GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

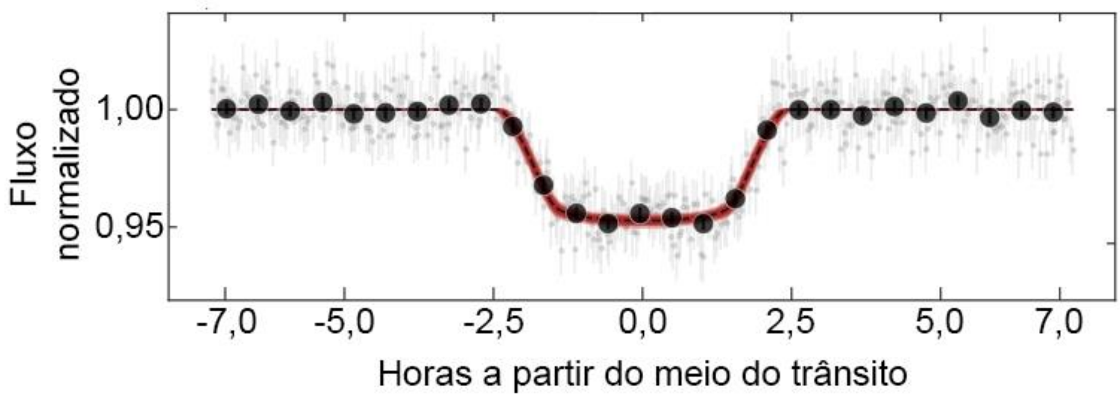
3ª PROVA ONLINE DE 15 DE DEZEMBRO DE 2023

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2024 -

1) Quando um planeta passa na frente de sua estrela hospedeira (transita pelo disco estelar), ele bloqueia uma pequena parte da luz da estrela. Isso faz com que o brilho da estrela diminua por um curto período de tempo.

Para detectar um planeta por trânsito, os astrônomos monitoram o brilho de uma estrela por um longo período de tempo. Se eles observarem uma diminuição periódica no brilho da estrela, isso pode ser um sinal de que um planeta está passando na frente dela.

O gráfico a seguir traz a medida do fluxo de uma estrela, que possui em sua órbita um exoplaneta, ou planeta extrassolar, com raio **13 vezes o da Terra** (ou seja, um pouco maior que o raio de Júpiter). Os pontos pretos correspondem à média dos fluxos medidos e a linha cheia, à curva de luz (melhor ajuste às médias).



Considere que o exoplaneta orbita sua estrela numa órbita circular de raio **r = 0,19 UA**, com período orbital de **P ≈ 30 dias**.

Junto com as informações contidas no gráfico, assinale a opção que traz o raio da estrela hospedeira em termos do raio do Sol. Assuma, em primeira aproximação, que o exoplaneta cruza o disco estelar diametralmente.

Dados: Raio do Terra R_T = 6.378 km; Raio do Sol R_{Sol} = 695.500 Km; UA = $1,5 \times 10^8$ km

a) 0,78 R_{Sol}

b) 0,70 R_{Sol}

c) 1,28 R_{Sol}

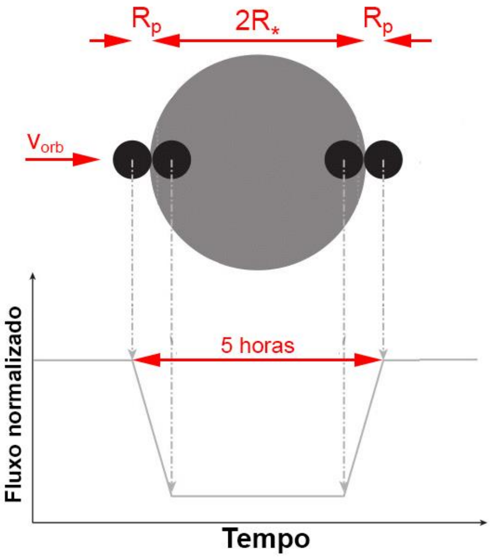
d) 0,64 R_{Sol}

e) 1,40 R_{Sol}

Resposta: a) 0,78 R_{Sol}

Pelo gráfico vemos que a duração do trânsito é de 5 horas.

Então a geometria do problema é esta da imagem ao lado:



$$R_p + 2R_* + R_p = V_{orb}t$$

$$\rightarrow R_* = \frac{V_{orb}t - 2R_p}{2}$$

Precisamos calcular, então, a velocidade orbital do planeta.

$$V_{orb} = \frac{perímetro\ da\ órbita}{período\ orbital} = \frac{2\pi r}{P}$$

$$V_{orb} = \frac{2\pi\left(0{,}19\ UA \times 1{,}5 \times 10^8\,\frac{km}{UA}\right)}{\left(30\ dias \times 24\frac{h}{dia}\right)} \rightarrow V_{orb} \cong 2{,}5 \times 10^5\ \frac{km}{h}$$

Substituindo os valores:

$$R_* = \frac{\left(2{,}5 \times 10^5\ \frac{km}{h} \times 5\ horas\right) - (2 \times 13 \times 6378\ km)}{2}$$

$$R_* = \frac{1.250.000\ km - 165.828\ km}{2} \rightarrow R_* = 542.086\ km$$

Portanto, o raio da estrela hospedeira, em termos de raio do Sol, será:

$$\frac{R_*}{R_{Sol}} = \frac{542.086\ km}{695.500\ km} \rightarrow R_* \cong 0{,}78R_{Sol}$$

2) Escondida sob as águas do Golfo do México, a Cratera Chicxulub marca o local do impacto de um asteroide que atingiu a Terra há 66 milhões de anos. O resultado mais importante desse evento cataclísmico foi a quinta extinção em massa, pelo qual nosso planeta passou e que exterminou cerca de 80% de todas as espécies animais, incluindo quase todos os dinossauros.

Estudos recentes da *Nature Communications* indicam que o asteroide responsável pela cratera possuía 12 km de diâmetro.

Assinale a alternativa que traz o número aproximado da energia liberada no impacto, medida em número de equivalentes de Bombas de Hiroshima (a bomba atômica lançada sobre Hiroshima, no Japão, em 6 de agosto de 1945, ao término da Segunda Guerra Mundial).

Para facilitar a estimativa, considere o asteroide esférico, com densidade média $\rho = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3.Despreze as forças de atrito com a atmosfera e assuma que toda a sua energia cinética, na hora do impacto, foi liberada na explosão. Nestes casos, a velocidade do impacto pode ser considerada como a velocidade de escape da Terra, ou seja, cerca de 11 km/s.

Dado: Bomba de Hiroshima $\rightarrow$ 15 kt (quilotons) de TNT $\cong 63{,}0 \times 10^{12}$ J

a) $6{,}8 \times 10^9$

b) $5{,}4 \times 10^{10}$

c) $1{,}1 \times 10^7$

d) $1{,}2 \times 10^9$

e) $6{,}2 \times 10^5$

Resposta: a) $6{,}8 \times 10^9$

Primeiro vamos calcular a massa deste asteroide: massa = densidade × volume

$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = \left(7{,}8 \times 10^3\ \frac{kg}{m^3}\right)\left[\frac{4}{3}\pi (6.000\ m)^3\right] \rightarrow M \cong 7{,}1 \times 10^{15}\ kg$$

Com os dados do problema, vamos calcular a Energia Cinética do asteroide: Ec = ½ Mv^2

$$E_c = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}(7{,}1 \times 10^{15}\ kg)\left(11.000\ \frac{m}{s}\right)^2 \rightarrow E_c \cong 4{,}3 \times 10^{23}\ J$$

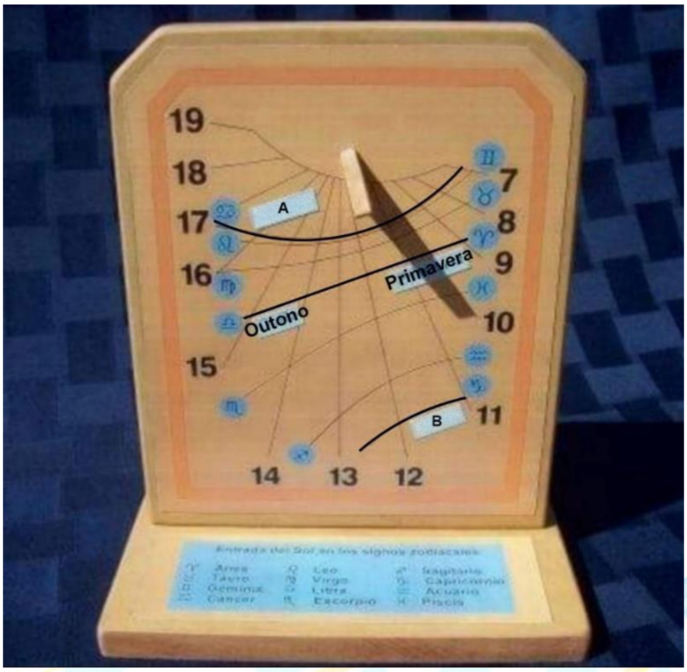
O equivalente em Bombas de Hiroshima será:

$$Eq_{BH} = \frac{energia\ cinética\ do\ asteroide}{energia\ da\ Bomba\ de\ Hiroshima} = \frac{4{,}3 \times 10^{23}\ J}{63 \times 10^{12}\ J} \cong 6{,}8 \times 10^9$$

O impacto do asteroide atingiu a Terra há 66 milhões de anos liberou energia equivalente a quase 7 bilhões de Bombas de Hiroshima.

3) A seguir temos a foto de um relógio de Sol vertical, projetado para ser usado num determinado lugar. O comprimento da sombra do gnomon, que indica as horas, varia ao longo do ano.

Vemos no mostrador que durante os Equinócios de Outono e da Primavera o extremo da sombra do gnomon percorre uma linha reta ao longo do dia.



Com as informações contidas na imagem e com seus conhecimentos, avalie as afirmações a seguir e assinale a opção correta.

I – Este relógio está corrigido pela Equação do Tempo.

II – O mostrador indica a Hora Solar Verdadeira.

III – Este relógio está corrigido em longitude.

