordem de grandeza do número de estrelas (10^n estrelas), portanto o estudante que não responder apenas com uma potência de 10 perderá ponto.

Questão 11	Magnitude integrada	+0,77

Questão 11 - espaço para o cálculo

Resposta:

$$\delta m = -2{,}5log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Longrightarrow \frac{F_1}{F_2} = 10^{\frac{1{,}8-1{,}3}{2{,}5}} = 10^{0{,}2}$$

$$F_i = F_1 + F_2$$

$$m_1 = m_2 - 2{,}5log\left(\frac{F_1 + F_2}{F_2}\right) = 1{,}8 - 2{,}5log\left(1 + \frac{F_1}{F_2}\right)$$

$$m_1 = 1{,}8 - 2{,}5log(1 + 10^{0{,}2}) \cong 1{,}8 - 1{,}03 \rightarrow m_1 = 0{,}77$$

Questão 12	distância	$531\ Mpc = 5{,}31 \times 10^8\ pc$
	tempo	~ 1,73 bilhão de anos

Questão 12 - espaço para o cálculo

Resposta:

Para z > 0,1 devemos usar a fórmula:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1$$

Desenvolvendo:

$$(z+1)^2 = \frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}} \rightarrow \frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

Substituindo:

$$\frac{v}{c} = \frac{(1{,}13)^2 - 1}{(1{,}13)^2 + 1} \cong \frac{0{,}28}{2{,}28} \cong 0{,}12$$

A velocidade de recessão é dada por:

$v = H_0 D \leftrightarrow D = \frac{v}{H_0}$

Substituindo:

$$D = \frac{0{,}12 \times 3{,}00 \times 10^5}{67{,}80} \approx 531\ Mpc = 5{,}31 \times 10^8\ pc$$

Como 1 pc ≈ 3,26 anos-luz, então 531×10^8 pc ≈ $1{,}73 \times 10^9$ anos-luz.

Portanto, sua luz demorou 1,73 bilhão de anos para chegar até nós.

Obs.: Foi pedida a distância em parsecs, e o tempo em anos. Portanto o estudante que escrever as respostas em outra unidades, mesmo que corretas, perderá ponto.

Questão 13	razão	2

Questão 13 - espaço para o cálculo

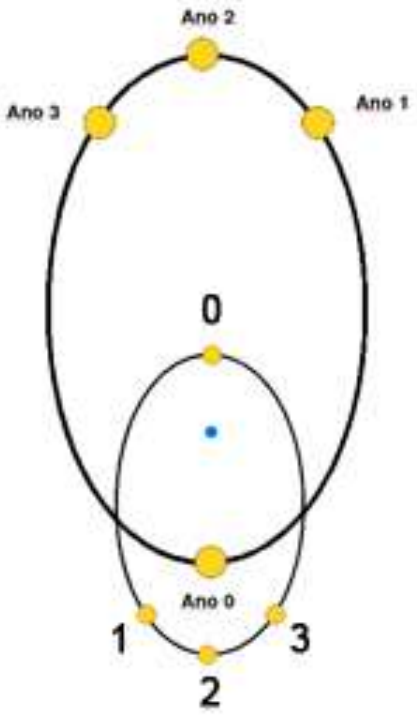
Resposta:

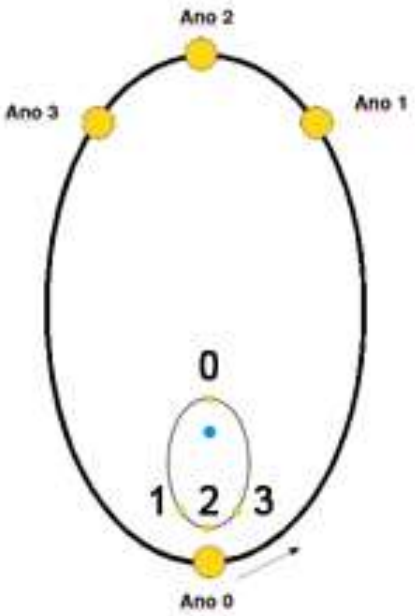
$$R_{Roche}^3 = 1{,}26^3 R_{Marte}^3 \left(\frac{\rho_p}{\rho_s}\right) \rightarrow \frac{\rho_p}{\rho_s} = \left(\frac{5400}{1{,}26 \times 3{,}40 \times 10^3}\right)^3 \cong 2$$

Questão 14	Faça o desdenho no esquema abaixo

Questão 14 - espaço para o desenho

Resposta:
As duas hipóteses são válidas.





