

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

### 2ª PROVA ONLINE DE 22 DE NOVEMBRO DE 2024

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2025 -

1) Giulia e Sabrina estão conversando pela internet, quando Giulia percebe de repente que a Lua em Quarto Crescente está transitando pelo meridiano (ela sabe disso porque usa um prédio como referência). Sabrina, então, responde: Para mim, a Lua só irá transitar pelo meridiano daqui a 7 horas.

Assinale a opção que (1) traz a hora aproximada de onde Sabrina está no momento da conversa e (2) a diferença de longitude entre Giulia e Sabrina.

Considere que tanto Giulia quanto Sabrina estão localizadas nos meridianos centrais de seus respectivos fusos horários.

- a) 7h; 70°
- b) 7h; 105°
- c) 11h; 35°
- d) 11h; 105°
- e) 18h; 135°

Resposta: d) 11h; 105°

(1) A Lua na fase Quarto Crescente nasce ao meio-dia e, portanto, atravessa o meridiano às 18h, que será a hora atual do local onde Giulia está. Sendo assim, na casa de Sabrina serão por volta de (18h - 7h) 11h da manhã.

(2) Como as duas amigas estão ambas localizadas nos meridianos centrais dos seus respectivos fusos horários, e como o intervalo de tempo  $\Delta t$  para a Lua (negligenciando seu movimento no céu) ser vista no meridiano primeiro por Giulia e depois de Sabrina é igual a 7 horas, isso significa que a diferença de longitude  $\Delta\lambda$  entre as duas é dada por:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta t \times 360^\circ}{24h} = \frac{7h \times 360^\circ}{24h} \rightarrow \Delta\lambda = 105^\circ$$

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

2) Na foto a seguir vemos em destaque uma grande cratera de impacto denominada Albategnius, localizada nas terras altas centrais da Lua. Seu nome é uma homenagem ao astrônomo árabe do século IX Muhammad ibn al-Battani (858-929).

Também em destaque vemos outras três crateras de impacto, a Albategnius B, a Klein e a Klein A. Essas últimas homenageiam o astrônomo alemão do século XIX Hermann J. Klein (1844-1914).

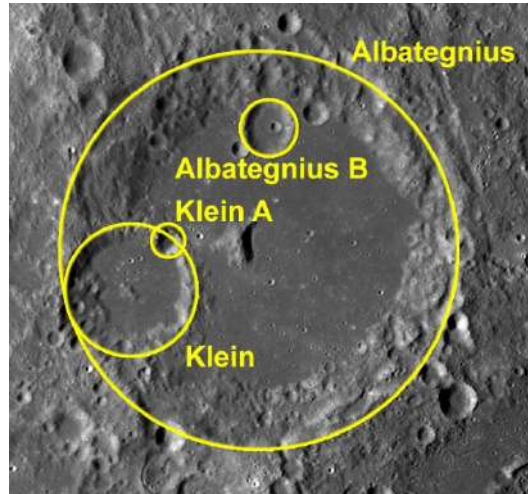


Foto: Damian Peach.

Baseado em seus conhecimentos e na foto apresentada, avalie as seguintes afirmações:

- I – Das quatro crateras em destaque, a Klein A foi a primeira a ser formada;
- II – Com certeza, a Albategnius é a mais velha das quatro crateras.
- III – É certo que a Albategnius B se formou ao mesmo tempo que a Klein;
- IV - A Klein A se formou antes da Klein.

É verdadeira:

- a) somente a I
- b) somente a II**
- c) somente a III
- d) somente a IV
- e) nenhuma

Resposta: **b) somente a II**

Comentários:

A afirmação I é **FALSA**, pois ela está dentro de uma cratera maior, que se formou antes dela. Caso contrário, a Klein A teria sido “apagada” quando a Albategnius se formasse.

A afirmação II é **VERDADEIRA**, pois as outras crateras em destaque são interiores a ela e, portanto, se formaram depois.

A afirmação III não pode ser comprovada, pois as duas crateras não se sobrepõem. Portanto a afirmação é **FALSA**.

A afirmação IV é **FALSA**, pois a Klein A se sobrepõe à Klein e, portanto, se formou depois.

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

3) Um avião decola ao pôr do Sol do aeroporto 1 cujas coordenadas são: longitude  $\lambda = 16^\circ 51' L$  e latitude  $\phi = 41^\circ 08' N$ . Voando na direção oeste, ele pousa no aeroporto 2 de destino após 3 horas e 50 minutos de voo, nas coordenadas: longitude  $\lambda = 08^\circ 39' O$  e latitude  $\phi = 41^\circ 08' N$ .

Assinale a opção que traz quanto tempo depois do pôr do Sol no aeroporto 2 o avião chegou.

- a) 1h 8 min
- b) 1h 42 min
- c) 2h 8 min
- d) 2h 42 min
- e) 3h 50 min

Resposta: c) 2h 8 min

Como os dois locais estão na mesma latitude, o intervalo de tempo entre o pôr do Sol no aeroporto 1 e no aeroporto 2 depende apenas da diferença de longitude entre os locais de chegada e de partida:

$$\phi_1 = 16^\circ + \left(\frac{51}{60}\right)^\circ L = 16^\circ + 0,85^\circ L = 16,85^\circ$$

$$\phi_2 = 08^\circ + \left(\frac{39}{60}\right)^\circ O = 08^\circ + 0,65^\circ O = -08,65^\circ$$

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = 16,85^\circ + 08,65^\circ = 25,5^\circ$$

Como a diferença de longitude de  $360^\circ$  corresponde a um intervalo de tempo de 24 horas, a diferença de tempo  $\Delta t$  entre os dois pôres do Sol é dado pela proporção:

$$\Delta t = \frac{\Delta\phi \times 24h}{360^\circ} = \frac{25,5^\circ \times 24h}{360^\circ} = 1,7h = 1 h 42 min$$

No aeroporto 2 o pôr do Sol ocorre, portanto, 1 hora e 42 minutos após o pôr do Sol no aeroporto 1.

Dado que o avião chegou ao destino após um tempo de voo  $t_{voo}$  de 3 horas e 50 minutos a partir do momento do pôr do Sol no aeroporto 1, quando o avião pousou no aeroporto 2 o Sol já havia se posto após um tempo  $T$  igual a:

$$T = t_{voo} - \Delta t = 3 h 50 min - 1 h 42 min = 2 h 8 min$$

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

4) Considere que existam, atualmente, 600 satélites em órbita geostacionária (ou seja, satélites cuja posição aparente no céu permanece inalterada ao longo do tempo para qualquer observador na Terra).

Sendo assim, assinale a opção que traz a distância média aproximada entre um satélite geostacionário e outro, supondo, em primeira aproximação, que eles estejam uniformemente distribuídos na órbita.

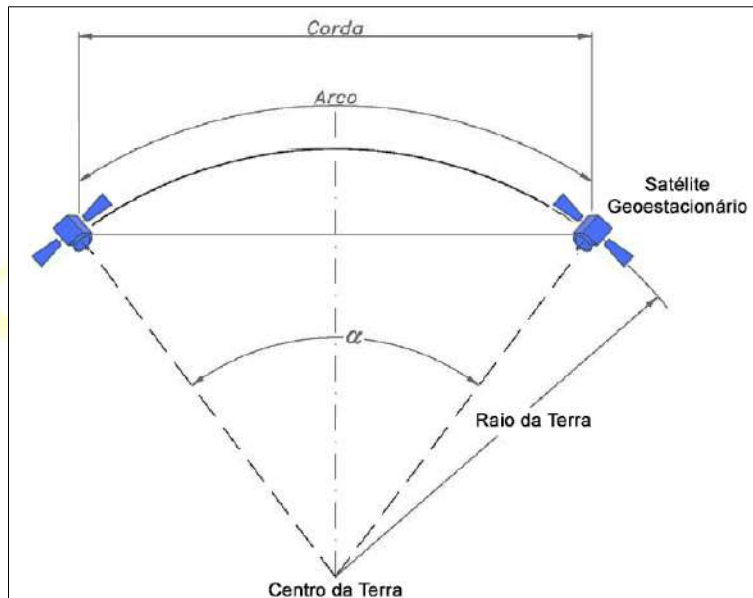
Dados: Massa da Terra  $m_T = 6,00 \times 10^{24}$  kg; Constante de Gravitação Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>

Dica: calcule o semieixo maior da órbita geostacionária através da Lei de Kepler generalizada.

