OLAA virtual 2020
PRUEBA INDIVIDUAL TEÓRICA
21 de noviembre de 2020

SOLUCIONES

PREGUNTA 1

El período orbital o sinódico de un planeta se relaciona con su período sinódico y con el período de la tierra, por la conocida relación,

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P_{Tierra}} + \frac{1}{P_{Sin}},$$

entonces,

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{1}{2},$$

De donde el período orbital o sidéreo del hipotético planeta es $P = 2/3\ año$.

Por Kepler, si la distancia está en u.a. y el período en años, se cumple que,

$$R^3 = P^2,$$

entonces la distancia a la que se encuentra el planeta del Sol es,

$$R = P^{2/3} = (2/3)^{2/3} = 0,763\ u.a.$$

PREGUNTA 2

Parte a)

$$\frac{Masa\ satélites}{Masa\ del\ Falcon\ 9\ en\ el\ despegue} = \frac{Masa\ satélites}{Masa\ RP{-}1 + Masa\ LOX + Masa\ estructural + Masa\ satélites} = \frac{15000}{553900}$$

$$\frac{Masa\ satélites}{Masa\ del\ Falcon\ 9\ en\ el\ despegue} = 0,027 = 2,7\%$$

Parte b)

En el momento del despegue actúan dos fuerzas sobre el cohete, el empuje E (que es 9 veces el empuje de cada motor) hacia arriba y el peso del cohete P, hacia abajo.
Por la segunda ley de Newton se cumple que,

$$E - P = ma$$

entonces,

$$a = \frac{E-P}{m} = \frac{9 \cdot E - mg}{m} = \frac{9 \cdot E}{m} - g = \frac{9 \cdot 850000}{553900} - 9,81$$

$$a = 4,00\ m/s^2$$

Parte c)

$$\Delta v = cLn\left(\frac{M_i}{M_f}\right) = c \cdot Ln\left(\frac{Masa\ RP{-}1 + Masa\ LOX + Masa\ estructural + Masa\ satélites}{Masa\ estructural + Masa\ satélites}\right)$$

$$\Delta v = 3500 \cdot Ln\left(\frac{31000+73000+4000+15000}{4000+15000}\right) = 6537\ m/s$$

$$\Delta v = 23500\ km/h$$

PREGUNTA 3

El movimiento propio de Aldebarán es $\mu = 0,20''/año$, y su paralaje es $\pi = 0,048''$. La línea espectral de hierro para $\lambda = 440,5\ nm$, está desplazada $0,079\ nm$ hacia la región roja del espectro electromagnético. ¿Cuáles son las velocidades radial y total de la estrella? Expresar su resultado en km/s

La distancia de la estrella, en parsec, es el inverso del paralaje: $d_{parsec} = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0,048} = 20,83\ parsec$

La distancia expresada en años luz es, $d_{añoluz} = 3,26 \cdot d_{parsec} = 67,92\ años\ luz$

La distancia en km es, $d_{km} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \times 10^5 \cdot d_{añoluz} = 6,43 \times 10^{14} km$

El movimiento propio en radianes/segundo es, $\mu' = \frac{4,848 \times 10^{-6}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \mu = 3,07 \times 10^{-14} rad/s$

La velocidad tangencial en km/s es, $v_T = \mu' \cdot d_{km}$

$v_T = 3,07 \times 10^{-14} \cdot 6,43 \times 10^{17} = 19,8\ km/s$

La velocidad radial se determina por Doppler a partir del corrimiento de la línea espectral,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_R}{c}$$

Donde $c = 3 \times 10^5 km/s$ es la velocidad de la luz.

Entonces,

$v_R = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3 \times 10^5 \cdot \frac{0,079}{440,5} = 53,8 km/s$

Finalmente el módulo de la velocidad de la estrella es, $v = \sqrt{v_T^2 + v_R^2} = \sqrt{19,8^2 + 53,8^2} = 57,3 km/s$

PREGUNTA 4

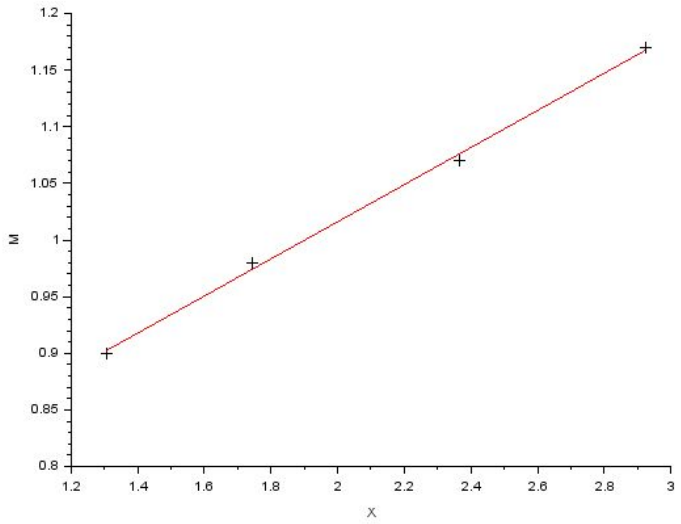
Parte 1

A partir de la información de la tabla se puede calcular la masa de aire para cada altitud,

$$X = \frac{1}{cos(90 - Altitud)}$$

Altitud	Magnitud	X
50º	0,90	1,305
35º	0,98	1,743
25º	1,07	2,366
20º	1,17	2,924

Parte 2



De los datos de la tabla se puede obtener la recta de mejor ajuste: $M = 0,164 \cdot X + 0,688$