Questão 15	distância	$7{,}64 \times 10^{-2}\ m = 7{,}64\ cm$

Questão 15 - espaço para o cálculo

Resposta:

$$\frac{Luminosidade\ do\ Sol}{4\pi D^2} = \frac{Luminosidade\ da\ lâmpada}{4\pi d^2}$$

$$d^2 = \frac{100\ W}{3{,}83 \times 10^{26}\ W}\left(149{,}6 \times 10^{9}\ m\right)^2 \rightarrow d \cong 7{,}64 \times 10^{-2}\ m = 7{,}64\ cm$$

Questão 16	Desenhe a configuração no esquema abaixo

Resposta: A configuração esperada está indicada no desenho à esquerda.

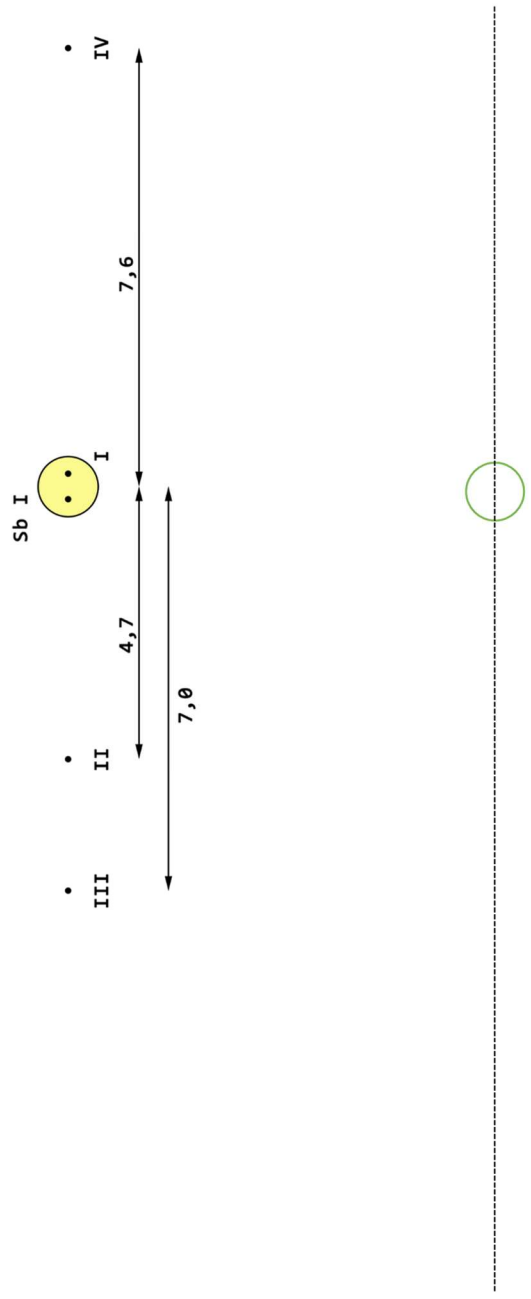
Observações:

- Os valores no desenho gabarito são meramente de referência;

- O que importa para a pontuação da questão é a semelhança entre a configuração desenhada pelo estudante e a do gabarito;

- Portanto, Ganimedes (III) e Calisto (IV) devem estar em posições quase simétricas e opostas;

- Na tabela dos fenômenos das luas de Júpiter, vemos que no dia 4, às 16h18 começa o trânsito da sombra de Io (I) e às 17h20 começa o trânsito de Io. Portanto às 18h tanto Io quanto sua sombra estão ainda em trânsito pelo disco do planeta. O estudante perderá ponto se não indicar Io e sua sombra dentro do disco de Júpiter.



Questão 17	a) livre caminho médio	$7{,}04 \times 10^{-5} m$ ou (10^{-4} m)
	b) tempo (fóton)	$7{,}26 \times 10^{5} anos$ ou (10^{6} anos)
	c) tempo (neutrino)	$2{,}3\ s$

Questão 7 - espaço para o cálculo

Resposta:

a) $\langle \rho_{\odot} \rangle = \frac{massa_{\odot}}{volume_{\odot}} = \frac{2{,}0 \times 10^{30}\ kg}{\frac{4}{3}\pi (6{,}96 \times 10^{8}\ m)^3} \cong 1{,}42 \times 10^{3}\ kg\ m^{-3}$

Então: $d_{fóton} = \frac{1}{10 \times 1{,}42 \times 10^{3}} \cong 7{,}04 \times 10^{-5} m$ ou (10^{-4} m)

b) Então: $s_{fóton} = \frac{(6{,}96 \times 10^{8})^2}{7{,}04 \times 10^{-5}} \cong 6{,}88 \times 10^{21} m$ ou (10^{22} m)