- a) 265 km
- b) 422 km
- c) 442 km
- d) 560 km
- e) 667 km

Resposta: c) 442 km

A geometria do problema está no esquema a seguir, fora de escala:



Pelo problema, o ângulo  $\alpha$  entre um satélite geostacionário e outro subjacente é pequeno:  $\alpha = 360^\circ/600 = 0,6^\circ$ . Como o ângulo  $\alpha$  é pequeno, a corda (que é a distância real entre os satélites) se aproxima do arco. Sendo assim, podemos calcular a distância entre eles da forma mais prática, dentro da aproximação requerida.

Primeiro, vamos calcular o raio da órbita circular, que será igual ao semieixo maior da órbita. Da Lei de Kepler generalizada, temos:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{Gm_T}{4\pi^2} \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{Gm_T}{4\pi^2} P^2}$$

Substituindo-se os valores, lembrando que o período orbital dos satélites geostacionários vale o mesmo que o período sideral de rotação da Terra ( $P = 23$  h 56 min = 86.160 s):

$$r = a = \sqrt[3]{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(6,00 \times 10^{24})(86.160)^2}{4\pi^2}} \rightarrow r \cong 4,22 \times 10^7 \text{ m}$$

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Cálculo 1 (aproximado pelo arco):

1.1) Se o ângulo  $\alpha$  estiver em radianos, o cálculo do comprimento L do arco é direto:  $L = r\alpha$ .

$$L = (4,22 \times 10^7 \text{ m}) \left( \frac{2\pi \text{ radianos}}{600} \right) \cong 4,42 \times 10^5 \text{ m} = 442 \text{ km}$$

1.2) O cálculo é o mesmo se considerarmos todo o perímetro da órbita. Os satélites geoestacionários estão distribuídos por um perímetro de:

$$p = 2\pi r = 2\pi \times 4,22 \times 10^7 \text{ m} \rightarrow p \cong 2,65 \times 10^8 \text{ m}$$

Se a distribuição dos satélites é uniforme, a distância média entre eles será:

$$D = \frac{p}{600} = \frac{2,65 \times 10^8 \text{ m}}{600} \rightarrow D \cong 4,42 \times 10^5 \text{ m} = 442 \text{ km}$$

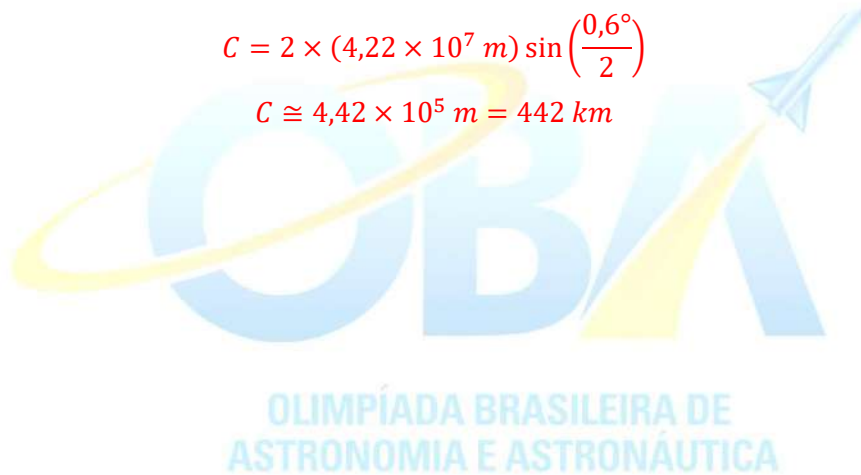
Cálculo 2 (pela corda):

Pela geometria, sabemos que o comprimento da corda vale:

$$C = 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Substituindo-se os valores:

$$C = 2 \times (4,22 \times 10^7 \text{ m}) \sin\left(\frac{0,6^\circ}{2}\right)$$
$$C \cong 4,42 \times 10^5 \text{ m} = 442 \text{ km}$$



## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

5) O vento solar é um fluxo contínuo de partículas emitidas da Coroa do Sol que acarreta uma perda de massa por parte da nossa estrela em torno de  $2,0 \times 10^{-14} M_{\text{Sol}}$  (massas solares) por ano.

Considerando que a massa do Sol é de aproximadamente  $3,3 \times 10^5$  vezes a massa da Terra, assinale a opção que traz, aproximadamente, de quanto em quanto tempo o Sol perde o equivalente a 1 Terra pelo vento solar.

- a) 75 milhões de anos
- b) 150 milhões de anos**
- c) 225 milhões de anos
- d) 300 milhões de anos
- e) 375 milhões de anos

Resposta: b) 150 milhões de anos

Massa do Sol perdida em 1 ano em termos de massa da Terra:

$$m_{\text{Sol}}^{(1 \text{ ano})} = 2,0 \times 10^{-14} \frac{M_{\text{Sol}}}{\text{ano}} = 2,0 \times 10^{-14} \times \frac{3,3 \times 10^5 M_{\text{Terra}}}{\text{ano}} = 6,6 \times 10^{-9} \frac{M_{\text{Terra}}}{\text{ano}}$$

Se em 1 ano o Sol perde  $6,6 \times 10^{-9} M_{\text{Terra}}$ , o tempo necessário para perder 1  $M_{\text{Terra}}$  será de:

$$\frac{1 \text{ ano}}{6,6 \times 10^{-9} M_{\text{Terra}}} = \frac{x}{1 M_{\text{Terra}}}$$
$$x = \frac{1}{6,6 \times 10^{-9}} \text{ anos} \rightarrow x \cong 1,5 \times 10^8 \text{ anos} = 150.000.000 \text{ anos}$$

OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE  
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

6) Em 1856, o astrônomo inglês Norman Robert Pogson (1829 - 1891) apresentou uma equação que ajustava a escala de magnitude criada por Hiparco (190 a.C. - 126 a.C.) à resposta logarítmica do olho humano à percepção do brilho de um astro. Quando comparamos dois astros, a equação pode ser escrita como:

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

Sendo  $m_1$  e  $m_2$  as magnitudes aparentes dos astros e  $F_2/F_1$ , a razão entre seus brilhos (fluxos medidos na Terra).

Analisando a equação acima, podemos afirmar que uma estrela de magnitude aparente  $m_1 = +1$  em comparação com uma estrela de magnitude aparente  $m_2 = +2$  é, aproximadamente:

- a) 2,5 vezes menos brilhante.
- b) 5,0 vezes menos brilhante.
- c) 2,5 vezes mais brilhante.
- d) 5,0 vezes mais brilhante.
- e) 10 vezes mais brilhante.

Resposta: c) 2,5 vezes mais brilhante.

$$+2 - (+1) = -2,5 \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right) \rightarrow \frac{1}{-2,5} = \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right) \rightarrow -0,4 = \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

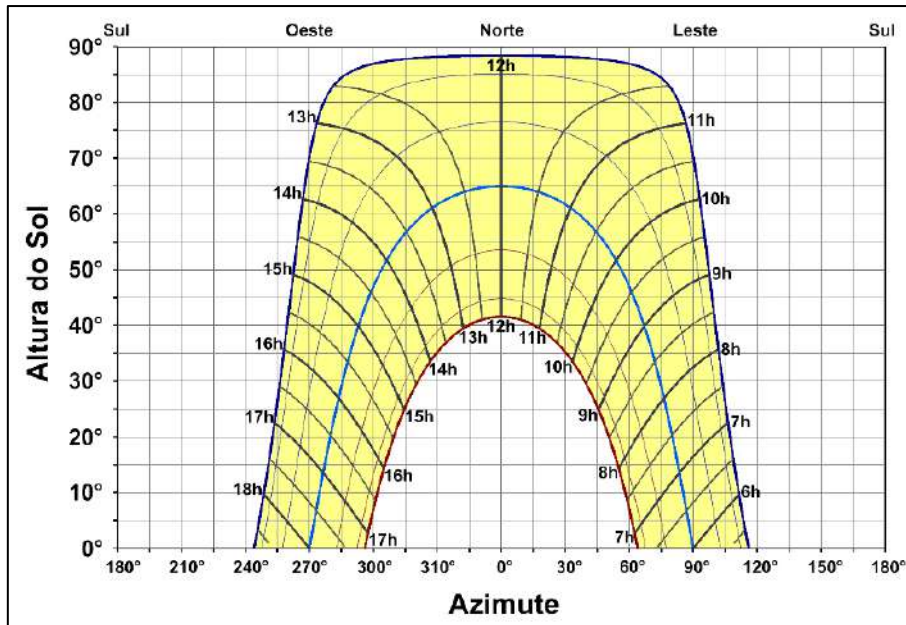
$$10^{-0,4} = 10^{\log\left(\frac{F_2}{F_1}\right)}$$

$$10^{-0,4} = \frac{F_2}{F_1} \rightarrow F_1 = 10^{0,4} F_2 \rightarrow F_1 \approx 2,5 F_2$$

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

7) O gráfico a seguir traz a Altura (h) do Sol *versus* seu Azimute (A) para cada hora solar verdadeira, ao longo do ano para uma determinada cidade de latitude ( $\phi$ ) e longitude ( $\lambda$ ). O Azimute é contado no sentido horário (Norte→Leste→Sul→Oeste). A linha curva interna (em vermelho) representa o Solstício de Inverno e a linha curva externa (em azul escuro) representa o Solstício de Verão. Pode-se ver claramente a diferença da duração do dia claro entre o Inverno e o Verão.