Parte 3

La pendiente (0,164) es el coeficiente de extinción.
El término independiente (0,688) es la magnitud de la estrella afuera de la atmósfera.

PREGUNTA 5

Parte a

La magnitud del conjunto M_C y la magnitud de cada estrella M_E se relaciona con la luminosidad del conjunto L_C y de cada estrella L_E según la relación bien conocida,

$$M_C - M_E = -2,5log\left(\frac{L_C}{L_E}\right)$$

Por otra parte la luminosidad del conjunto es la suma de la luminosidad de cada estrella. Como en este caso todas las N estrellas del conjunto tienen la misma luminosidad, entonces se cumple que,

$$L_C = NL_E$$

En conclusión,

$$M_C = M_E - 2,5log\left(\frac{L_C}{L_E}\right) = M_E - 2,5log\left(\frac{N \cdot L_E}{L_E}\right) = M_E - 2,5log(N) = -3 - 2,5log(5)$$

$$M_C = -4,75$$

Parte b

La magnitud del conjunto ha resultado ser menor que la magnitud de cada estrella. Esto se debe a que la luminosidad del conjunto es mayor que la luminosidad de cada estrella, ya que a mayor luminosidad menor magnitud.

PREGUNTA 6

Parte 1

Por energía, $\frac{mV^2}{2} - \frac{GmM_T}{R_T+h} = -\frac{GmM_T}{2a}$

de donde se puede obtener el semieje mayor de la órbita, $a = \frac{1}{\frac{2}{R_T+h} - \frac{V^2}{GM_T}}$

Como la velocidad en el momento del lanzamiento es horizontal, entonces se realiza desde el apogeo, donde se cumple que, $R_T + h = a(1+e)$, de donde la excentricidad de la órbita es, $e = \frac{R_T+h}{a} - 1$

Sustituyendo a en esta última expresión obtenemos finalmente,

$$e = (R_T + h)\left(\frac{2}{R_T+h} - \frac{V^2}{GM_T}\right) - 1 = \left(2 - \frac{V^2(R_T+h)}{GM_T}\right) - 1 = 1 - \frac{V^2(R_T+h)}{GM_T}$$

Comparando este resultado con la excentricidad propuesta en términos del parámetro K, se tiene,

$$e = 1 - \frac{V^2(R_T+h)}{GM_T} = 1 - \left(\frac{V}{K}\right)^2$$

Entonces el parámetro K que se pide determinar resulta ser,

$$K = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}$$

(el cual tiene unidades de velocidad).

Parte 2

Como V es mayor a cero, pero muy pequeña (es decir $\frac{V^2(R_T+h)}{GM_T} << 1$), entonces $e < 1$, lo que significa que se trata de una elipse. Al mismo tiempo observar que la excentricidad es muy cercana a 1, lo que correspondería a una parábola.

Parte 3

Por la ecuación propuesta K tiene unidades de velocidad.
Si recordamos la condición para órbita circular, aplicando la ley de gravitación universal y la segunda ley de Newton, se tiene que,

$$\frac{GmM_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

de donde se obtiene la velocidad para órbita circular,

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

Lo cual muestra que en las condiciones de la situación propuesta, K es la velocidad para órbita circular.

Solución alternativa para la excentricidad de la Parte 1 de la Pregunta 6.

Para el movimiento orbital de la piedra (siendo que la masa de la piedra es mucho menor que la masa de la Tierra), se cumple,

$$r = \frac{(r \cdot V \cdot sen(\theta))^2}{GM_T(1+e \cdot cos(f))}$$

Donde r es la distancia de la piedra al centro de la Tierra, V es la velocidad, θ es el ángulo que forma r con V, M_T es la masa de la Tierra, G es la constante de gravitación universal, f es la anomalía verdadera (el ángulo que forma r con respecto al perigeo), y e es la excentricidad de la órbita.

En este caso se cumple que $\theta = 90º$, $f = 180º$, y $r = R_T + h$, entonces,

$$R_T + h = \frac{((R_T+h) \cdot V \cdot sen90º)^2}{GM_T(1+e \cdot cos180º)}$$

de donde,

$$e = 1 - \frac{V^2(R_T+h)}{GM_T}$$