IV – As linhas curvas **A** e **B** indicam, respectivamente, os Solstícios de Verão e de Inverno.

a) Apenas a afirmação III está correta.

b) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

c) Apenas as afirmações I e II estão corretas.

d) Apenas as afirmações I, IV estão corretas

e) Apenas a afirmação II está correta.

Resposta: a) Apenas a afirmação III está correta.

A afirmação I está errada, pois no lugar das linhas horárias deveríamos ter analemas.

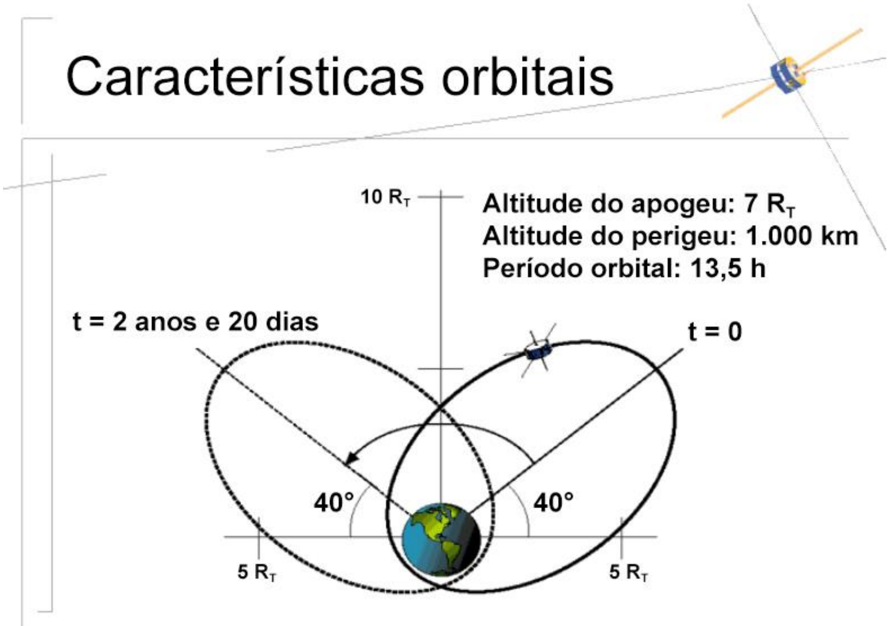
A afirmação II está errada, pois a linha horária central, quando o Sol está no ponto mais alto do céu marca 13 horas e não 12 horas.

A afirmação III está correta, pois a linha horária central, quando o Sol está no ponto mais alto do céu marca 13 horas, sinal que o mostrador foi adaptado para a longitude para onde o relógio foi projetado.

A afirmação IV está errada, pois como o relógio tem um mostrador vertical, durante o Inverno, com o caminho aparente do Sol mais baixo, as sombras serão curtas e durante o Verão com o caminho aparente do

Sol mais alto, as sombras serão longas. Portanto, as etiquetas **A** e **B** indicam, respectivamente, o Inverno e o Verão.

4) A imagem a seguir traz algumas características orbitais do satélite **IMAGE** (*Imager for Magnetopause-to-Aurora Global Exploration*) da NASA, lançado em 2000, destinado a fazer medições de partículas na magnetosfera terrestre.



Baseado nas informações fornecidas e em seus conhecimentos, avalie as afirmações a seguir e assinale a opção correta. Considere as altitudes medidas a partir da superfície da Terra e o raio da Terra **R_T = 6.378 km**.

I – A precessão do semi-eixo maior da órbita do satélite é de 8'/dia (8 minutos de arco por dia).

II – Depois de 1.200 órbitas, após t = 0, o apogeu do satélite terá se deslocado de 90° da sua posição inicial.

III – O semi-eixo maior da órbita do satélite vale 22.823 km.

IV – O satélite voltará para a sua posição inicial (t = 0) depois de 2.430 dias.

a) Apenas as afirmações I e II estão corretas.

b) Todas as afirmações estão corretas.

c) Apenas a afirmação IV não está correta.

d) Apenas as afirmações I e III estão corretas.

e) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

Resposta: a) Apenas as afirmações I e II estão corretas.

Comentários:

A afirmação I está correta, pois a imagem mostra que o semi-eixo maior da órbita do satélite precessiona de 100° em 750 dias, portanto:

$$\frac{100°}{750\ dias} = \frac{100° \times 60\ '/°}{750\ dias} = \frac{6.000'}{750\ dias} = 8'/dia$$

A afirmação II está correta, pois a imagem informa que o período orbital do satélite é de 13,5 horas, portanto depois de 1.200 órbitas terá se passado: **Δt = 1.200 × 13,5 h/órbita = 16.200 horas = 675 dias**.

Como a precessão do semi-eixo maior é de 8'/dia, em 675 dias teremos: **675 dias × 8'/dia = 5.400' = 90°**

A afirmação III está errada, pois vemos que o eixo maior da órbita vale:

$$2a = 1.000\ km + 2R_T + 7R_T$$

$$2a = 1.000\ km + 2 \times (6.378\ km) + 7 \times (6.378\ km) = \ 58.402\ km \rightarrow a = 29.201\ km$$

A afirmação IV está errada, pois se o eixo demora 750 dias para girar de 100°, demorará X dias para girar de 360°:

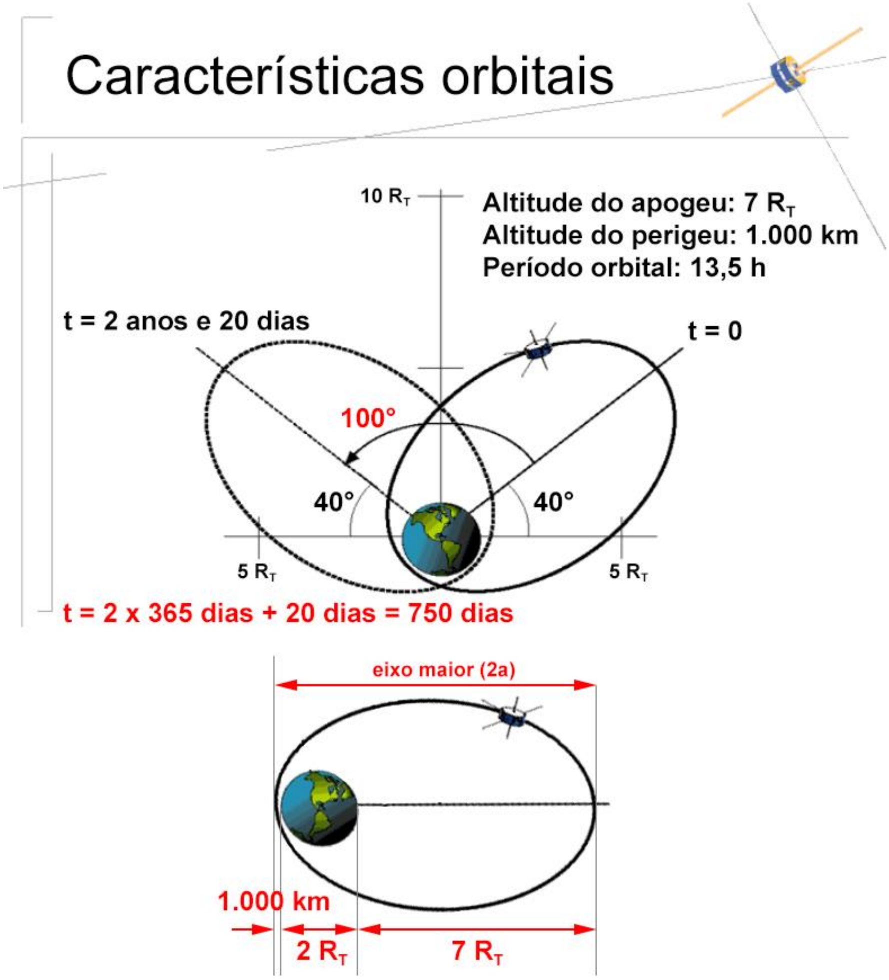
$$\frac{100°}{750\ dias} = \frac{360°}{X\ dias} \leftrightarrow X = \frac{750\ dias \times 360°}{100°} = 2.700\ dias$$

Ou

Se o eixo gira de 90° depois de 1.200 órbitas, precisará de X órbitas para girar de 360°:

$$\frac{90°}{1.200\ órbitas} = \frac{360°}{Y\ órbitas} \leftrightarrow Y = \frac{1.200\ órbitas \times 360°}{90°} = 4.800\ órbitas$$

$$4.800\ óbitas \times 13{,}5\ \frac{h}{órbita} = 64.800\ horas = 2.700\ dias$$



5) **GJ 3512** é uma estrela do tipo M, a 31 anos-luz do Sol, localizada na constelação da Ursa Maior. Tendo uma magnitude visual aparente de +15, ela é invisível a olho nu.

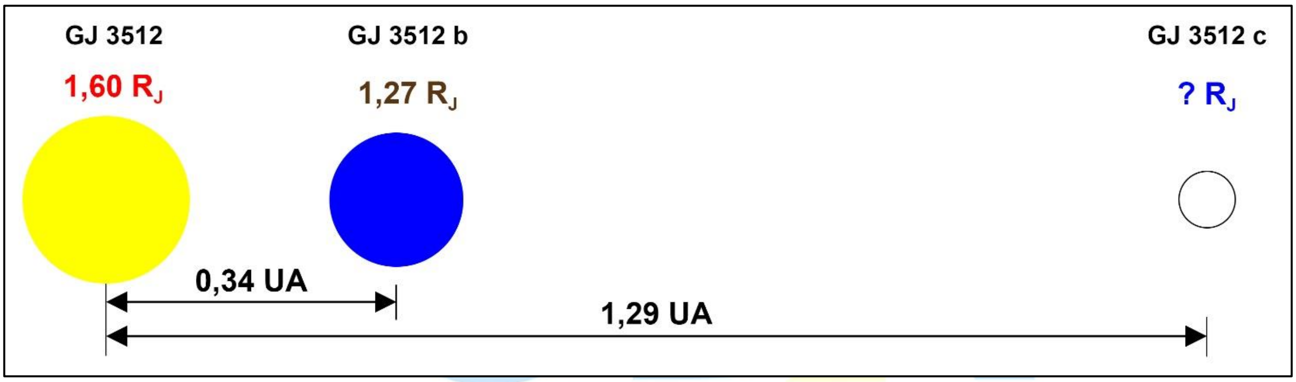
Em 2019, uma equipe internacional de astrônomos relatou a descoberta de um exoplaneta orbitando esta estrela. Denominado de **GJ 3512 b**, este exoplaneta é um gigante gasoso, com cerca de **46%** da massa de Júpiter, mas com o raio estimado **27%** maior do que este. Além disso, este gigante orbita sua estrela hospedeira a apenas **0,34 UA** de distância (semelhante à distância de Mercúrio ao Sol).