Baseado nas informações fornecidas, PRIMEIRO coloque F ou V na frente de cada afirmação e DEPOIS escolha a opção que contém a sequência correta de F e V.

1ª) ( F ) Essa cidade tem latitude  $\phi = 25^\circ$  N, mas sua longitude é indeterminada.

2ª) ( V ) Nos dias dos Equinócios, às 9h e às 15h a distância zenital do Sol vale  $z = 50^\circ$ .

3ª) ( V ) No dia do Solstício de Verão, o azimute do Sol varia de  $A = 90^\circ$  até  $A = 270^\circ$  em apenas três horas.

4ª) ( V ) No início do Inverno, a duração da noite excede em cerca de três horas a do início do Verão.

5ª) ( V ) Nos dias dos Equinócios, o azimute do Sol varia de  $A = 90^\circ$  até  $A = 270^\circ$  em 12 horas.

a) ( X ) 1ª ( F ), 2ª ( V ), 3ª ( V ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

b) ( ) 1ª ( F ), 2ª ( F ), 3ª ( F ), 4ª ( F ), 5ª ( F )

c) ( ) 1ª ( F ), 2ª ( F ), 3ª ( F ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

d) ( ) 1ª ( V ), 2ª ( V ), 3ª ( V ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

e) ( ) 1ª ( V ), 2ª ( F ), 3ª ( F ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

Resposta: a) ( X ) 1ª ( F ), 2ª ( V ), 3ª ( V ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

Comentários:

A longitude da cidade, sim, é indeterminada, mas a afirmação (a) é FALSA, pois vemos no gráfico que no dia do Equinócio o Sol faz sua passagem meridiana ao Norte do zênite (Polo elevado é o Sul), com altura  $h = 65^\circ$ . Portanto a latitude da cidade deveria ser  $\phi = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ S.

A afirmação (b) é VERDADEIRA, pois vemos no gráfico que às 9h e às 15h, a altura do Sol, nos dias dos Equinócios, vale  $h = 40^\circ$  e, portanto, sua distância zenital será  $z = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ .

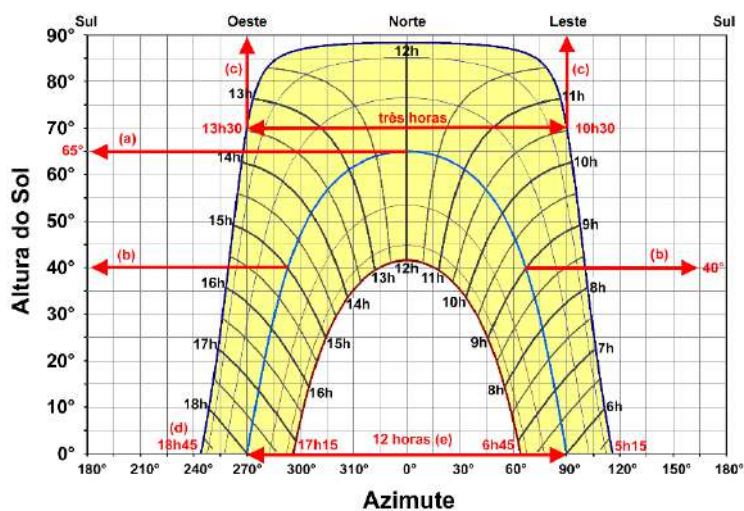
# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

A afirmação (c) é VERDADEIRA, pois vemos no gráfico que no dia do Solstício de Verão o Sol atinge azimute  $A = 90^\circ$  às 10h30 e às 13h30 atinge  $A = 270^\circ$ , portanto, 3 horas depois.

A afirmação (d) é VERDADEIRA, pois podemos inferir no gráfico que no Solstício de Inverno o Sol nasce às 6h45 e se põe às 17h15 (10 h e 30 min de dia claro) e no Solstício de Verão o Sol nasce às 5h15 e se põe às 18h45 (13h e 30 min de dia claro). Portanto a noite é 3 horas mais longa no Inverno do que no Verão.

A afirmação (e) é VERDADEIRA, pois vemos no gráfico que nos dias dos Equinócios o Sol nasce no Leste (azimute  $A = 90^\circ$ ) às 6h00 e se põe no Oeste (azimute  $A = 270^\circ$ ) às 18h00, portanto, 12 horas depois.



# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

8) Voyager 1 é uma sonda espacial estadunidense lançada ao espaço em 5 de setembro de 1977 para estudar Júpiter e Saturno, prosseguindo, posteriormente, rumo ao espaço interestelar. Atualmente ela é o objeto fabricado pelo homem mais distante de nós, a cerca de 165 UA (Unidades Astronômicas) do Sol, o que equivale a cerca de 22,8 horas-luz de distância. Sua velocidade relativa ao Sol é de 3,6 UA/ano.

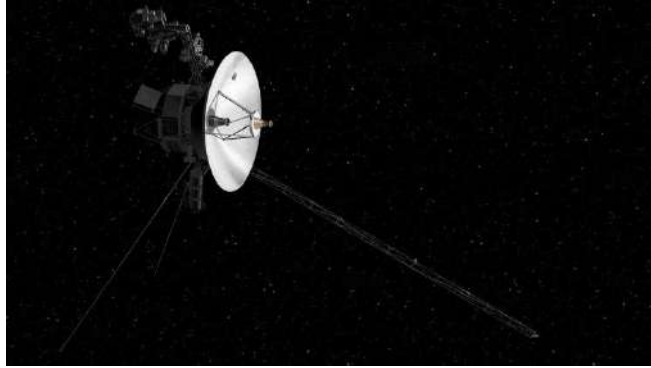


Imagem: NASA.

Assinale a opção que traz quanto tempo, aproximadamente, irá demorar para a Voyager 1 atingir a marca de 1 dia-luz de distância do Sol.

- a) 2,4 anos.
- b) 3,6 anos
- c) 22,8 anos
- d) 24 anos
- e) 165 anos

Resposta: a) 2,4 anos.

Primeiro precisamos saber quantos segundos temos em 1 dia:

$$1 \text{ dia} = 24 \text{ horas} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 86.400 \text{ s}$$

A luz do Sol demora cerca de 22,8 horas para atingir a Voyager 1, o que equivale a:

$$22,8 \text{ h} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 82.080 \text{ s}$$

Se 165 UA equivale a 82.080 segundos-luz, 86.400 segundos-luz equivalem a:

$$\frac{165 \text{ UA}}{82.080 \text{ segundos-luz}} = \frac{x}{86.400 \text{ segundos-luz}} \rightarrow x = \frac{165 \times 86.400}{82.080} \cong 173,7 \text{ UA (1 dia-luz)}$$

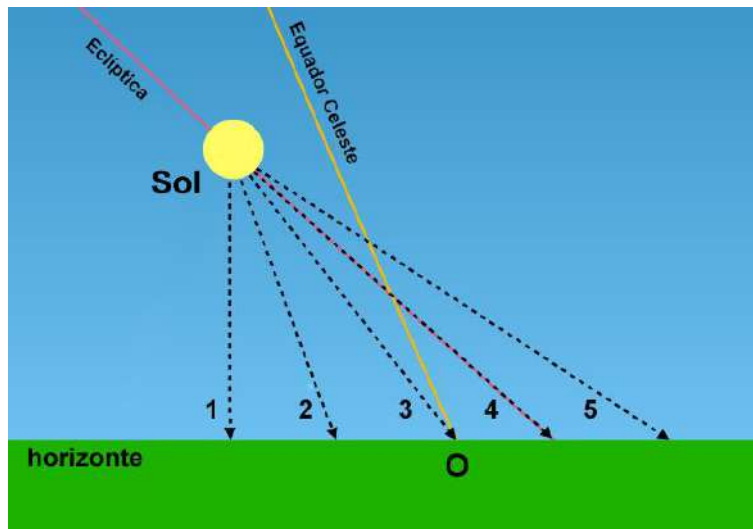
Se a velocidade da Voyager 1 é de 3,6 UA/ano, o tempo que falta para ela completar a distância procurada será:

$$\Delta t = \frac{(173,7 - 165) \text{ UA}}{3,6 \text{ UA/ano}} = \frac{8,7 \text{ UA}}{3,6 \text{ UA/ano}} \rightarrow \Delta t \cong 2,4 \text{ anos}$$

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

9) Na imagem abaixo, temos o Sol logo acima do horizonte. A Eclíptica, o Equador Celeste e o Ponto Cardeal Oeste (O) estão marcados na imagem.