O tempo de viagem do fóton será: $\frac{s_{fóton}}{c} = \frac{6{,}88 \times 10^{21}}{3 \times 10^{8}} \cong 2{,}29 \times 10^{13} s$ ou (10^{13} s)

Que é igual a: $\frac{2{,}29 \times 10^{13}}{3600 \times 24 \times 365} \cong 7{,}26 \times 10^{5} anos$ ou (10^{6} anos – ordem de grandeza de 1 milhão de anos)

c) Como a viagem é em linha reta: $\frac{R_{\odot}}{c} = \frac{6{,}96 \times 10^{8}}{3 \times 10^{8}} = 2{,}3\ s$

Questão 18	Hora Oficial Brasileira	13 h 09 min ou 10 h 14 min

Questão 18 - espaço para o cálculo

A pergunta correta da Questão 18 deveria ter sido: **Que horas serão quando o Sol cruzar o meridiano local?**

O meridiano principal é o Meridiano de Greenwich, que não faz muito sentido em se tratando de um relógio de Sol na Fazenda Ribeirão/Barra do Piraí/RJ.

Por conta deste erro na formulação da questão, serão aceitas as respostas utilizando-se o meridiano local e o Meridiano de Greenwich.

Resposta para o meridiano local:

i) Como é dito que neste dia o Sol Verdadeiro está 14 minutos atrasado em relação ao Sol Médio, ele cruza o meridiano 45º (centro do fuso horário) às 12h 14min;
ii) No entanto o relógio está localizado na Longitude = -43º 46' 15'', portanto

-43º 46' 15'' ≈ - 43,7708º

-45º - (-43,7708º) = -1,2292º

A diferença, em minutos, entre o centro do fuso horário e o local do relógio será:

$$\begin{cases} 15^o & \rightarrow 60\ min \\ -1{,}2292^o & \rightarrow -4{,}9168\ \text{min} \approx -5\ min \end{cases}$$

Portanto o Sol cruza o meridiano local cerca de 5 minutos antes de cruzar a longitude 45º, às 12h 14min – 5min = 12h 9min

Como ainda há a vigência do Horário de Verão, acrescentamos 1h.

Portanto, será 13h 9min quando o Sol cruzar o meridiano local.

Resposta para o meridiano principal:

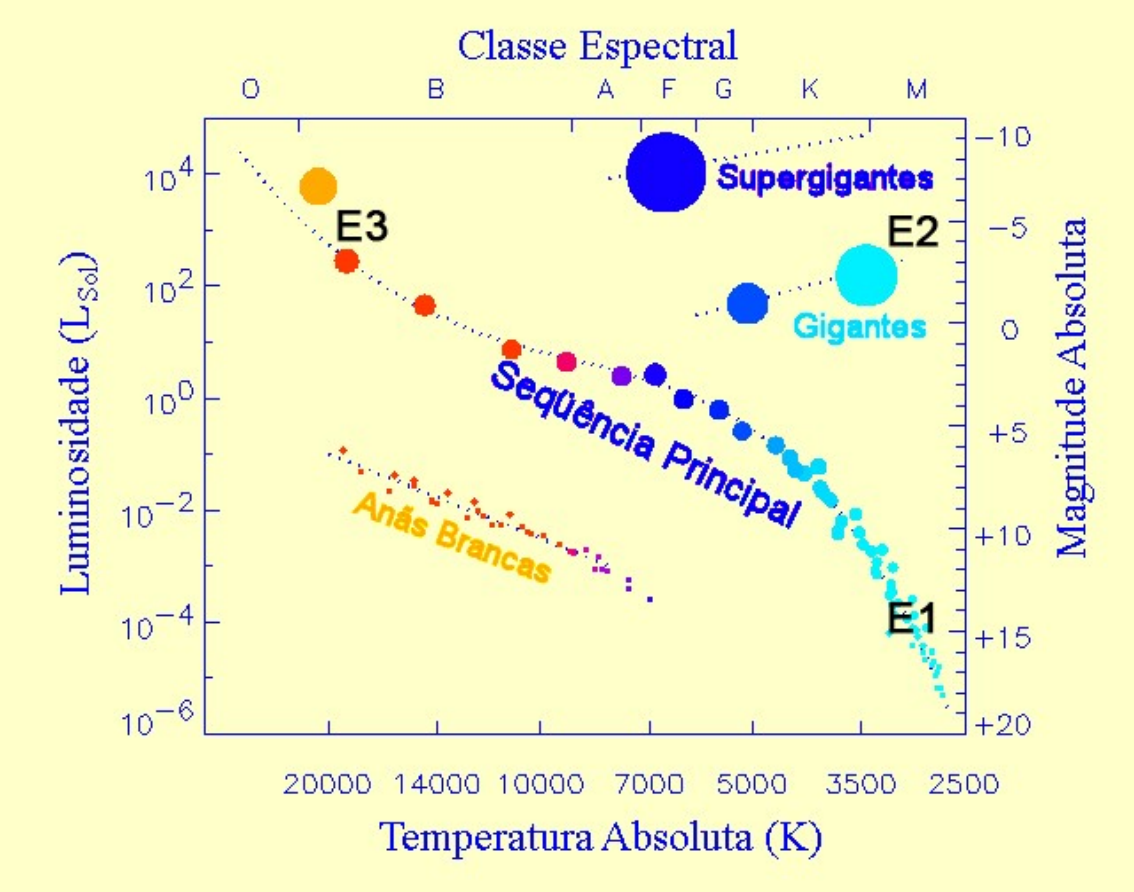
i) Como é dito que neste dia o Sol Verdadeiro está 14 minutos atrasado em relação ao Sol Médio, ele cruza o meridiano principal às 12h 14min;
ii) Com a vigência do Horário de Verão a Hora Oficial Brasileira será GMT - 2h.