O que torna este sistema ainda mais interessante é o fato que **GJ 3512** e **GJ 3512 b** terem quase o mesmo tamanho!

A **GJ 3512** tem **0,12** $\mathbf{M_{Sol}}$ (massa que é, no máximo, 280 vezes maior que a massa do seu gigante gasoso, enquanto o Sol é cerca de 1.050 vezes mais massivo que Júpiter) e seu raio é de **0,16** $\mathbf{R_{Sol}}$ (cerca de **1,60** $\mathbf{R_{Júpiter}}$).

Eclipses da lua de um planeta no próprio planeta ou de uma lua por outra lua são comuns no Sistema Solar, mas as descobertas atuais de sistemas planetários do tipo de **GJ 3512** levantam a questão de um novo tipo de eclipse, o de um planeta por outro planeta.

A figura a seguir traz o esquema, fora de escala, do sistema planetário **GJ 3512**, onde um segundo planeta, **GJ 3512 c**, foi identificado, orbitando **GJ 3512** a 1,29 UA de distância, porém de tamanho desconhecido.



Considerando as órbitas de **GJ 3512 b** e **GJ 3512 c** coplanares, assinale a opção que traz o raio máximo que **GJ 3512 c** poderá ter para ser completamente eclipsado por **GJ 3512 b**.

Dados: UA = 150 × 10^6 km; Raio de Júpiter R_J = 71.492 km

a) 0,35 R_J

b) 0,17 R_J

c) 0,70 R_J

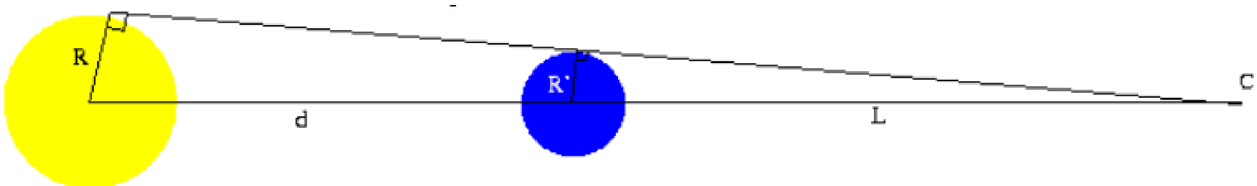
d) 1,27 R_J

e) 1,40 R_J

Resposta: a) 0,35 R_J

Os cálculos são semelhantes ao cálculo da sombra da Terra à distância da Lua, encontrado neste link: http://astro.if.ufrgs.br/eclipses/sombra1.htm

Primeiro, vamos calcular o comprimento da sombra de GJ 3512 b.



GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Por semelhança de triângulos temos que:

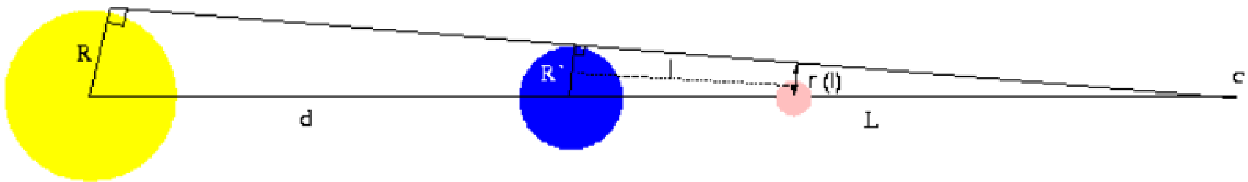
$$\frac{R'}{L} = \frac{R}{d+L} \to L = \frac{R'd}{R-R'}$$

Onde:
L = comprimento da sombra
d = distância entre GJ 3512 e GJ 3512 b
R' = raio de GJ 3512 b
R = raio de GJ 3512

Substituindo-se os valores:

$$L = \frac{(1{,}27\ R_J)(0{,}34\ UA)}{(1{,}60\ R_J - 1{,}27\ R_J)} = \frac{0{,}4318}{0{,}33}UA \to L \cong 1{,}31\ UA$$

Agora devemos calcular o raio da sombra de GJ 3512 b à distância de GJ 3512 c



L = comprimento da sombra
R' = raio de GJ 3512 b
r(l) = raio da sombra à distância l, entre de GJ 3512 b e de GJ 3512 c (l = 1,29 UA – 0,34 UA = 0,95 UA)

Novamente por semelhança de triângulos temos que:

$$\frac{r(l)}{L-l} = \frac{R'}{L} \to r(l) = R'\frac{L-l}{L}$$

Substituindo-se os valores:

$$r(0{,}95) = 1{,}27\ R_J \frac{1{,}31\ UA - 0{,}95\ UA}{1{,}31\ UA} \to r(0{,}95) \cong 0{,}35\ R_J$$

O planeta GJ 3512 c precisa ter, no máximo, 0,35 $R_{Júpiter}$ para ser completamente eclipsado por GJ 3512 b.

6) Considere que o equipamento fotográfico de um telescópio foi substituído por um CCD (*charge-coupled device* ou dispositivo de carga acoplada).

Se a chapa fotográfica registra **5%** da luz que chega até ela, mas o CCD registra **90%**, assinale a opção que traz quanto tempo o novo sistema levará para coletar tanta informação quanto o antigo detector registrava em uma exposição de **1 hora**?

a) 200 s

b) 18 s

c) 450 s

d) 85 s

e) 40 s

Resposta: a) 200 s

Vamos considerar um fluxo ***F*** chegando na chapa fotográfica, cuja eficiência é de 0,05, por 1 hora. O mesmo fluxo, agora, chega a um detector cuja eficiência é e 0,90.

O tempo para se coletar a mesma informação será:

$$F \times 1h \times 0{,}05 = F \times t \times 0{,}90$$

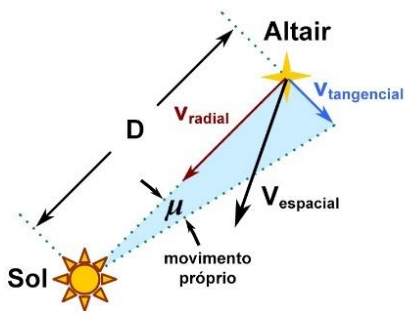
Resolvendo para t:

$$t = \frac{1h \times 0{,}05}{0{,}90} = \frac{3.600\ s \times 0{,}05}{0{,}90} \rightarrow t = 200\ s$$

7) Altair (α Aquilae, α Aql) tem nome de origem árabe que significa "aquele que voa" é a estrela mais brilhante da constelação da Águia e a 12ª estrela mais brilhante no céu noturno, com magnitude aparente de **m = 0,75** e magnitude absoluta **M = 2,20**. A sua distância à Terra é de **D = 5,14 parsecs**, o que a torna uma das estrelas mais próximas de nós.

Altair possui um movimento próprio de **μ = 0,658''/ano** (segundo de arco por ano) e uma velocidade radial de **v_r = -26 km/s**. O que quer dizer que Altair está se aproximando do Sol.

A geometria do problema é mostrada na figura a seguir, fora de escala.



Com todas estas informações, assinale a opção que traz a distância mínima ***d*** que Altair chegará do Sol e qual será sua magnitude aparente ***m*** neste ponto.

Dados, se precisar: 1 parsec = 206.265 UA ≅ $3{,}10 \times 10^{13}$ km; 1 UA = $1{,}5 \times 10^8$ km; 1 ano ≅ $3{,}15 \times 10^7$ s

Dica: a velocidade tangencial v_t de Altair será equivalente a μD, se μ estiver em radianos.

a) d = 3,19 pc e m = -0,28

b) d = 3,10 pc e m = -0,34

c) d = 4,74 pc e m = 0,58

d) d = 1,59 pc e m = -1,79

e) d = 2,57 pc e m = -0,75

Resposta: a) d = 3,19 pc e m = -0,28

Para usar a fórmula da dica, temos que expressar o movimento próprio em radianos/ano, lembrando que:

π rad = 180 graus = 180 x 60' = 180 x 60 x 60", então 1" = π rad/ (180 x 60 x 60)

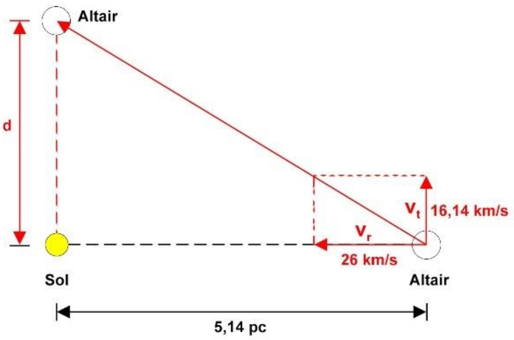
$$\mu = \frac{\pi \times 0{,}658''/ano}{180° \times \left(60'/_{\circ}\right) \times \left(60''/_{'}\right)} \rightarrow \mu \cong 3{,}19 \times 10^{-6}\ rad/ano$$

Agora podemos calcular a velocidade tangencial v_t de Altair, lembrando que 1 parsec ≅ 3,10 × 10^{13} km:

$$v_t = \mu D = 3{,}19 \times 10^{-6} \frac{rad}{ano} \times 5{,}14\, pc$$

$$v_t = \left(\frac{3{,}19 \times 10^{-6}\, rad}{3{,}15 \times 10^{7}\ s}\right) \times \left(5{,}14\, pc \times 3{,}10 \times 10^{13}\ {}^{km}/_{pc}\right) \rightarrow v_t \cong 16{,}14\ km/s$$

A seguir temos a geometria do problema;