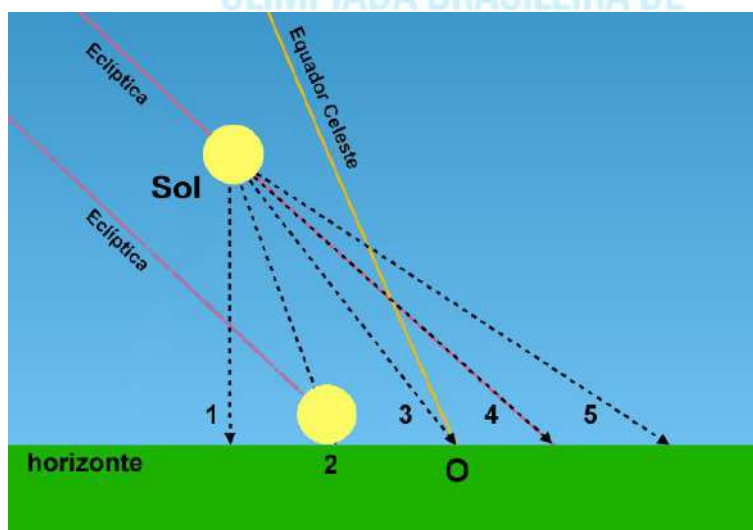


Qual dos caminhos marcados (1 a 5) na imagem representa o caminho que o Sol seguirá até o horizonte nesse dia?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Resposta: b) 2

Comentário: O Sol está sempre sobre a Eclíptica, mas seu caminho diário aparente pelo céu é quase paralelo ao Equador Celeste. Portanto, o caminho número 2 é a resposta correta.



# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

10) Uma certa estrela foi observada sempre acima do horizonte durante um dia inteiro. Durante esse período, sua altura máxima foi  $h_{\max} = 50^\circ$  e sua altura mínima foi  $h_{\min} = 20^\circ$ .

Assinale a opção que traz as possíveis latitudes para o local de observação.

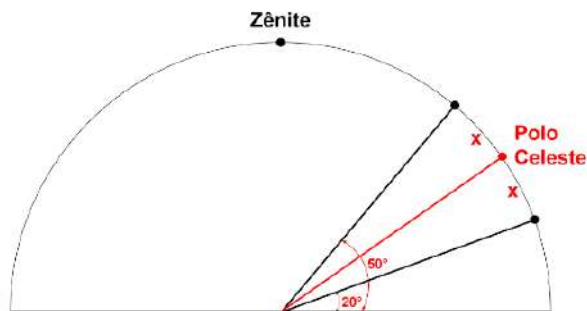
- a)  $\pm 20^\circ$  ou  $\pm 50^\circ$
- b)  $\pm 25^\circ$  ou  $\pm 70^\circ$
- c)  $\pm 25^\circ$  ou  $\pm 75^\circ$
- d)  $\pm 30^\circ$  ou  $\pm 75^\circ$
- e)  $\pm 35^\circ$  ou  $\pm 75^\circ$

Resposta: e)  $\pm 35^\circ$  ou  $\pm 75^\circ$

Comentários:

Existem duas possibilidades:

i) as alturas máxima e mínima estarem no mesmo lado do zênite



Neste caso, a altura do Polo, que é igual à latitude do lugar, será:

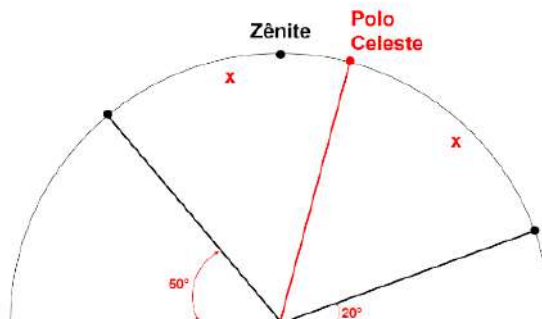
$$\phi = 20^\circ + x$$

Pela figura temos:

$$20^\circ + 2x = 50^\circ \rightarrow x = 15^\circ$$

$$\phi = 20^\circ + 15^\circ = 35^\circ \text{ (Norte ou Sul)}$$

ii) as alturas máxima e mínima estarem em ambos os lados do zênite



Novamente, a altura do Polo será  $20^\circ + x$

Pela figura temos:

$$50^\circ + 2x + 20^\circ = 180^\circ \rightarrow x = 55^\circ$$

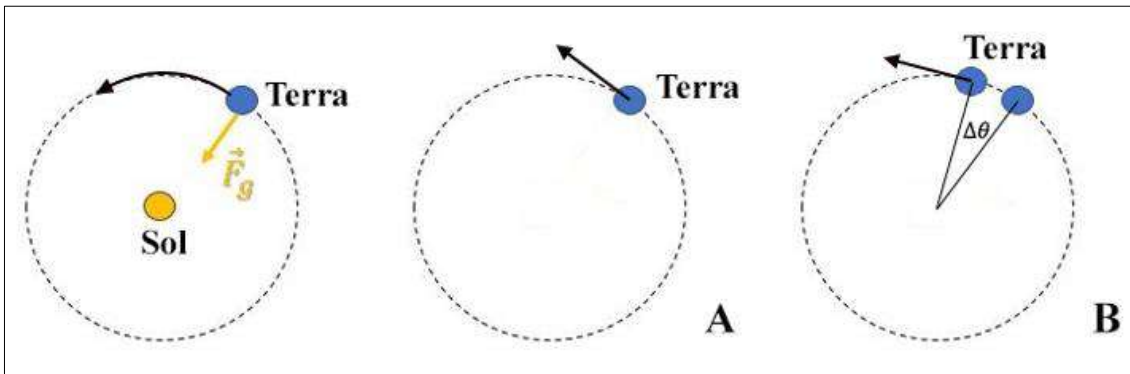
$$\phi = 20^\circ + 55^\circ = 75^\circ \text{ (Norte ou Sul)}$$

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

11) Na mecânica newtoniana, a força entre dois objetos é sentida instantaneamente, independentemente da distância. No entanto, de acordo com a relatividade, nenhuma interação é verdadeiramente instantânea. Para um objeto sentir uma força, a informação da força deve ser transportada por partículas de campo. Mas nada pode viajar mais rápido do que a velocidade da luz.

Dois amigos, 'A' (um seguidor de Newton) e 'B' (um seguidor de Einstein), uma vez debateram o que aconteceria com a Terra se o Sol desaparecesse de repente. Ambos calcularam a direção que a Terra seguiria quando essa calamidade acontecesse, que pode ser vista, fora de escala, no esquema a seguir.



Considerando a órbita da Terra circular, com 1 UA de raio, qual seria a diferença angular ( $\Delta\theta$ ) nas direções previstas por eles?

Dados: 1 UA = 150 milhões de km; Período de translação da Terra  $P = 365,25$  dias; velocidade da luz  $c = 300.000$  km/s;

- a) 5,13''
- b) 10,26''
- c) 20,52''
- d) 41,04''
- e) 82,08''

Resposta: c) 20,52''

De acordo com A, o efeito da força é instantâneo. Então, assim que o Sol desaparece, a Terra sai numa direção tangencial à sua órbita.

De acordo com B, o efeito do desaparecimento do Sol é sentido com um atraso de:

$$\Delta t = \frac{1 \text{ UA}}{c} = \frac{150.000.000 \text{ km}}{300.000 \text{ km/s}} \rightarrow \Delta t = 500 \text{ s}$$

Nesse tempo, a Terra teria se movido por um ângulo de:

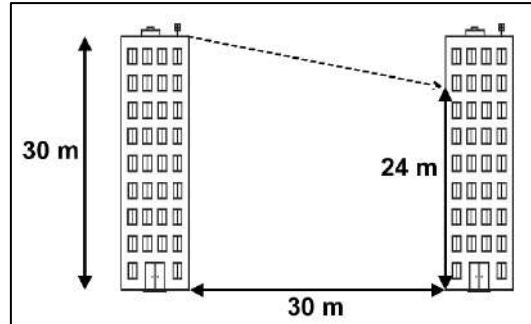
$$\Delta\theta = 500 \text{ s} \times \frac{360^\circ}{365,25 \text{ dias}} = \frac{500 \text{ s} \times 360^\circ}{365,25 \text{ dias} \times 24 \frac{\text{h}}{\text{dia}} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}$$
$$\Delta\theta = \frac{500 \times 360}{365,25 \times 86.400} \cong (5,70 \times 10^{-3})^\circ$$
$$\Delta\theta = (5,70 \times 10^{-3})^\circ \times 3.600 \text{ ''/}^\circ = 20,52''$$

Assim, a diferença angular na direção calculada por ambos será de 20,52''.