Portanto, será 12 h 14 min – 2 h = 10 h 14 min quando o Sol cruzar o meridiano principal.

Questão 19	E1	Sequência Principal
	E2	Gigante ou Supergigante
	E3	Sequência Principal

Questão 19 - espaço para o cálculo

Resposta:



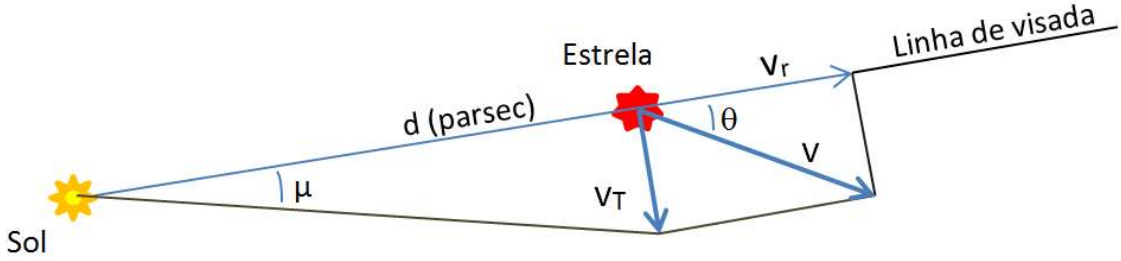
Obs.: o estudante precisará marcar no gráfico a posição das estrelas, se não perderá ponto.

Questão 20	a) velocidade tangencial	$89{,}57\ km/s$
	b) velocidade espacial	$140{,}31\ km/s$
	c) θ	$\cong 140{,}33^o \approx 140^o$

Questão 20 - espaço para o cálculo

Resposta:

a)



Se μ for expresso em radianos, então a seguinte relação é válida: $v_T = \mu d$

Como $d(pc) = \frac{1}{\pi(")}$, temos: $v_T = \frac{\mu}{\pi} pc/ano$

$$\frac{rad \times pc}{ano} \equiv \frac{3{,}08 \times 10^{13} km}{(206265) \times (365 \times 24 \times 3600) s} \cong 4{,}73\ km/s$$

(1rad = 206265'')

Então: $v_T = 4{,}73 \frac{\mu''}{\pi''} km/s$

Substituindo os valores: $v_T = 4{,}73 \frac{10{,}34}{0{,}546} \cong 89{,}57\ km/s$

Obs.: o estudante poderá fazer com pc/ano e encontrará $v_T = 9{,}17 \times 10^{-5}\ pc/ano$, mas terá que fazer a conversão para km/s para resolver o próximo item.

b) $v^2 = v_T^2 + v_r^2 = (89{,}57)^2 + (-108)^2 \rightarrow v = \sqrt{19686{,}78} \cong 140{,}31\ km/s$

c) $\theta = arcos\left(\frac{v}{v_r}\right) = arcos\left(\frac{-108}{140{,}31}\right) \rightarrow \theta \cong 140{,}33^o \approx 140^o$

Questão 1 P2	Razão	10,75

Resposta:

$$m_2 - m_1 = -2{,}5 \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

Para que Júpiter e Marte tenham a mesma magnitude aparente, teremos $F_J = F_M$

Então:

$$F_J = \frac{L_J}{4\pi\left(d_{J-T}\right)^2} = F_M = \frac{L_M}{4\pi(d_{M-T})^2}$$

Para termos a luminosidade de Júpiter, temos que levar em conta a distância dele ao Sol, a área de sua seção reta (ou efetiva) e seu albedo. O mesmo vale para Marte.