O tempo que Altair levará para cruzar radialmente (horizontalmente) 5,14 pc a 26 km/s será o tempo que ela levará para cruzar tangencialmente (verticalmente) a distância ***d*** a 16,14 km/s.

$$\frac{5{,}14\, pc}{26\ km/s} = \frac{d}{16{,}14\ km/s} \leftrightarrow d = 5{,}14\frac{16{,}14}{26}\ pc \rightarrow d \cong 3{,}19\, pc$$

Para sabermos qual será a magnitude aparente de Altair a esta distância, aplicamos o módulo de distância:

$$m = M + 5\log(d) - 5$$

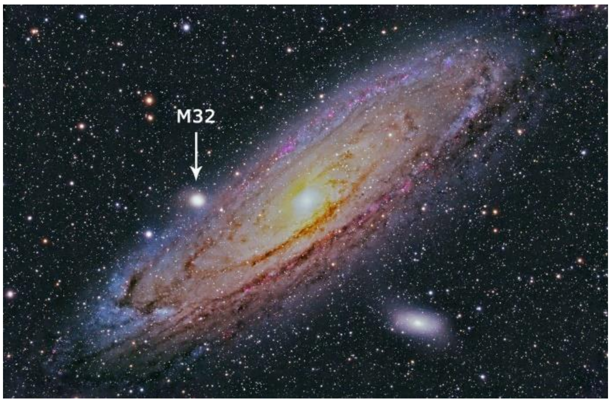
Substituindo-se os valores:

$$m = 2{,}20 + 5\log(3{,}19) - 5 \rightarrow m \cong -0{,}28$$

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

8) **Messier 32** (NGC 221) é uma galáxia elíptica, satélite da Galáxia de Andrômeda, localizada a cerca de 2,9 milhões anos-luz de distância, na direção da constelação de Andrômeda. Possui aproximadamente oito mil anos-luz de diâmetro e uma magnitude aparente de $\mathbf{m_{total} = 8,1}$. Ela foi descoberta pelo astrônomo francês Guillaume Le Gentil (1725 - 1792) em 1749.



Considere que existam cerca de **250 milhões de estrelas** na galáxia elíptica M32.

Assinale a opção que traz a magnitude aparente **m**, aproximada, de apenas uma estrela desta galáxia, fazendo a suposição, em primeira aproximação, de que as luminosidades de todas estas estrelas são iguais.

a) m = 29,1

b) m = 26,6

c) m = 31,6

d) m = 21,8

e) m = 27,3

Resposta: a) m = 29,1

Em geral, dado qualquer número de estrelas, seus fluxos podem ser somados para se obter sua magnitude total.

Pode-se mostrar que no caso de **n** estrelas a fórmula geral é[1]:

$$m_{total} = -2{,}5\log(10^{-0{,}4m_1} + 10^{-0{,}4m_2} + \cdots + 10^{-0{,}4m_n})$$

Neste caso, como n vale 250.000.000, temos:

$$8{,}1 = -2{,}5\log(2{,}5 \times 10^8 \times 10^{-0{,}4m})$$

$$\frac{8{,}1}{-2{,}5} = -3{,}24 = \log(2{,}5 \times 10^8 \times 10^{-0{,}4m})$$

$$-3{,}24 = \log(2{,}5) + \log(10^8) + \log(10^{-0{,}4m})$$

$$-3{,}24 = 0{,}39794 + 8 - 0{,}4m$$

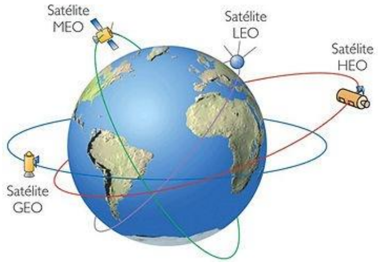
$$0{,}4m = 11{,}63794$$

$$m = \frac{11{,}63794}{0{,}4} \rightarrow m \cong 29{,}1$$

[1] Para acompanhar a dedução desta fórmula, assista à esta videoaula do canal **ABF AstroBioFísica**: https://www.youtube.com/watch?v=RTTj2HCu-LY

9) Os satélites artificiais podem ser classificados de acordo com a órbita que utilizam:

- **LEO** (*Low Earth Orbit*, ou satélite de baixa órbita), ficam entre 500 e 2000 km de altitude.
- **MEO** (*Medium Earth Orbit*, ou satélite de média órbita), ficam entre 8.000 e 20.000 km de altitude.
- **GEO** (*Geostationary Orbit*, ou órbita geoestacionária), ficam em torno de 36.000 km da superfície da Terra, e possuem o mesmo período de revolução da Terra.
- **HEO** (*Highly Elliptical Orbit*, ou órbita altamente elíptica), com distâncias variando de 1.000 a 40.000 km de altitude, sendo colocados nesta posição principalmente para cobertura dos Polos.



Considere que um LEO e um MEO foram colocados a 1.622 km e 13.622 km de altitude, respectivamente. Ambos ao longo de órbitas equatoriais circulares, na direção da rotação da Terra.

Assinale a opção que traz os períodos aproximados de rotação dos dois satélites do ponto de vista de um observador fixo na Linha do Equador.

Dados: Constante da Gravitação G = $6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m²/kg²; Raio da Terra R_T = 6.378 km; Massa da Terra M_T = $6{,}00 \times 10^{24}$ kg;

a) 2,15 horas e 11,15 horas

b) 1,97 horas e 7,81 horas

c) 1,39 horas e 5,52 horas

d) 2,79 horas e 11,04 horas

e) 1,52 horas e 7,88 horas

Resposta:

Primeiro precisamos calcular as velocidades orbitais.

Sabemos que força centrípeta = força gravitacional:

$$\frac{mv_{orb}^2}{r} = \frac{GM_t m}{r^2}$$

Simplificando e resolvendo para v_{orb}, temos:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

Substituindo-se os valores:

$$v_L = \sqrt{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2)(6{,}00 \times 10^{24}\ kg)}{(6.378 + 1.622) \times 10^3\ m}} \rightarrow v_L \cong 7{,}07\ km/s = 25.452\ km/h$$

$$v_M = \sqrt{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2)(6{,}00 \times 10^{24}\ kg)}{(6.378 + 13.622) \times 10^3\ m}} \rightarrow v_M \cong 4{,}47\ km/s = 16.092\ km/h$$

Como as órbitas são circulares o período orbital será: P = 2πr/v

Substituindo-se os valores:

$$P_L = \frac{2\pi(8.000\ km)}{25.452\ \ km/h} \rightarrow P_L \cong 1{,}97\ horas$$

$$P_M = \frac{2\pi(20.000\ km)}{16.092\ \ km/h} \rightarrow P_M \cong 7{,}81\ horas$$

Como os satélites estão orbitando no mesmo sentido da rotação da Terra, o período orbital (de rotação) percebido pelo observador será o período sinódico (aparente):

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{P_T}$$

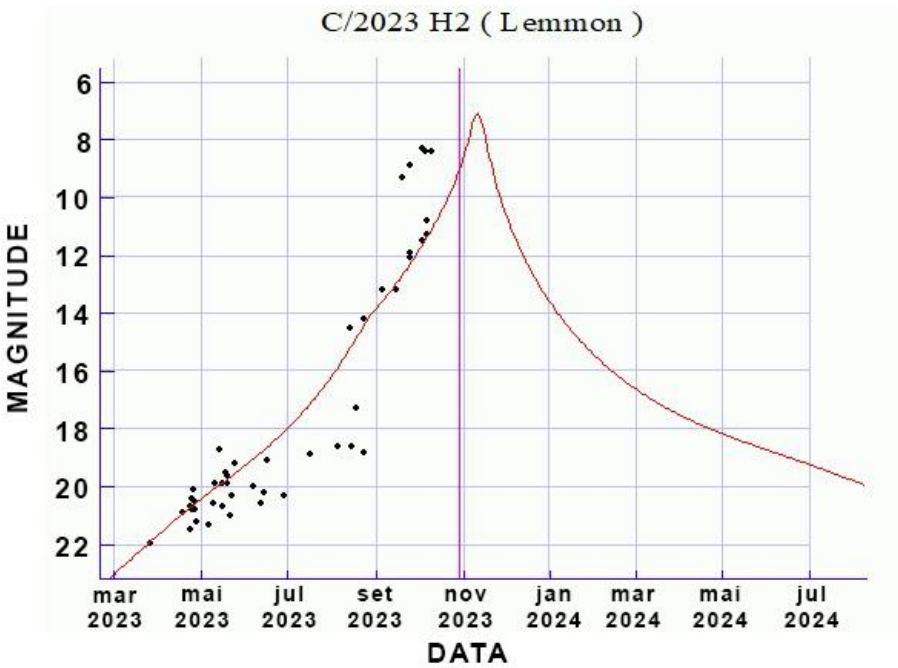
Substituindo-se os valores, sabendo que o período sideral da Terra é de 23 h e 56 min:

$$\frac{1}{S_L} = \frac{1}{1{,}97\ h} - \frac{1}{23\ h\ 56\ min} \rightarrow S_L \cong 2{,}15\ horas$$

$$\frac{1}{S_M} = \frac{1}{7{,}81\ h} - \frac{1}{23\ h\ 56\ min} \rightarrow S_L \cong 11{,}59\ horas$$

10) Os cometas são objetos altamente imprevisíveis no que diz respeito ao seu brilho, pois isso depende da dispersão da luz solar das partículas de poeira na cabeleira e na cauda do cometa. Esta poeira está continuamente se afastando do núcleo do cometa e a sua densidade em qualquer momento específico é governada pela taxa de sublimação do gelo no núcleo do cometa, à medida que é aquecido pelos raios solares. Também depende da quantidade de poeira misturada ao gelo. Isto é muito difícil de prever antecipadamente e pode ser altamente variável mesmo entre aparições sucessivas do mesmo cometa.

O gráfico a seguir traz algumas medidas da magnitude do cometa C/2023 H2 (Lemmon), descoberto em 23 de abril de 2023. A linha contínua é uma tentativa de previsão teórica da magnitude deste cometa, de março de 2023 a julho de 2024. A linha vertical, em 29 de outubro, corresponde à sua passagem pelo periélio.



GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Considere que a magnitude limite do olho humano adaptado ao escuro, ou seja, a maior magnitude estelar aparente na faixa do visível, quase imperceptível ao olho humano, é de aproximadamente **m_0 = 6,0** e que o diâmetro da pupila do olho humano adaptado ao escuro e de aproximadamente **d_0 = 6,0 mm**.

Sendo assim, assinale a opção que traz o período aproximado em que o cometa C/2023 H2 (Lemmon) será teoricamente visível através da observação, em ótimas condições, por um telescópio de abertura **D = 240 mm**.

a) De setembro de 2023 a janeiro de 2024.

b) De outubro a dezembro de 2023.

c) De julho de 2023 a maio de 2024.

d) De agosto de 2023 a fevereiro de 2024

e) De novembro a dezembro de 2023.

Resposta: a) De setembro de 2023 a janeiro de 2024.

Vamos deduzir a fórmula da magnitude limite de um telescópio através da Equação de Pogson, que nos dá uma relação genérica entre magnitudes e fluxos:

$$m_2 - m_1 = -2{,}5 \log\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

Neste caso, vamos dizer que m_0 é magnitude percebida devido ao fluxo através da área da pupila adaptada ao escuro e m_{lim} é a magnitude percebida devido ao fluxo através (ou refletido) pela área coletora do telescópio. Deste modo podemos reescrever a equação acima como:

$$m_{lim} - m_0 = -2{,}5 \log\left(\frac{F_{telescópio}}{F_{pupila}}\right)$$

O fluxo através da área coletora do telescópio é o mesmo fluxo que atravessa a área da pupila adaptada à escuridão:

$$F_{telescópio} \times área\ coletora\ do\ telescópio = F_{pupila} \times área\ da\ pupila$$

$$F_{telescópio} \times \pi\left(\frac{D_{telescópio}}{2}\right)^2 = F_{pupila} \times \pi\left(\frac{d_{pupila}}{2}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{F_{telescópio}}{F_{pupila}} = \frac{(d_{pupila})^2}{(D_{telescópio})^2} = \left(\frac{d_{pupila}}{D_{telescópio}}\right)^2$$

Substituindo na Equação de Pogson e fazendo as simplificações, a magnitude limite de um telescópio[2] é dada pela seguinte fórmula:

$$m_{lim} - m_0 = -2{,}5 \log\left(\frac{d_0}{D}\right)^2 \rightarrow m_{lim} = m_0 - 2{,}5 \log\left(\frac{d_0}{D}\right)^2$$

Substituindo-se os valores:

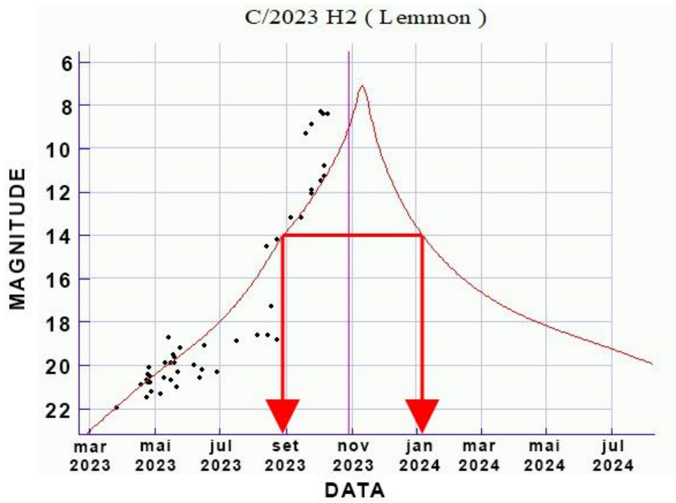
$$m_{lim} = 6{,}0 - 2{,}5 \log\left(\frac{6}{240}\right)^2 \rightarrow m_{lim} \cong 14{,}0$$

Vemos no gráfico que o período em que, teoricamente, o cometa C/2023 H2 (Lemmon) terá magnitude ≤ 14,0 é de setembro de 2023 a janeiro de 2024.

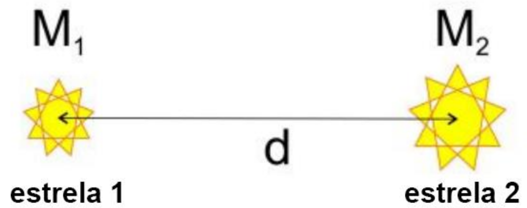
[2] Para acompanhar a dedução desta fórmula, assista à esta videoaula do canal ABF AstroBioFísica: https://www.youtube.com/watch?v=VoQBbZdfAzM

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica



11) Duas estrelas de magnitude absoluta **M_1 = 4,0** e **M_2 = 5,0** estão a uma distância **d = 10,0 parsec** uma da outra e um observador está localizado na linha que une as duas estrelas.



Assinale a opção que traz a que distância, aproximadamente, da estrela 1 o observador deve estar localizado para observá-las com a mesma magnitude aparente?

a) 6,1 pc

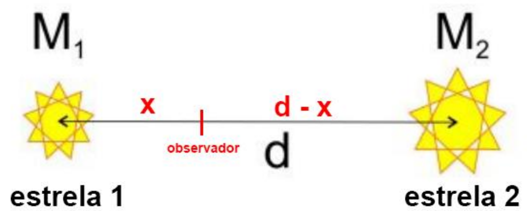
b) 3,9 pc

c) 4,4 pc

d) 5,6 pc

e) 4,9 pc

Resposta: a) 6,1 pc



Pela geometria do problema, aplicamos o módulo de distância para ambas as estrelas:

$$m_1 = M_1 + 5\log(x) - 5$$

$$m_2 = M_2 + 5\log(d - x) - 5$$

Para o observador, $m_1 = m_2$:

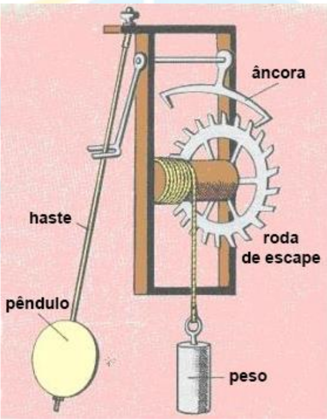
$$M_1 + 5\log(x) - 5 = M_2 + 5\log(d - x) - 5$$

Substituindo-se os valores:

$$4{,}0 + 5\log(x) - 5 = 5{,}0 + 5\log(10 - x) - 5$$
$$5 - 4 = 5\log(x) - 5\log(10 - x)$$
$$\frac{1}{5} = \log\left(\frac{x}{10 - x}\right) \rightarrow 10^{\frac{1}{5}} = \frac{x}{10 - x}$$
$$1{,}584(10 - x) = x \rightarrow 15{,}84 = x(1 + 1{,}584)$$
$$x = \frac{15{,}84}{2{,}584} \rightarrow x \cong 6{,}1\ pc$$

12) O que chamamos de **pêndulo** nada mais é do que um objeto maciço acoplado a uma **haste** bem mais leve do que ele. O movimento do conjunto é determinado pela força da gravidade e pelo comprimento da haste, que é responsável pelo tempo de oscilações completas do sistema. Denomina-se de "período do movimento" o tempo necessário para que o pêndulo realize uma oscilação completa em um determinado período de tempo.

Um **peso** fornece energia para que o relógio funcione por um preciso período de tempo. Quando ele sobe, armazena energia potencial gravitacional que, à medida em que ele desce, é convertida em energia cinética, responsável pelo funcionamento do relógio. Para controlar essa descida, existe o sistema de escape, composto pela **roda de escape** e pela **âncora**. Enquanto a âncora libera e trava o movimento da roda de escape, esta última faz com que o peso desça na marcha controlada pela âncora. O contato constante das duas produz o famoso e característico ruído de "tic tac" dos relógios de pêndulo. Na Terra, o intervalo entre um TIC e um TAC é tipicamente de **1 segundo**. A seguir vemos um esquema simplificado desta engenharia.



O período T, de um pêndulo pode ser calculado, com boa aproximação, através da seguinte equação, nas unidades do SI:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Onde l é o comprimento da haste do pêndulo e g, a aceleração da gravidade.

Considere que no futuro a humanidade já tem colônias em Marte. O Museu de História da Terra, em Marte, possui um relógio de pêndulo, trazido do nosso planeta, com um **mostrador de 12 horas** e que foi mantido com suas configurações originais. O curador do museu quer colocá-lo em funcionamento em uma exposição sobre tecnologias seculares.

GABARITO COMENTADO

Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Momentos antes da exposição ser aberta ao público, o relógio marciano foi sincronizado com um **relógio terrestre idêntico**, às 0h UT (Horário de Greenwich). Depois disso, o relógio marciano não foi mais mexido, a menos na hora de subir novamente o peso, o que não causava interrupção no seu funcionamento.

Baseado nas informações apresentadas no texto e em seus conhecimentos, assinale a opção que traz quantas horas terrestres irão se passar, aproximadamente, até que este relógio em Marte volte a marcar, novamente, **a mesma hora de Greenwich**.

Dica: para facilitar os cálculos, considere apenas o ponteiro das horas.

Dados: g_{Terra} = 9,807 m/s^2 e g_{Marte} = 3,711 m/s^2

a) 62,328 horas

b) 31,164 horas

c) 93,492 horas

d) 124,656 horas

e) 24,000 horas

Resposta: a) 62,328 horas

Como a aceleração da gravidade em Marte é menor do que a da Terra, o período do pêndulo (passo do relógio) será maior, uma vez que o comprimento da haste do pêndulo não foi mudado, e, logo depois da sua sincronização, ele começará a atrasar em relação à Hora de Greenwich.

Primeiro vamos calcular a razão entre os períodos de Marte e da Terra:

$$\frac{T_{Marte}}{T_{Terra}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{Marte}}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{Terra}}}} = \sqrt{\frac{g_{Terra}}{g_{Marte}}}$$

Substituindo-se os valores:

$$\frac{T_{Marte}}{T_{Terra}} = \sqrt{\frac{9{,}807}{3{,}711}} \rightarrow \frac{T_{Marte}}{T_{Terra}} \cong 1{,}626 \leftrightarrow T_{Marte} = 1{,}626\ T_{Terra}$$

Enquanto na Terra o ponteiro das horas dá uma volta completa de 360°, em Marte o ponteiro das horas dará uma volta incompleta de 360°/1,626 ≅ 221,402°.