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

12) Em uma cidade do Hemisfério Norte, no dia do Solstício de Inverno, ao meio-dia solar verdadeiro, parte da sombra de um edifício de 30 m de altura incide sobre outro edifício ao lado. A separação entre os dois edifícios é de 30 m e a altura da sombra incidindo sobre o edifício adjacente é de 24 m. Os prédios foram construídos em um terreno plano e horizontal.



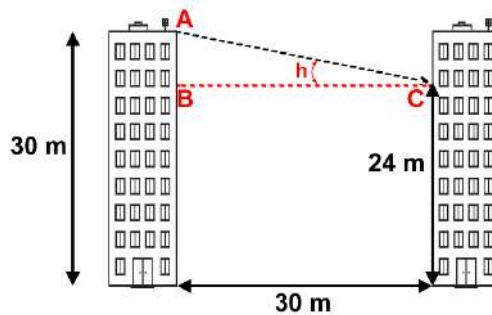
Assinale a opção que traz a latitude  $\phi$  do lugar.

Dados:  $\tan^{-1}(0,1) \cong 5,7^\circ$ ;  $\tan^{-1}(0,2) \cong 11,3^\circ$ ;  $\tan^{-1}(0,3) \cong 16,7^\circ$ ;  $\tan^{-1}(0,4) \cong 21,8^\circ$ ;  $\tan^{-1}(0,5) \cong 26,6^\circ$ .

- a)  $39,9^\circ$
- b)  $44,7^\circ$
- c)  $49,8^\circ$
- d)  $55,2^\circ$
- e)  $60,8^\circ$

Resposta: d)  $55,2^\circ$

Primeiro precisamos saber a altura  $h$  do Sol nesse momento. A geometria do problema é a seguinte:



Do triângulo ABC podemos descobrir  $h$ :

$$\tan h = \frac{AB}{BC} = \frac{(30 - 24) \text{ m}}{30 \text{ m}} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

O ângulo procurado será, então, o arco tangente de 1/5:

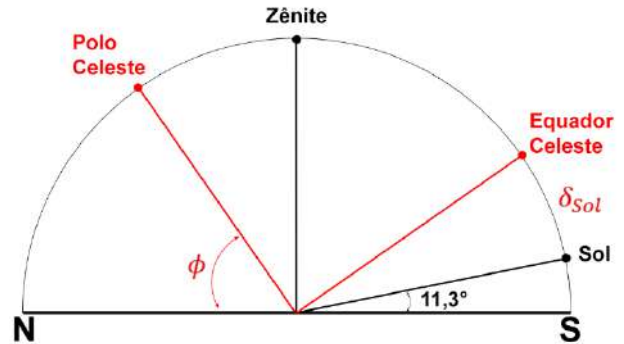
$$h = \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) \cong 11,3^\circ$$

A declinação do Sol no dia do Solstício de Inverno no Hemisfério Norte vale  $\delta_{\text{Sol}} = -23,5^\circ$

Então, da geometria do problema, temos:

$$\phi + 90^\circ + \delta_{\text{Sol}} + 11,3^\circ = 180^\circ$$

$$\phi = 90^\circ - (23,5^\circ + 11,3^\circ) = 55,2^\circ N$$



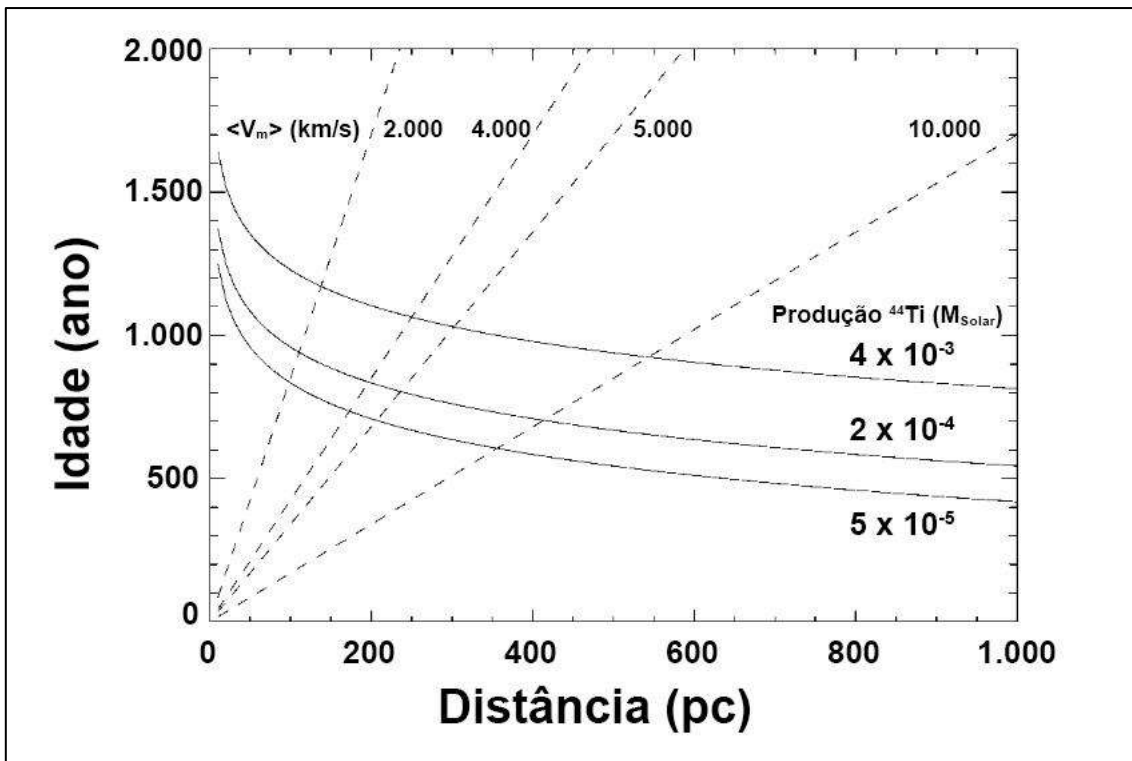
# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

13) Cassiopeia A (Cas A) é um dos remanescentes de supernova mais jovens conhecido. Ele está localizado na constelação de Cassiopeia. A descoberta da emissão de raios gama provenientes do decaimento radiativo de núcleos de titânio-44 ( $^{44}\text{Ti}$ ) associados à Cassiopeia A revelou uma nova maneira para os astrofísicos procurarem por remanescentes de outras supernovas relativamente recentes (com  $\sim 1.000$  anos de idade).

A produção de  $^{44}\text{Ti}$  de uma explosão de supernova pode ser inferida pela medida da intensidade da emissão da respectiva linha espectral, em 1,16 MeV (megaelétron-Volts), nos dias de hoje.

O gráfico a seguir nos traz dois modelos teóricos: a distância até nós *versus* a idade da explosão de supernova que originou o remanescente em função da velocidade média  $\langle v_m \rangle$  de expansão do remanescente (linha reta tracejada) e da produção de  $^{44}\text{Ti}$ , em termos de massas solares (linha curva contínua). Os dois modelos estão superpostos no mesmo gráfico.



Fonte: Chen, W. and Gehrels, N., 1999, ApJ. (adaptado).

Baseado nas informações fornecidas, PRIMEIRO coloque F ou V na frente de cada afirmação e DEPOIS escolha a opção que contém a sequência correta de F e V.

1ª) ( F ) Se a velocidade média de expansão de um remanescente de supernova é de 5.000 km/s e a produção de  $^{44}\text{Ti}$  foi de  $5 \times 10^{-5} M_{\text{Sol}}$ , então este remanescente de supernova deve estar a cerca de 250 pc de nós e a explosão deve ter ocorrido há cerca de 800 anos.

2ª) ( V ) Para uma mesma velocidade média de expansão, quanto maior foi a produção de  $^{44}\text{Ti}$ , mais velho é o remanescente de supernova.

3ª) ( V ) Para uma mesma velocidade média de expansão, quanto maior foi a produção de  $^{44}\text{Ti}$ , mais afastado estará o remanescente de supernova.

4ª) ( F ) Para uma mesma produção de  $^{44}\text{Ti}$ , quanto maior a velocidade de expansão, mais próximo de nós está o remanescente de supernova.