Então:

$$L_J = \frac{L_\odot}{4\pi\left(d_J\right)^2} \times \pi\left(r_J\right)^2 \times a_J$$

$$L_M = \frac{L_\odot}{4\pi(d_M)^2} \times \pi(r_M)^2 \times a_M$$

Substituindo:

$$\frac{L_\odot}{16\pi^2\left(d_{J-T}\right)^2\left(d_J\right)^2} \times \pi\left(r_J\right)^2 \times a_J = \frac{L_\odot}{16\pi^2(d_{M-T})^2(d_M)^2} \times \pi(r_M)^2 \times a_M$$

Simplificando:

$$\frac{\left(r_J\right)^2 \times a_J}{\left(d_{J-T}\right)^2\left(d_J\right)^2} = \frac{(r_M)^2 \times a_M}{(d_{M-T})^2(d_M)^2} \leftrightarrow \left(\frac{d_{J-T}}{d_{M-T}}\right)^2 = \frac{(d_M)^2\left(r_J\right)^2 \times a_J}{\left(d_J\right)^2(r_M)^2 \times a_M}$$

Substituindo-se os valores:

$$\left(\frac{d_{J-T}}{d_{M-T}}\right)^2 = \frac{(1{,}52)^2(71{,}49 \times 10^6)^2 \times 0{,}52}{(5{,}20)^2(3{,}40 \times 10^6)^2 \times 0{,}17} \cong 115{,}55 \rightarrow \frac{d_{J-T}}{d_{M-T}} = \sqrt{115{,}55} \cong 10{,}75$$

Quando Júpiter estiver cerca de 11 vezes mais distante da Terra do que Marte, este será tão brilhante quanto o primeiro.

Questão 2 P2	a) equação	$23{,}43^o\ sen\left[\frac{360}{365}(d-79)\right]$ ou $-23{,}43^o\ sen\left[\frac{360}{365}(d+103{,}5)\right]$
	b) comprimento da sombra	0,63 m
	c) Latitude	0º ou Linha do Equador

a. A constante ***A*** é a amplitude máxima da função. Então ***A*** vale **23,43º**, com a precisão de duas casas decimais. (**o estudante perderá ponto se escrever 23º 26'**).

A constante ***B*** pode ser calculada sabendo-se que na data indicada a declinação do Sol, em primeira aproximação, é nula (δ = 0º). Então o argumento da função seno deve ser zero.

O valor de ***d*** é 79 (31 dias de janeiro + 28 dias de fevereiro + 20 dias de março).

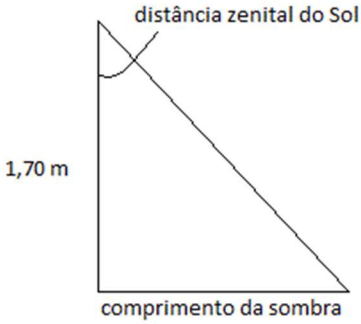
Então: 79 – ***B*** = 0 →***B*** = 79

A equação procurada é: $\delta_{Sol} = 23{,}43^o\ sen\left[\frac{360}{365}(d-79)\right]$

Dependendo do raciocínio do estudante, outra resposta aceitável é:

$\delta_{Sol} = -23{,}43^o\ sen\left[\frac{360}{365}(d+103{,}5)\right]$

b. A geometria do problema:



Em 20 de fevereiro de 2019 ***d*** = 51 (31 dias de janeiro + 20 dias de fevereiro).

A distância zenital ***z*** do Sol é igual ao módulo da declinação do Sol na data - latitude do local.

Então, $\delta_{Sol} = 23{,}43^o\ sen\left[\frac{360}{365}(51-79)\right] \rightarrow \delta_{Sol} \cong -10{,}86^o$

$z = |-10{,}86^o - (-31{,}31^o)| = 20{,}45^o$

Pela geometria do problema: *comprimento da sombra* = 1,70 m × tg (***z***)

Então: $comprimento\ da\ sombra = 1{,}70\ m\ \times tg\ (20{,}45) \cong 0{,}63\ m$

c. Em 25 de maio de 2019 ***d*** = 145 (31 dias de janeiro + 28 dias de fevereiro + 31 dias de março + 30 dias de abril + 25 dias de maio).