Ou seja, a cada volta completa do ponteiro na Terra, em Marte o ponteiro "atrasa" 360° - 221,402° = 138,598°.

O ponteiro em Marte irá "atrasar" 360° depois de 360°/138,598° ≅ 2,597 voltas.

Como no relógio da Terra 1 volta corresponde a 12 horas, 2,597 voltas corresponderão a:

12 horas × 2,597 = 31,164 horas.

Conferindo:

Se em Marte, 1 volta completa do ponteiro corresponde à (12 × 1,626) horas, então em 31,164 horas teremos:

$$\frac{1\ volta}{(12 \times 1{,}626)\ horas} = \frac{x}{31{,}164\ horas} \rightarrow x \cong 1{,}597\ volta$$

Ou seja, 31,164 horas depois da sincronização, na Terra o ponteiro terá dado 2 voltas completas + 0,597 volta e em Marte o ponteiro terá dado 1 volta completa + 0,597 volta.

Acontece que queremos a mesma hora nos dois relógios e o relógio da Terra está adiantado em 12 horas, pois deu uma volta a mais. Na Terra será 12 horas × 0,597 = 7,164 h da manhã e em Marte o relógio marcará 7,164 h da noite.

Portanto teremos que esperar mais um ciclo para que ambos os relógios marquem a mesma hora, ou seja, 31,164 horas + 31,164 horas = **62,328 horas**.

Conferindo:

- Na Terra o ponteiro terá dado 2,597 voltas + 2,597 voltas = 5,194 voltas.
- Em Marte o ponteiro terá dado 1,597 volta + 1,597 volta = 3,194 voltas.

Ou seja, 62,328 horas depois da sincronização, na Terra o ponteiro terá dado 5 voltas completas (dois dias e meio) + **0,194 volta** e em Marte o ponteiro terá dado 3 voltas completas (um dia e meio) + **0,194 volta**.

Agora, sim, com 24 horas de diferença, mas será a mesma hora.

Tanto na Terra, quanto em Marte, os relógios estarão marcando 12 horas × 0,194 = 2,328 h da tarde.

13) Acredita-se que os planetas se formaram a partir da nebulosa solar primordial, a nuvem em forma de disco de gás e poeira que sobrou da formação do Sol. A teoria atualmente aceita pelo qual os planetas se formaram é a da **acreção**, no qual os planetas começaram como grãos de poeira em órbita ao redor da protoestrela central. Através do contato direto e da auto-organização, esses grãos formaram aglomerados de até 200 m de diâmetro, que por sua vez colidiram para formar corpos maiores (planetesimais) de ≈10 km de diâmetro. Estes aumentaram gradualmente através de novas colisões, crescendo à taxa de centímetros por ano ao longo dos milhões de anos seguintes.

Considere um protoplaneta crescendo por acréscimo de material da nebulosa solar primordial. Suponha que no início da sua formação, à medida que cresce, sua densidade permaneça aproximadamente constante. Para facilitar as contas, suponha que o protoplaneta cresça de forma esférica.

Por qual fator a gravidade superficial do protoplaneta mudará à medida que o seu raio duplicar?

a) 2 X

b) 1/2 X

c) 4 X

d) 1/4 X

e) 8 X

Resposta: a) 2 X

Primeiramente vamos escrever a equação da aceleração da gravidade ***g*** para um corpo de massa ***m*** e raio ***r***:

$$g = \frac{Gm}{r^2}$$

Onde, *G* = constante universal da gravitação

Agora vamos escrever a massa **m** em função da sua densidade ρ e do seu volume ***V***:

$$\rho = \frac{m}{V} \leftrightarrow m = \rho V$$

Reescrevendo g e substituindo V pelo volume de uma esfera:

$$g = \frac{G\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{r^2} \rightarrow g = \left(\frac{4}{3}G\rho\pi\right)r$$

Podemos substituir o termo entre parênteses por uma constante ***C*** e reescrever:

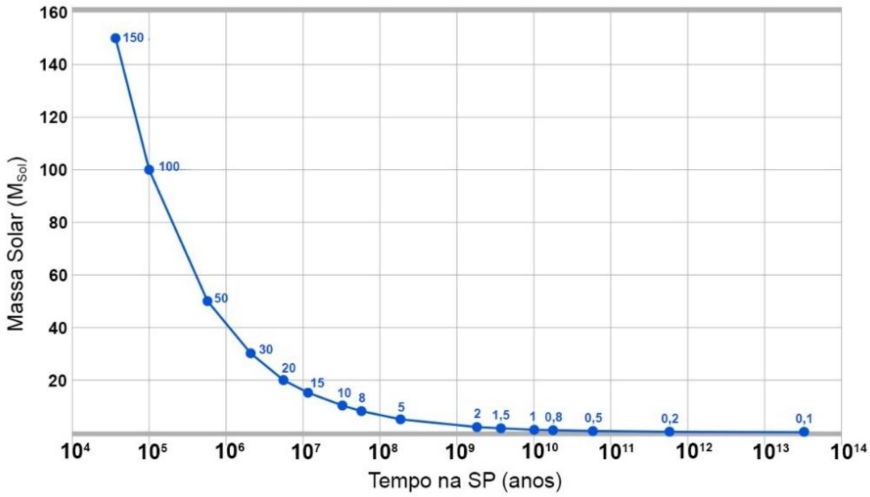
$$g = Cr$$

Vemos que no caso de um crescimento à densidade constante, a gravidade superficial de um protoplaneta é proporcional ao seu raio. Portanto, quando seu raio duplicar, sua gravidade superficial também duplicará.

14) Uma estrela passa quase toda a sua vida em equilíbrio hidrostático, onde a gravidade a puxa para seu centro enquanto a pressão térmica a empurra para fora. Este estado é conhecido como Sequência Principal, durante o qual inúmeros átomos de hidrogênio se fundem para formar átomos de hélio e liberam energia (radiação) no processo.

Podemos prever quanto tempo esta radiação constante irá durar com base na massa da estrela. Poderíamos pensar que estrelas mais massivas têm mais combustível para queimar e, como resultado, queimarão por mais tempo. Embora mais massa signifique mais combustível, também significa maior temperatura e pressão, o que significa uma maior taxa de fusão. Na verdade, estrelas massivas vivem uma vida muito mais curta do que as menos massivas - a vida útil é aproximadamente proporcional a $\mathbf{M^{-2,5}}$, onde M é a massa da estrela.

O gráfico a seguir traz tempo aproximado que uma estrela passa na Sequência Principal (SP) como uma função de sua razão de massa em relação ao Sol.



Baseado nas informações fornecidas no gráfico e em seus conhecimentos, avalie as afirmações a seguir e assinale a opção correta.

I – Uma estrela com o dobro da massa do Sol não chega a viver nem 1 bilhão de anos na SP.

II – Uma estrela com uma expectativa de vida na SP de 1/5 da expectativa do Sol tem 5 M_{Sol}.

III – Uma estrela com apenas 20% da massa do que o Sol tem uma expectativa de vida na SP de quase 1 trilhão de anos.

IV – Uma estrela 100 vezes mais massiva do que o Sol tem uma expectativa de vida na SP de cerca de 100.000 anos.

a) Somente as afirmações III e IV estão corretas.

b) Somente as afirmações I e II estão corretas.

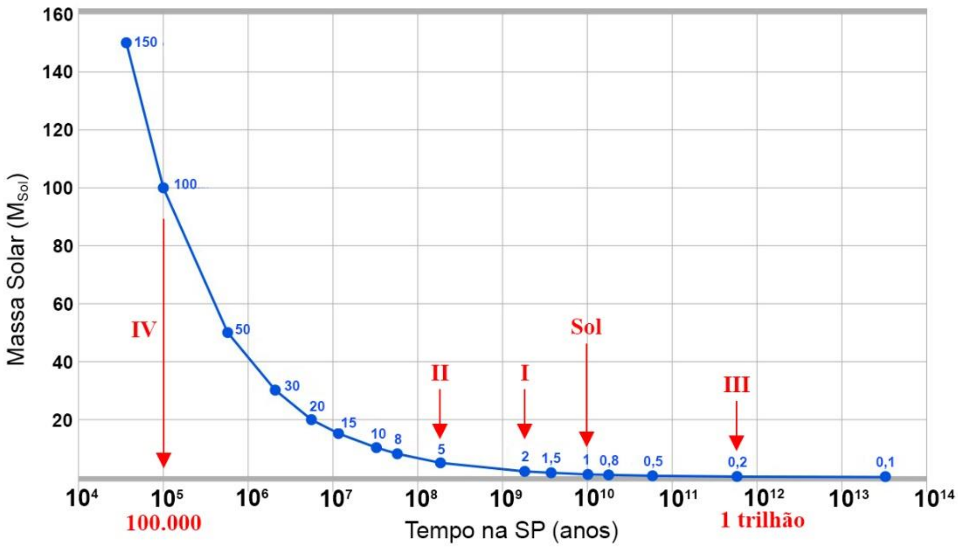
c) Somente a afirmação III está correta.

d) Somente a afirmação IV está correta.

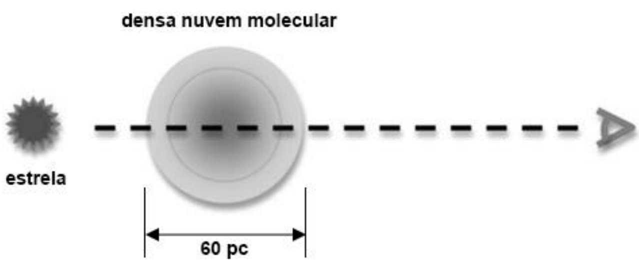
e) Somente a afirmação II está correta.

Resposta: a) Somente as afirmações III e IV estão corretas.