5ª) ( F ) Para uma mesma produção de  $^{44}\text{Ti}$ , quanto maior a velocidade de expansão, mais velho é o remanescente de supernova.

a) ( ) 1ª (F), 2ª (V), 3ª (V), 4ª (F), 5ª (V)

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

b) ( ) 1ª (F), 2ª (V), 3ª (V), 4ª (V), 5ª (V)

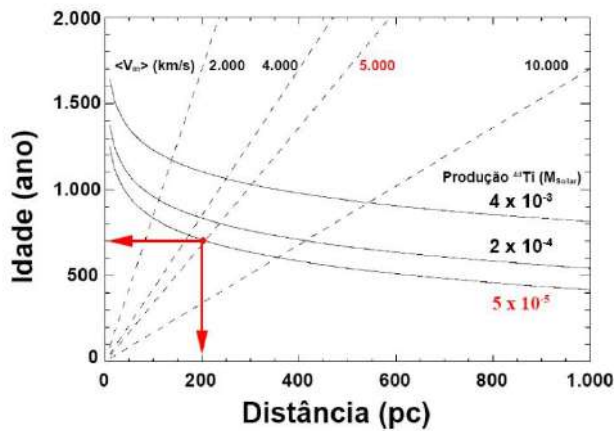
c) ( ) 1ª (V), 2ª (V), 3ª (V), 4ª (V), 5ª (V)

d) ( ) 1ª (V), 2ª (V), 3ª (V), 4ª (F), 5ª (V)

e) ( ) 1ª (V), 2ª (F), 3ª (F), 4ª (V), 5ª (F)

Resposta correta que não se encontra entre as opções: 1ª (F), 2ª (V), 3ª (V), 4ª (F), 5ª (F)

A afirmação “Se a velocidade média de expansão de um remanescente de supernova é de 5.000 km/s e a produção de  $^{44}\text{Ti}$  foi de  $5 \times 10^{-5} M_{\text{sol}}$ , então este remanescente de supernova deve estar a cerca de 250 pc de nós e a explosão deve ter ocorrido há cerca de 800 anos.” é FALSA, pois os valores dos eixos no ponto de interseção entre as curvas dos dois modelos para os valores dados são: 200 pc e 700 anos.



A afirmação “Para uma mesma velocidade média de expansão, quanto maior foi a produção de  $^{44}\text{Ti}$ , mais velho é o remanescente de supernova.” é VERDADEIRA, pois conforme a produção de  $^{44}\text{Ti}$  aumenta, os pontos de interseção das curvas se deslocam no sentido do crescimento da idade.

A afirmação “Para uma mesma velocidade média de expansão, quanto maior foi a produção de  $^{44}\text{Ti}$ , mais afastado estará o remanescente de supernova.” é VERDADEIRA, pois conforme a produção de  $^{44}\text{Ti}$  aumenta, os pontos de interseção das curvas se deslocam no sentido do crescimento da distância.

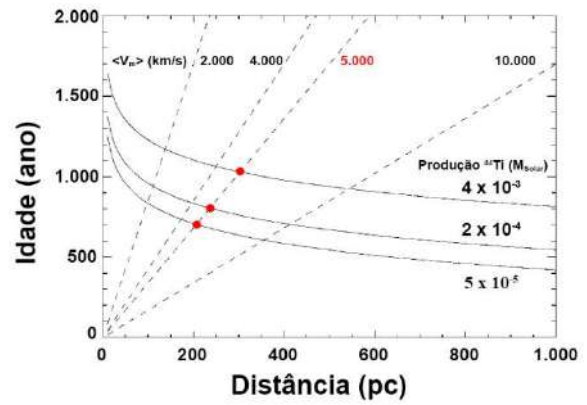
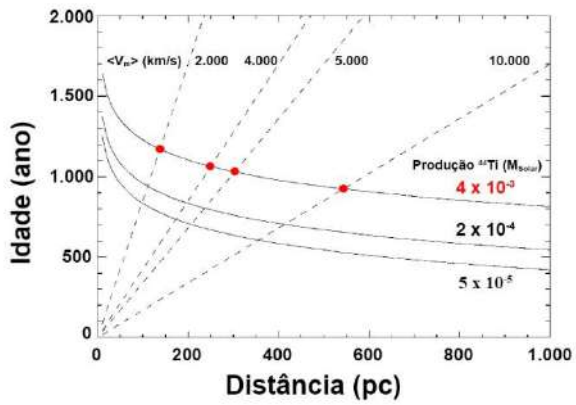
A afirmação “Para uma mesma produção de  $^{44}\text{Ti}$ , quanto maior a velocidade de expansão, mais próximo de nós está o remanescente de supernova.” é FALSA, pois conforme a velocidade média ficam mais alta, os pontos de interseção das curvas se deslocam no sentido do crescimento da distância.

A afirmação “Para uma mesma produção de  $^{44}\text{Ti}$ , quanto maior a velocidade de expansão, mais velho é o remanescente de supernova.” é FALSA, pois conforme a velocidade média ficam mais alta, os pontos de interseção das curvas se deslocam no sentido da diminuição da idade.

QUESTÃO ANULADA

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica



# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

14) C/2021 A1 (Leonard) ou Cometa Leonard é um cometa, descoberto por Gregory J. Leonard, do Observatório do Monte Lemmon, em 3 de janeiro de 2021 (um ano antes do periélio) quando o cometa estava a 5 UA do Sol. Foi o primeiro cometa descoberto em 2021 e tem uma órbita retrógrada de 80.000 anos.

A figura a seguir traz uma Carta Celeste mostrando a trajetória do Cometa Leonard, de 30 de novembro a 10 de dezembro de 2021.



ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

Fonte: Sky and Telescope (adaptado).

Baseado nesta Carta Celeste e nos seus conhecimentos, PRIMEIRO coloque F ou V na frente de cada afirmação e DEPOIS escolha a opção que contém a sequência correta de F e V.

- 1ª) ( F ) De 30 de novembro a 10 de dezembro o cometa se deslocou para o Oeste na Esfera Celeste.
- 2ª) ( F ) Entre 3 e 4 de dezembro o cometa passou atrás de M3.
- 3ª) ( V ) Neste período o cometa passou ao norte de Arcturus.
- 4ª) ( V ) Em pouco mais de quatro dias o cometa atravessou a Constelação do Boieiro.
- 5ª) ( V ) De 30 de novembro a 10 de dezembro o Ângulo Horário do cometa diminuiu.

- a) ( X ) 1ª ( F ), 2ª ( F ), 3ª ( V ), 4ª ( V ), 5ª ( V )
- b) ( ) 1ª ( V ), 2ª ( V ), 3ª ( F ), 4ª ( F ), 5ª ( F )
- c) ( ) 1ª ( F ), 2ª ( V ), 3ª ( V ), 4ª ( F ), 5ª ( F )
- d) ( ) 1ª ( F ), 2ª ( F ), 3ª ( F ), 4ª ( V ), 5ª ( V )

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

e) ( ) 1ª ( V), 2ª ( F), 3ª ( V), 4ª ( V), 5ª ( F)

Reposta: a) ( X ) 1ª ( F), 2ª ( F), 3ª ( V), 4ª ( V), 5ª ( V)

A afirmação “De 30 de novembro a 10 de dezembro o Cometa se deslocou para o Oeste.” é FALSA, pois a ascensão reta varia entre 0h e 24h e aumenta para Leste. Vemos na Carta Celeste que a ascensão reta aumenta da direita para a esquerda, no mesmo sentido da trajetória do cometa.

A afirmação “Entre 3 e 4 de dezembro o cometa passou atrás de M3.” é FALSA, pois M3 (Messier 3) é um objeto de fora do Sistema Solar e, portanto o cometa passou na frente de M3.

A afirmação “Neste período o cometa passou ao norte de Arcturus.” é VERDADEIRA, pois quando o cometa cruzou a Constelação do Boieiro, sua declinação era superior à declinação de Arcturus, portanto ao norte da estrela.

A afirmação “Em pouco mais de quatro dias o cometa atravessou a Constelação do Boieiro.” é VERDADEIRA, pois podemos contar na Carta Celeste que o cometa demorou de 4 a 5 dias para atravessar a constelação.

A afirmação “De 30 de novembro a 10 de dezembro o Ângulo Horário do cometa diminuiu.” é VERDADEIRA, pois quem aumentou foi a ascensão reta do cometa. O ângulo horário é medido sobre o equador, com origem no meridiano local e extremidade no meridiano do astro e varia entre -12h e +12h.