$\delta_{Sol} = 23{,}43^o sen\left[\frac{360}{365}(145-79)\right] \cong +21{,}25^o (\sim +20^o 15')$

A distância zenital ***z*** do Sol será 90º - altura do Sol

Então, $z = 90^o - 68^o 45' = 20^o 15'$

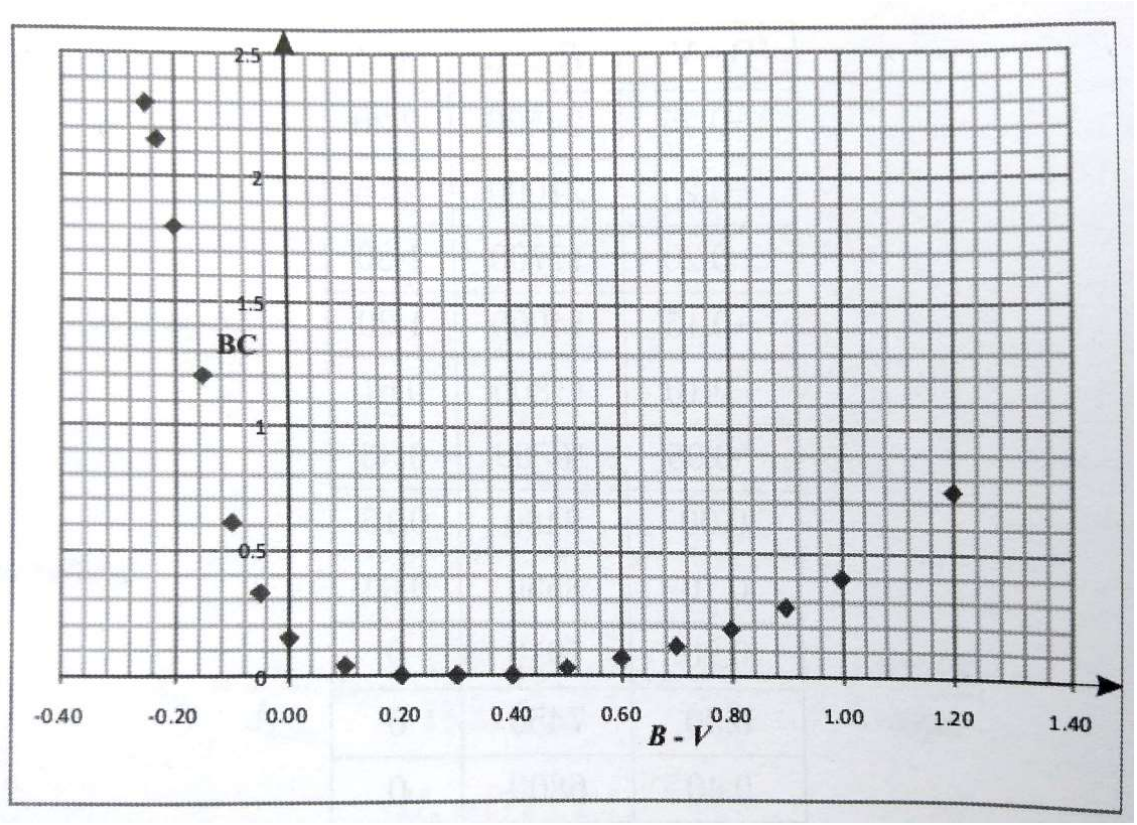
Como o Sol estava ao norte do observador e a distância zenital do Sol tem o mesmo valor de sua declinação, o observador está sobre a Linha do Equador.