- A afirmação I está INCORRETA, pois vemos no gráfico que a expectativa de vida de uma estrela com 2,0 M_{Sol} está entre 1 bilhão e 10 bilhões de anos.
- A afirmação II está INCORRETA, pois vemos no gráfico que a expectativa de vida do sol é de 10 bilhões de anos e 1/5 disso seria 2 bilhões de anos. O gráfico mostra que uma estrela com 5 M_{Sol} tem uma expectativa de vida entre 100 milhões e 1 bilhão de anos
- A afirmação III está CORRETA, pois vemos no gráfico que a expectativa de vida de uma estrela com 0,2 M_{Sol} chega quase a 1.000.000.000.000 (1 trilhão) de anos.
- A afirmação IV está CORRETA, pois vemos no gráfico que a expectativa de vida de uma estrela com 100 M_{Sol} é de 100.000 anos.



15) Um feixe de luz que brilha através de uma densa nuvem molecular tem sua intensidade diminuída por um fator de 2 para cada 5 parsecs que ele percorre.



Em quantas magnitudes, aproximadamente, a luz de uma estrela de fundo varia se a espessura total da nuvem é de 60 parsecs?

Dado: $\log(2) \cong 0,3$

Dica: utilize a Equação de Pogson.

a) 9 mag

b) 12 mag

c) 4 mag

d) 6 mag

e) 11 mag

Resposta: a) 9 mag

Se a cada 5 pc o fluxo F_0 se reduz a metade, em 60 pc reduzirá:

$F_5 = F_0/2$

$F_{10} = F_5/2 = (F_0/2)/2 = F_0/2\times2 = F_0/2^2$

$F_{15} = F_{10}/2 = F_0/2\times2\times2 = F_0/2^3$

$F_{20} = F_{15}/2 = F_0/2\times2\times2\times2 = F_0/2^4$

$\vdots$

$F_{60} = F_0/2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = F_0/2^{12}$

Pela Equação de Pogson, temos:

$$m_{60} - m_0 = -2{,}5\log\left(\frac{F_{60}}{F_0}\right)$$

$$\Delta m = -2{,}5\log\left(\frac{F_0/2^{12}}{F_0}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{1}{2^{12}}\right)$$

$$\Delta m = -2{,}5(\log 1 - \log 2^{12})$$

$$\Delta m = -2{,}5(0 - 12\log 2) = -2{,}5(-12\times 0{,}3) = 9$$

16) A energia de uma supernova é frequentemente comparada com a produção total de energia do Sol durante toda a sua vida.

Usando a luminosidade atual do Sol, calcule a produção total de energia solar, assumindo uma vida na Sequência Principal de 10^{10} anos.

Através da fórmula de Einstein $E = mc^2$, assinale a opção que traz a quantidade de massa que tem que ser transformada para gerar toda esta energia, em termos de massas terrestres.

Dados:

Luminosidade do Sol $L_{Sol} = 3{,}86\times10^{26}$ W (J/s); Massa da Terra $M_{Terra} = 6{,}00\times10^{24}$ kg; 1 ano $\cong 3{,}15\times10^7$ s; velocidade da luz $c = 3{,}00\times10^5$ km/s

a) 225 M_{Terra}

b) 135 M_{Terra}

c) 386 M_{Terra}

d) 315 M_{Terra}

e) 300 M_{Terra}

Resposta: a) 225 M_{Terra}

Primeiro vamos calcular a energia liberada pelo Sol em t = 10^{10} anos:

$$E_{Sol} = L_{Sol} \times t$$

$$E_{Sol} = 3{,}86 \times 10^{26}\, Js \times \left(10^{10}\, anos \times 3{,}15 \times 10^{7}\, \frac{s}{ano}\right)$$

$$E_{Sol} \cong 1{,}22 \times 10^{44}\, J$$

Agora calculamos quanto de massa é necessária ser transformada em energia para gerar a energia total do Sol em 10^{10} anos:

$$E_{Sol} = mc^2 \leftrightarrow m = \frac{E_{Sol}}{c^2}$$

$$m = \frac{1{,}22 \times 10^{44}\, J}{(3{,}00 \times 10^{8}\, m)^2} \cong 1{,}35 \times 10^{27}\, kg$$

Em termos de massas da Terra, teremos:

$$n = \frac{1{,}35 \times 10^{27}\, kg}{6{,}00 \times 10^{2\,4}\, kg} = 225\, M_{Terra}$$

17) O momento angular de um corpo esférico é proporcional à **velocidade angular do corpo vezes o quadrado do seu raio**.

Usando a **Lei da Conservação do Momento Angular**, estime a rapidez com que um núcleo estelar colapsado giraria se a sua taxa de rotação inicial fosse de uma revolução por dia e o seu raio diminuísse de 10.000 km para 10 km.

a) 11,6 revolução/s

b) 46,4 revolução/s

c) 23,2 revolução/s

d) 5,8 revolução/s

e) 34,8 revolução/s

Resposta: a) 11,6 revolução/s

Pela lei da conservação do momento angular temos que o momento angular inicial L_i deve ser igual ao momento angular final L_f:

$$L_i = L_f \rightarrow \omega_i \times r_i^2 = \omega_f \times r_f^2$$

Onde ω é a velocidade angular.

Resolvendo para ω_f, teremos:

$$\omega_f = \omega_i \left(\frac{r_i}{r_f}\right)^2$$

Substituindo-se os valores, teremos:

$$\omega_f = \frac{1\, rev}{dia}\left(\frac{10.000\, km}{10\, km}\right)^2 = 1.000.000\, \frac{rev}{dia}$$

Lembrando que 1 dia = 24 h = 24 × 60 min = 24 × 60 × 60 s, então, em 1 segundo, teremos:

$$\frac{1.000.000\,rev}{dia \times 24\,\frac{h}{dia} \times 60\,\frac{min}{h} \times 60\,\frac{s}{min}} = \frac{1.000.000\,rev}{86.400\,s} \cong 11{,}6\ rev/s$$

18) Suponha que você está monitorando uma espaçonave se movendo em uma órbita circular de raio **r = 100.000 km** ao redor de um planeta distante e que você está localizado no plano da órbita da espaçonave.

A espaçonave transmite um sinal de rádio em comprimento de onda λ constante, mas você descobre que o sinal varia periodicamente entre λ_1 **= 2,99964 m** e λ_2 **= 3,00036 m**.

Assumindo que o rádio da espaçonave esteja transmitindo normalmente, assinale a opção que traz a massa aproximada deste planeta, em relação à massa de Júpiter.

Dica: calcule a velocidade orbital através do Efeito Doppler.

Dado: Constante da Gravitação G = $6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m²/kg²; velocidade da luz c = $3{,}00 \times 10^{5}$ km/s; massa de júpiter $M_{Jup} = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg

a) 2% mais massivo.

b) 2% menos massivo.

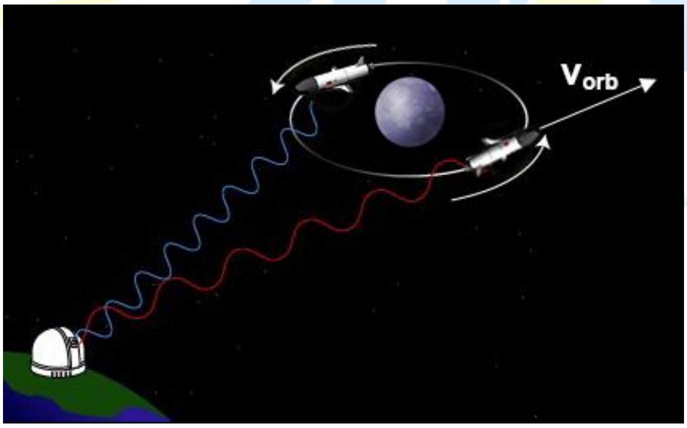
c) 4% mais massivo.

d) 4% menos massivo.

e) Mesma massa de Júpiter.

Resposta: a) 2% mais massivo

A geometria do problema é mostrada na figura a seguir, fora de escala.



A espaçonave emite um sinal de rádio cujo comprimento de onda verdadeiro vale:

$$\lambda_v = (2{,}99964\ \text{m} + 3{,}00036\ \text{m})/2 = 3{,}00000\ \text{m}$$

Equacionando o Efeito Doppler:

$$\frac{\lambda_{aparente}}{\lambda_{verdadeiro}} = 1 + \frac{velocidade_{recessão}}{velovidade_{onda}}$$

A velocidade de recessão está associada ao maior comprimento de onda medido:

$$velocidade_{recessão} = velovidade_{onda}\left(\frac{\lambda_{aparente}}{\lambda_{verdadeiro}} - 1\right)$$

Substituindo-se os valores:

$$velocidade_{recessão} = 3{,}00 \times 10^8 \ \frac{m}{s}\left(\frac{3{,}00036 \ m}{3{,}00000 \ m} - 1\right) = 3{,}60 \times 10^4 \ \frac{m}{s}$$

Da fórmula da velocidade orbital, temos:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow M = \frac{v_{orb}^2 \times r}{G}$$

Substituindo-se os valores:

$$M = \frac{\left(3{,}60 \times 10^4 \ \frac{m}{s}\right)^2 \times (10^8 \ m)}{6{,}67 \times 10^{-11} \ N.m^2/kg^2}$$

$$M \cong 1{,}94 \times 10^{27} \ kg$$

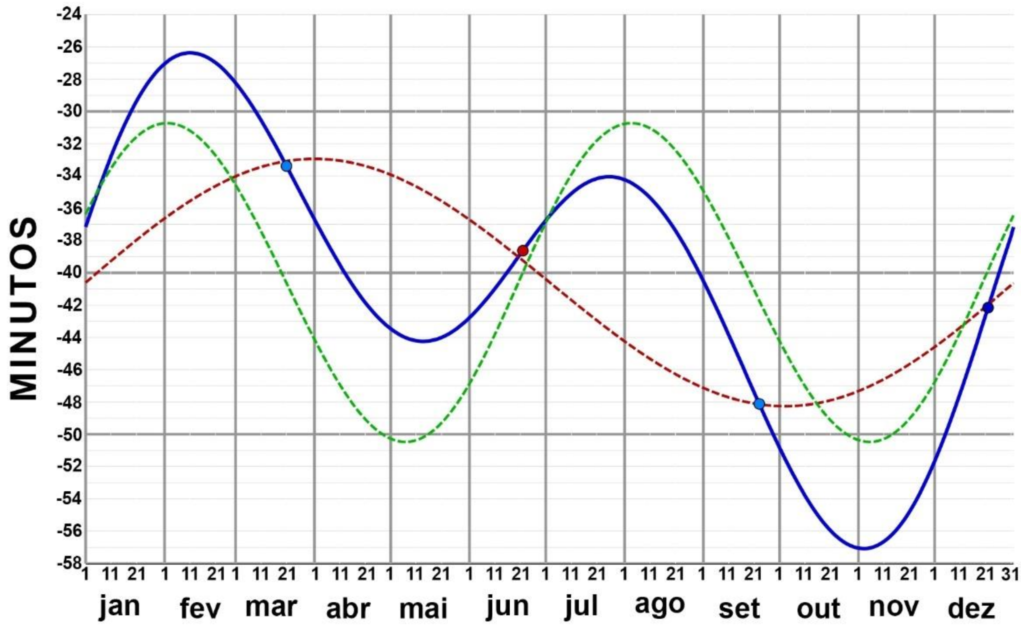
Em relação à massa de Júpiter:

$$\frac{M}{M_{Jup}} = \frac{1{,}94 \times 10^{27} \ kg}{1{,}90 \times 10^{27} \ kg} \cong 1{,}02$$

O planeta é 2% mais massivo do que Júpiter.