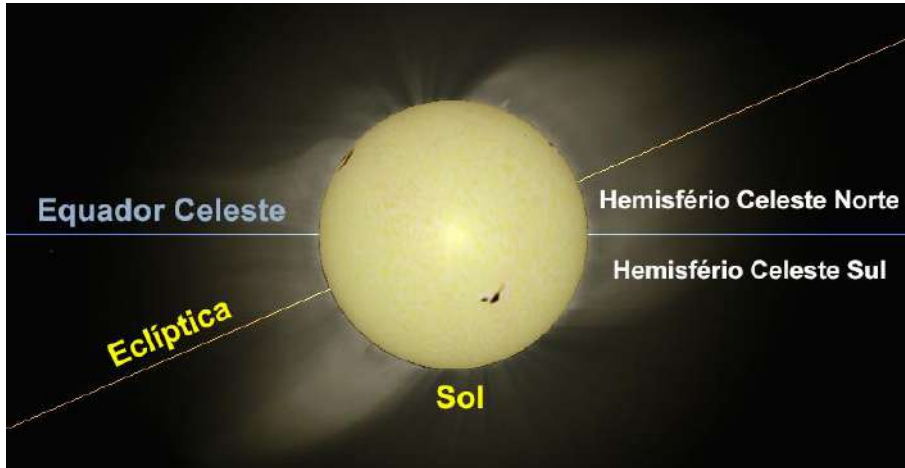


# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

15) Em 22 de setembro de 2024 tivemos o início da Primavera no Hemisfério Sul e do Outono no Hemisfério Norte. O Equinócio de setembro marca a passagem do centro do disco solar pelo Equador Celeste.

Suponha que neste dia o diâmetro aparente do Sol era de  $\varnothing = 32'$  (minutos de arco).



Considerando que a obliquidade da eclíptica vale  $23,5^\circ$ , assinale a opção que traz, aproximadamente, quanto tempo leva o disco do Sol para atravessar completamente de um hemisfério celeste para o outro.

Dado: Tabela da Declinação do Sol ao 1º dia de cada mês de 2024

jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
23,1°S	17,3°S	7,8°S	4,3°N	14,9°N	22,0°N	23,1°N	18,1°N	8,5°N	2,9°S	14,2°S	21,7°S

- a) 8,5 horas
- b) 11,4 horas
- c) 18,1 horas
- d) 23,5 horas
- e) 32,6 horas

Resposta: e) 32,6 horas

Método 1 (menos preciso):

Quando o disco do Sol “toca” o Equador Celeste (EC), ainda no Hemisfério Norte, sua declinação vale  $\delta_{\text{Sol}} = +0^\circ 16'$ . Quando ele atravessa o EC sua declinação vale  $\delta_{\text{Sol}} = 0^\circ$ . E quando ele se “destaca” do EC, já totalmente no Hemisfério Sul, sua declinação vale  $\delta_{\text{Sol}} = -0^\circ 16'$ . Portanto, precisamos estimar a taxa de variação em declinação nessa época do ano e estimar quanto tempo o centro do disco solar demora para atravessar  $32'$ .

Da tabela fornecida temos que:

$$\delta_{\text{Sol}} (1^\circ \text{ de setembro}) = +8,5^\circ \text{ e } \delta_{\text{Sol}} (1^\circ \text{ de outubro}) = -2,9^\circ \rightarrow \Delta\delta = 11,4^\circ$$

De 1º de setembro a 1º de outubro temos 30 dias. Portanto:

$$\frac{\Delta\delta}{\Delta t} = \frac{11,4^\circ}{30 \text{ dias}} = \frac{11,4^\circ \times 60' / \circ}{30 \text{ dias} \times 24 \text{ h} / \text{dia}} = \frac{684'}{720 \text{ h}} = 0,95' / \text{h}$$

O tempo que o centro do disco solar demora para percorrer  $32'$  será:

$$T = \frac{32'}{0,95' / \text{h}} \cong 33,7 \text{ horas}$$

## GABARITO COMENTADO

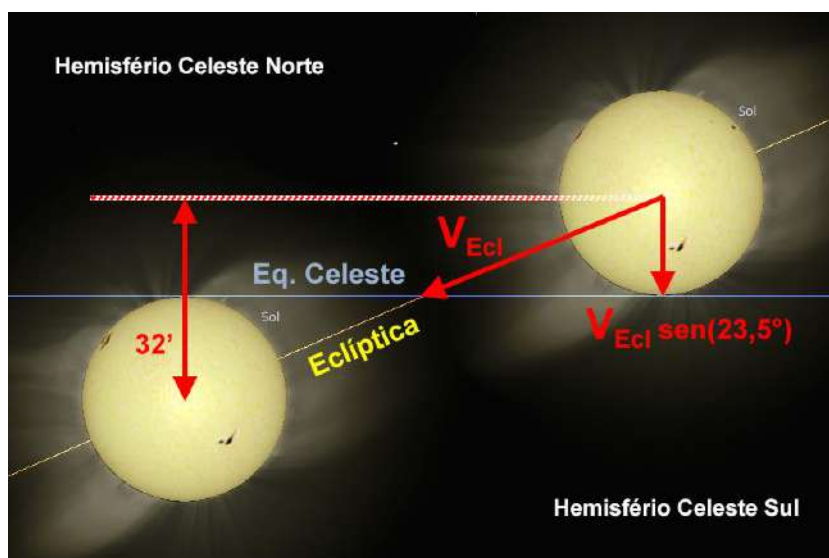
### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Método 2 (mais preciso):

Sabemos que o Sol percorre toda a Eclíptica ( $360^\circ$ ) em 365,25 dias (1 ano). Portanto sua “velocidade eclíptica” vale:

$$v_{Ecl} = \frac{360^\circ}{365,25 \text{ dias}} = \frac{360^\circ \times 60' / \circ}{365,25 \text{ dias} \times 24 \text{ h} / \text{dia}} \cong 2,46' / \text{dia}$$

Da geometria do problema, temos:



O tempo para o disco do Sol cruzar completamente o Equador Celeste será o tempo que o centro do disco solar percorre  $32'$  na direção do Equador Celeste:

$$T = \frac{32'}{2,46' / \text{h} \times \sin(23,5^\circ)} \cong 32,6 \text{ horas}$$

OLIMPIADA BRASILEIRA DE  
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

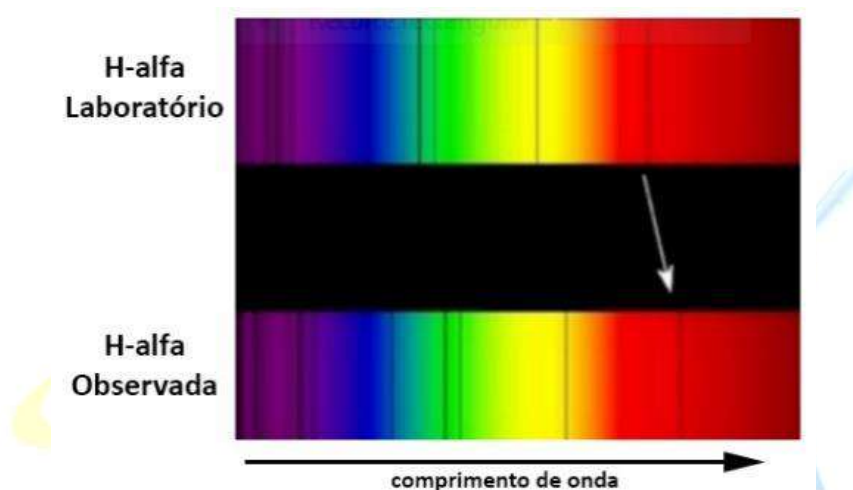
16) O espectro de uma galáxia mostra uma linha de H-alfa com um comprimento de onda de  $\lambda = 720$  nanômetros. Medido em laboratório o comprimento de onda da linha H-alfa vale  $\lambda_{lab} = 656,28$  nanômetros.

A respeito disso, assinale a opção que traz a afirmação correta sobre essa galáxia.

- a) Ela é uma galáxia espiral.
- b) Ela está formando estrelas.
- c) Ela está se afastando de nós.
- d) Ela está se aproximando de nós.
- e) Ela está colidindo com outra galáxia.

Resposta: c) Ela está se afastando de nós.

Por efeito Doppler, o comprimento de onda observado é maior do que o comprimento de onda em repouso. Ou seja, a linha se deslocou para o vermelho (*redshift*). Portanto esta galáxia está se afastando de nós.



OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE  
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

17) Suponha que por algum motivo desconhecido, o período orbital da Terra ao redor do Sol passa a ser de exatos 365,75 dias.

No que isso implicaria?

- a) Os anos bissextos passariam a ter 1 dia a mais, de 5 em 5 anos
- b) Os anos bissextos passariam a ter 2 dias a mais, de 2 em 2 anos.
- c) Os anos bissextos passariam a ter 3 dias a mais, de 3 em 3 anos.
- d) Os anos bissextos passariam a ter 3 dias a mais, de 4 em 4 anos.**
- e) Os anos bissextos passariam a ter 4 dias a mais, de 4 em 4 anos.