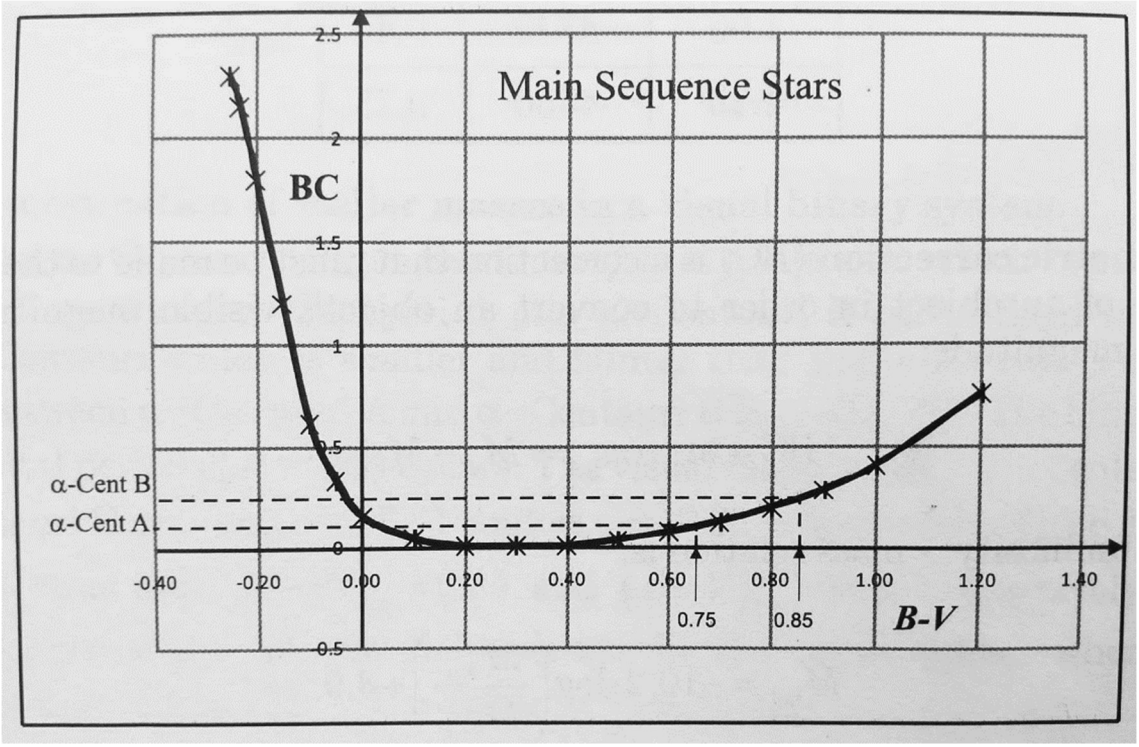
Serão considerados valores pequenos para a latitude do observador.

Questão 3 P2	Construa o gráfico no papel milimetrado	
	magnitude bolométrica aparente de α Cen A	-0,11
	magnitude bolométrica aparente de α Cen B	+1,09

Resposta:

a) O gráfico CB versus Índice de Cor Intrínseco deve ser semelhante a este:





b)...
Para α Cen A, temos:
$m_{VA} = -0{,}01$ e $(B\text{-}V)_{0A} = 0{,}65$
Do gráfico, obtemos $(CB)^A = 0{,}10$
O que resulta:

$$(CB)^A = m_V^A - m_{bol}^A \leftrightarrow m_{bol}^A = m_V^A - (CB)^A = -0{,}01 - 0{,}1 = -0{,}11$$

Para α Cen B, temos:
$m_{VA} = +1{,}34$ e $(B\text{-}V)_{0A} = 0{,}85$
Do gráfico, obtemos $(CB)^B = 0{,}25$
O que resulta:

$$(CB)^B = m_V^B - m_{bol}^B \leftrightarrow m_{bol}^B = m_V^B - (CB)^B = +1{,}34 - 0{,}25 = +1{,}09$$

Obs.:
- O estudante perderá ponto por cada item do gráfico que não estivar presente, como: nomes dos eixos, escalas etc e se não utilizar, no mínimo, 50% da área da folha milimetrada.

- O estudante perderá ponto se os valores atribuídos às correções bolométricas não puderem ser retiradas do gráfico, a não ser que seja indicada explicitamente que será usada interpolação.

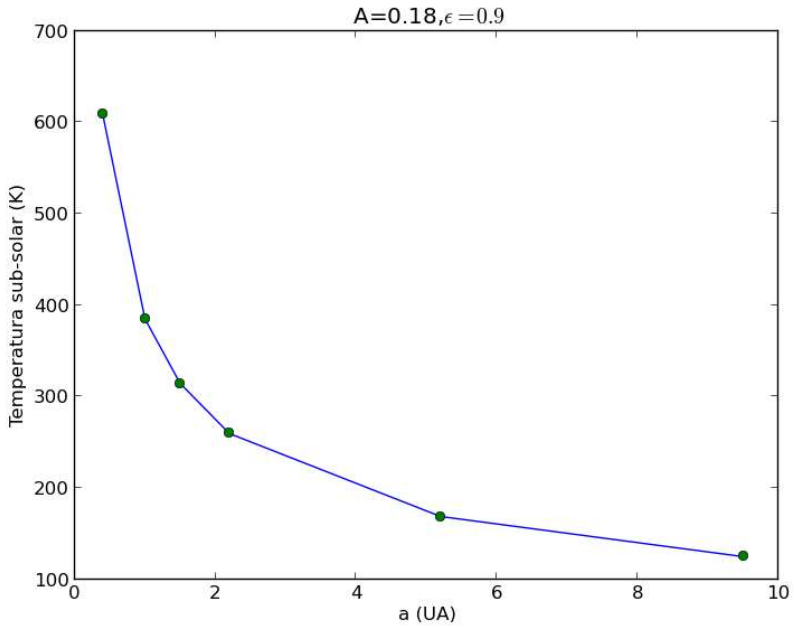
Questão 4 P2	Complete a tabela abaixo	
	construa o gráfico na folha milimetrada	
	distância	além de 2,3 U.A.