19) A **Equação do Tempo** é a diferença, ao longo de um ano, entre o tempo lido a partir de um relógio de Sol e o tempo civil (Hora Oficial), ou seja, a diferença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar médio.

O gráfico a seguir traz a Equação do Tempo para a cidade de **Olinda/PE (08° 00’ S, 35° 00’ O)** para o ano de 2023. O eixo das ordenadas traz os minutos que devem ser subtraídos da hora lida em um relógio de Sol, sem correção de longitude, para obtermos a hora civil. Os círculos indicam os Solstícios e os Equinócios.



A equação do tempo, representada pela curva contínua azul na figura, é o somatório das diferenças entre a hora solar verdadeira e a hora civil resultantes da combinação de dois efeitos:

- **O efeito da obliquidade do eixo da Terra** (linha tracejada verde), uma senoide com período semestral e amplitude máxima aproximada de 9,7 minutos. Este efeito é dominante, impondo o andamento e forma geral da equação do tempo.
- **O efeito da elipticidade da órbita terrestre** (linha tracejada vermelha), uma senoide com período pouco mais longo do que o ano e uma amplitude máxima aproximada de 7,6 minutos.

Baseado nas informações fornecidas e em seus conhecimentos, avalie as afirmações a seguir e assinale a opção correta.

I – A Equação do Tempo para Olinda/PE é nula (correção zero) quatro vezes ao ano.

II – Um relógio de Sol, em Olinda/PE, com correção de longitude, marca o tempo civil corretamente no dia do Solstício de Inverno.

III – No início da Primavera, o Sol cruzará o meridiano local às 11h12.

IV – Em 1° de novembro o meio-dia solar verdadeiro será às 11h03.

a) Somente as afirmações III e IV estão corretas.

b) Somente as afirmações II e III estão corretas.

c) Somente a afirmação I não está correta.

d) Somente a afirmação IV está correta.

e) Todas as afirmações estão corretas.

Resposta: a) Somente as afirmações III e IV estão corretas.

Comentários:

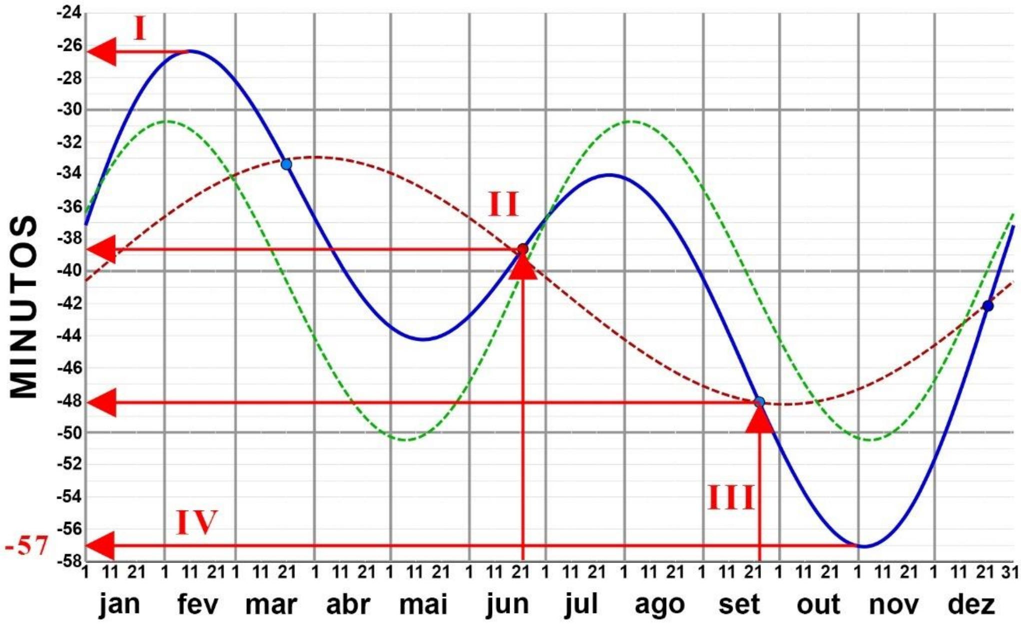
- A afirmação I está INCORRETA, pois vemos no gráfico que a correção mínima é de 26 min, em meados de fevereiro. Portanto a Equação do Tempo nunca será nula (= 0) em Olinda/PE.
- A afirmação II está INCORRETA. A longitude dada de Olinda é de 35° O e o centro do fuso da Hora Oficial Brasileira (Hora de Brasília) tem longitude de 45° O. Portanto, Olinda está 10° a leste do fuso central. O que significa que sua hora solar verdadeira está adiantada em relação à hora civil.

Se a cada 15° a leste temos uma diferença de -60 min, para 10° teremos:

$$\frac{-60\ h}{15°} = \frac{x\ h}{(45° - 35°)} \rightarrow x = -60\ min \times \frac{10°}{15°} = -40\ min$$

Pelo gráfico vemos que no dia do Solstício de Inverno a correção está entre – 39 min e – 38 min. Portanto, uma correção da hora solar verdadeira para a hora civil ainda precisa ser aplicada.

- A afirmação III está CORRETA, pois vemos no gráfico que no início da Primavera (Equinócio de setembro) a correção pela Equação do Tempo é de -48 min. Portanto o Sol cruzará o meridiano central (meio-dia solar verdadeiro) às 12h – 48 min = 11h12.
- A afirmação IV está CORRETA, pois vemos no gráfico que no dia 1° de novembro a correção pela Equação do Tempo é de -57 min. Portanto o Sol cruzará o meridiano central (meio-dia solar verdadeiro) às 12h – 57 min = 11h03.



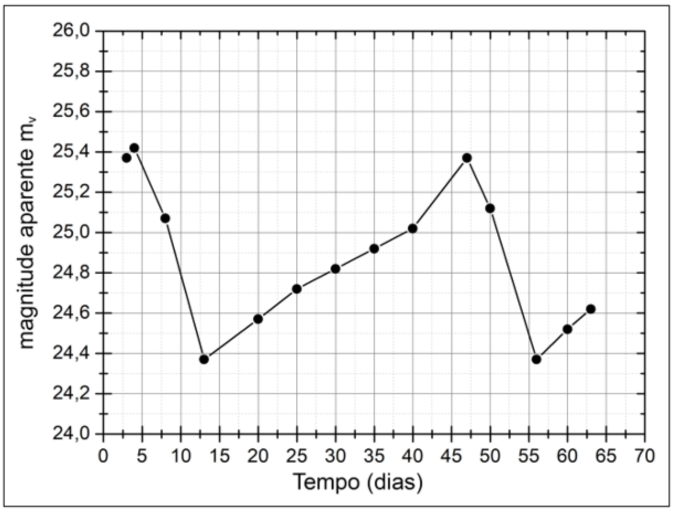
20) Uma estrela Cefeida é uma estrela gigante ou supergigante amarela, de 4 a 15 vezes mais massiva e de 100 a 30 000 vezes mais luminosa que o Sol. A luminosidade desse tipo de estrela varia de 0,1 a 2 magnitudes em um período bem definido, compreendido entre 1 e 100 dias.

A relação empírica entre o período de uma Cefeida, P (em dias), e sua magnitude absoluta M_v é dada por:

$$M_v = -2{,}76\log(P) - 1{,}4$$

A tabela e o gráfico a seguir trazem as magnitudes aparentes (**m_v**) observadas de uma Cefeida em função do tempo.

Tempo (dias)	m_v
3	25,37
4	25,42
8	25,07
13	24,37
20	24,57
25	24,72
30	24,82
35	24,92
40	25,02
47	25,37
50	25,12
56	24,37
60	24,52
63	24,62



Através das informações fornecidas pelo texto, tabela e gráfico, assinale a opção que traz, respectivamente, a magnitude aparente média **<m_v>** e magnitude absoluta **M_v** aproximada desta Cefeida.

a) 24,9 e -5,9

b) 25,4 e -0,6

c) 24,4 e -4,0

d) 24,9 e -11,7

e) 24,4 e -5,9

Resposta: a) 24,9 e -5,9

A partir da curva de luz a magnitude aparente média é determinada tomando-se a média aritmética entre os valores máximo e mínimo:

- [25,42 (1º máximo) + 24,37 (1º mínimo)] / 2 → $\langle m_v \rangle \cong 24{,}9$
- [25,37 (2º máximo) + 24,37 (2º mínimo)] / 2 → $\langle m_v \rangle \cong 24{,}9$

A partir da curva de luz o período é determinado medindo o tempo entre dois máximos ou dois mínimos:

- dia 47 (2º máximo) - dia 4 (1º máximo) → P = 47 – 4 = 43 dias
- dia 56 (2º mínimo) - dia 13 (1º mínimo) → P = 56 – 13 = 43 dias

Aplicando a fórmula da relação empírica entre P e M_v, temos:

$$M_v = -2{,}76\log(43) - 1{,}4$$

$$M_v = -2{,}76 \times 1{,}63 - 1{,}4 \rightarrow M_v \cong -5{,}9$$