Resposta: d) Os anos bissextos passariam a ter 3 dias a mais, de 4 em 4 anos.

Comentário: A Terra demora aproximadamente 365,2422 dias solares (1 ano trópico) para dar uma volta completa ao redor do Sol, enquanto o ano-calendário comum (por convenção) tem 365 dias solares. Sobram, portanto, aproximadamente 5h48m46s (0,2422 dia) a cada ano trópico. As horas excedentes são somadas e adicionadas ao calendário na forma inteira de um dia ( $4 \times 6h = 1$  dia).

No caso do Calendário Gregoriano, este dia extra é incluído no final do mês de fevereiro, que passa a ter 29 dias (ano com 366 dias) em lugar dos 28 dias de anos normais (ano de 365 dias).

No caso de um ano trópico de exatos 365,75 dias, teríamos:

- ano trópico 1: 365 dias + 0,75 dia (essa sobra vai se acumulando)
- ano trópico 2: 365 dias + 1,50 dia
- ano trópico 3: 365 dias + 2,25 dias
- ano trópico 4: 365 dias + 3 dias (inteiros)

OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE  
ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

18) Através da paralaxe das estrelas e da sua fotometria é possível medir, com a primeira técnica, ou estimar, com a segunda técnica, a distância que uma estrela se encontra de nós e, conseqüentemente, sua magnitude absoluta.

A paralaxe estelar ( $\pi$ ) é o desvio aparente de posição de qualquer estrela próxima da Terra (ou outro objeto) contra o fundo de estrelas muito distantes. A distância  $d$ , em parsecs, é simplesmente o inverso da paralaxe, medida em segundos de arco:

$$d[\text{parsec}] = \frac{1}{\pi["]}$$

Já o módulo de distância  $\mu = m - M$  é a diferença entre a magnitude aparente  $m$  (idealmente, corrigida dos efeitos da absorção interestelar) e a magnitude absoluta  $M$  de um corpo celeste. Ele está relacionado à distância  $d$ , também em parsecs, da forma:

$$\mu = 5 \log_{10}(d) - 5$$

Considere que dois astrônomos observaram uma mesma estrela de magnitude absoluta  $M$ . Entretanto, em suas medidas fotométricas a magnitude aparente da estrela tem uma diferença de 0,50 magnitude.

Isto significa que:

- a) As distâncias estimadas pelos observadores variam em, aproximadamente, 6,5%
- b) As distâncias estimadas pelos observadores variam em, aproximadamente, 13%
- c) As distâncias estimadas pelos observadores variam em, aproximadamente, 26%
- d) As distâncias estimadas pelos observadores variam em, aproximadamente, 52%
- e) Não há diferença entre as distâncias estimadas entre os observadores

Resposta: c) As distâncias estimadas pelos observadores variam em 26%

Do módulo da distância temos:

$$m_1 - M = 5 \log_{10} d_1 - 5$$

$$m_2 - M = 5 \log_{10} d_2 - 5$$

Desta forma, considerando que a diferença entre as magnitudes aparentes é  $m_1 - m_2 = 0,50$  e subtraindo uma equação da outra, teremos:

$$m_1 - m_2 = 5 \cdot (\log_{10} d_1 - \log_{10} d_2)$$

$$\frac{0,50}{5} = \log_{10} d_1 - \log_{10} d_2$$

$$0,10 = \log_{10} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)$$

$$10^{0,10} = 10^{\log_{10} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)} \rightarrow 10^{0,10} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{d_1}{d_2} \cong 1,26 \rightarrow d_1 = 1,26d_2$$

Desta maneira, a distância  $d_1$  é 26% maior que a distância  $d_2$

## GABARITO COMENTADO

### Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

19) Considere dois planetas orbitando a mesma estrela em órbitas circulares. Em um determinado momento eles se encontram à distância mínima que pode existir entre eles. Conhecendo os períodos orbitais dos dois planetas  $P_1 = 4,5$  anos e  $P_2 = 7,4$  anos, depois de quanto tempo, aproximadamente, essa configuração da distância mínima irá se repetir?

- a) 4,5 anos
- b) 5,8 anos
- c) 7,4 anos
- d) 11,5 anos
- e) 11,9 anos

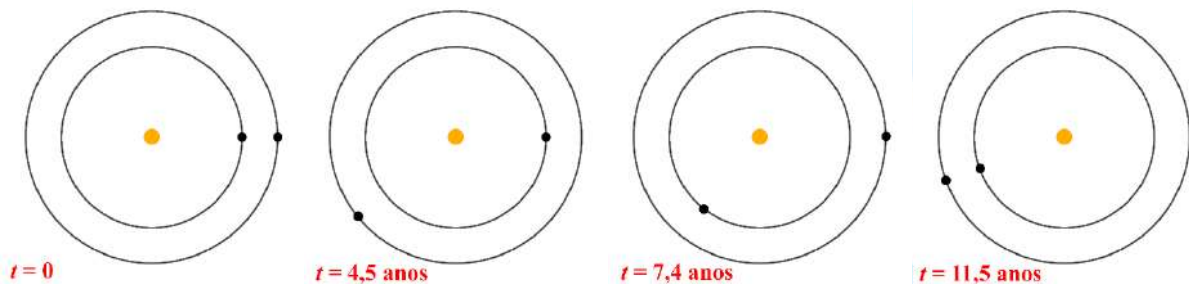
Resposta: d) 11,5 anos

O tempo decorrido para o alinhamento se repetir é o período sinódico  $S$  do sistema planetário:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2}$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{4,5} - \frac{1}{7,4} \rightarrow \frac{1}{S} = \frac{7,4 - 4,5}{4,5 \times 7,4} \rightarrow S = \frac{33,3}{2,9} \cong 11,5 \text{ anos}$$



# GABARITO COMENTADO

## Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

20) Em 1879, o físico esloveno Jožef Stefan (1835-1893) deduziu, a partir de resultados experimentais, que a potência  $P$  (energia irradiada por segundo) de um corpo é diretamente proporcional à área  $A$  da superfície emissora deste corpo e também diretamente proporcional à sua temperatura  $T$  elevada à quarta potência. Essa relação foi chamada de Lei de Stefan:

$$P = A\sigma T^4$$

Onde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  é a constante de Stefan.

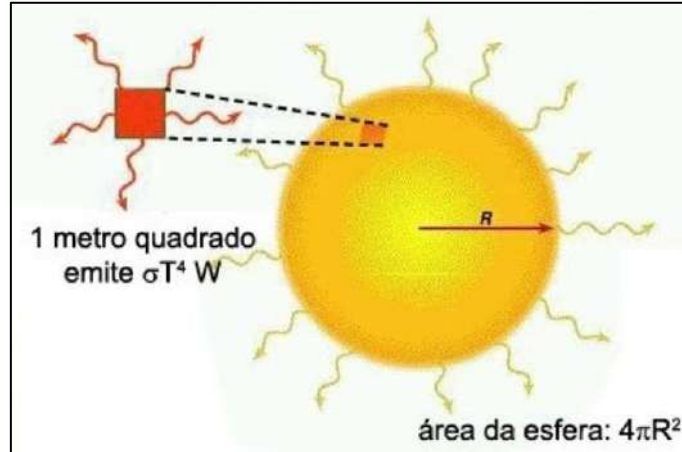


Imagem: Adaptada de [http://www.astro.umass.edu/~myun/teaching/a100\\_old/hw4.html](http://www.astro.umass.edu/~myun/teaching/a100_old/hw4.html)

Para uma estrela de raio  $R$  e temperatura superficial  $T$ , a potência  $P$ , irradiada por segundo, é a sua luminosidade  $L$  e esta equação pode ser escrita como:

$$L = (4\pi R^2)\sigma T^4$$

Segundo os cálculos da evolução estelar do Sol, daqui a 1 bilhão de anos a sua temperatura superficial estará 10% maior do que a atual.

Considerando que seu raio não mude, segundo a Lei de Stefan, de quanto será, aproximadamente, o aumento da sua luminosidade?

- a) Cerca de 10% maior.
- b) Cerca de 30% maior.
- c) **Cerca de 50% maior.**
- d) Cerca de duas vezes maior.
- e) Cerca de três vezes maior.

Resposta: c) Cerca de 50% maior.

A temperatura final será 10% maior do que a temperatura inicial:

$$T_f = 1,1T_i$$

$$L_i = (4\pi R^2)\sigma T_i^4$$

$$L_f = (4\pi R^2)\sigma T_f^4 = (4\pi R^2)\sigma(1,1T_i)^4 = (4\pi R^2)\sigma(1,1)^4 T_i^4$$

$$\frac{L_f}{L_i} = 1,4641 \rightarrow L_f = 1,4641L_i (\approx 50\% \text{ maior})$$