Resposta:

a) Aplicação direta da fórmula:

Para Mercúrio: $T_{SS}^4 = \frac{S_\odot}{\sigma}\frac{(1-A)}{\epsilon R^2} = 2{,}411 \times 10^{10}\frac{(1-0{,}07)}{0{,}9(0{,}4)^2} = 1{,}557 \times 10^{11} \rightarrow T_{SS} = 628{,}2K$

R (UA)	A	T_{SS} (K)	T_{SS} (K)(A = 0,18)
0,4	0,07	628,2	608,8
1,0	0,11	393,0	385,0
1,5	0,02	328,7	314,4
2,2	0,18	259,6	259,6
5,2	0,96	79,3	168,8
9,5	0,99	41,5	124,9



b)

$$R^2 = 2{,}411 \times 10^{10}\frac{(1-0{,}9)}{0{,}9(150)^4} \rightarrow R \cong 2{,}3$$

Um corpo com albedo A = 0,9 teria uma temperatura de 150 K a R = 2,3 U.A., portanto, poderíamos encontrar gelo na superfície de todos os corpos com estas característica que estivessem além de 2,3 U.A.

Questão 5 P2	P_{orb}	60 horas
	Distância	$3{,}60 \times 10^{-2} U.A.$
	velocidade orbital	$1{,}57 \times 10^{5}\, m/s \;\; ou \;\; 5{,}65 \times 10^{5}\, km/h$
	queda no brilho	$1{,}09 \times 10^{-2} \;\; ou \;\; 0{,}01 \;\; ou \;\; 1\%$

Resposta:

a) P_{orb} = (74-14) = (73-13) = (71-11) = (70-10) = 60 horas

b) $\frac{v^2 m}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow r = \frac{GM}{v^2}$

$v = \omega r$, onde $\omega = \frac{2\pi}{P_{orb}} \rightarrow r = \frac{GM}{\left(\frac{2\pi}{P_{orb}}\right)^2 r^2} \rightarrow r^3 = \frac{GMP_{orb}^2}{4\pi^2}$

Substituindo os valores:

$$r = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67 \times 10^{-1}\ )(2{,}00 \times 10^{30})(2{,}16 \times 10^{5})^2}{4\pi^2}} \cong 5{,}40 \times 10^{9} m \; ou \; 3{,}60 \times 10^{-2} U.A.$$

Solução pela Lei de Kepler, já que a estrela é semelhante ao Sol: $a^3 = P_{orb}^2$

$$\rightarrow a = \sqrt[3]{\left(\frac{60\ horas}{24\frac{hor}{dia} \times 365\frac{dia}{ano}}\right)^2} \rightarrow a \cong 3{,}60 \times 10^{-2} U.A.$$

c) $v = \omega r = \frac{2\pi}{P_{orb}} r$

Substituindo os valores:

$$v = \frac{2\pi}{(2{,}16 \times 10^{5})}(5{,}40 \times 10^{9}) \cong 1{,}57 \times 10^{5}\, m/s \; ou \; 5{,}65 \times 10^{5}\, km/h$$

d) O fluxo observado será proporcional à área do disco estelar sem trânsito (A_e) e à área do disco estelar subtraído da área do disco do planetário (A_e - a_p), então podemos escrever:

$$m_2 - m_1 = \Delta m = -2{,}5 \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = -2{,}5 \log\left(\frac{A_e - a_p}{A_e}\right) = -2{,}5 \log\left(1 - \frac{a_p}{A_e}\right)$$

$$\frac{a_p}{A_e} = \left(\frac{D_p}{D_e}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

Substituindo os valores: $\Delta m = -2{,}5 \log(0{,}99) \cong 1{,}09 \times 10^{-2}$ *ou* 0,01 *ou* 1%

Obs.: foi pedido o período em horas, a distância em U.A., portanto o estudante perderá ponto se responder, mesmo que corretamente, em outras unidades.