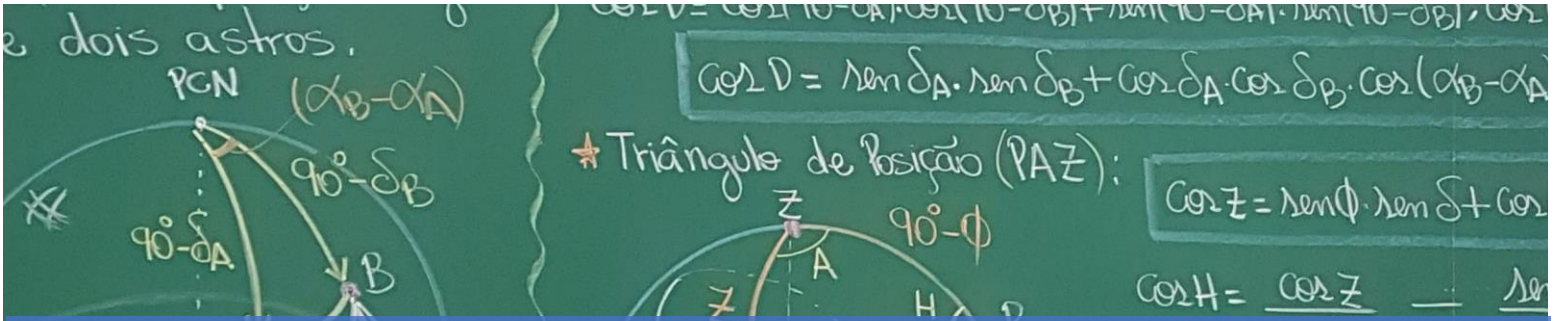


Exercícios de Astronomia e Astrofísica para olimpíadas culturais

Thiago Paulin Caraviello

Introdução

Exercícios de Astronomia e Astrofísica para olimpíadas culturais é uma compilação de 52 questões, acompanhado das suas soluções, que tem por objetivo complementar os estudos dos alunos do ensino médio envolvidos em atividades olímpicas culturais de Astronomia. É uma ferramenta espetacular para aqueles que já tiveram contato com o assunto.

Os exercícios foram selecionados a partir dos temas mais frequentes presentes nas seletivas das equipes de estudantes que participaram da Olimpíada Latino-americana de Astronomia e Astronáutica (OLAA) e da *International Olympiad in Astronomy and Astrophysics* (IOAA), assim como exercícios destas competições.

Cada exercício vem acompanhada de uma letra que indica o nível de dificuldade segundo o autor. **[A]** indica menor dificuldade, **[B]** dificuldade moderada e **[C]** maior nível de dificuldade.

Autor

Professor de Física e Astronomia para alunos do ensino médio desde 2003, formado pela Universidade de São Paulo, possui grande experiência em competições olímpicas culturais de Astronomia. Esteve presente em 4 edições da Olimpíada Latino-americana de Astronomia e Astronáutica: IV OLAA -Colômbia, V OLAA - Bolívia, VII OLAA - Brasil e VIII OLAA - Argentina; e em 3 edições da *International Olympiad in Astronomy and Astrophysics* : 7th IOAA - Grécia, 8th IOAA - Romênia e 10th IOAA - Índia. Atual membro da comissão organizadora da OBA.



Índice

Astronomia.....02

Astrofísica.....05

Soluções: Astronomia.....12

Soluções: Astrofísica.....23

Gabaritos: Astronomia e Astrofísica..... 38

Tabelas e Constantes..... 39

Astronomia

1) [A] *(seletiva)* Sabendo que o Sol nascerá, no dia 20/mar/2014, às 6 h 10 min 12 s na cidade de São Paulo (23,5° S ; 46,6° W), neste mesmo dia, o Sol nascerá aproximadamente a que horas na cidade de Bertioga (23,9° S ; 46,1° W)?

a) 6 h 08 min b) 6 h 09 min c) 6 h 10 min d) 6 h 11 min e) 6 h 12 min

2) [A] *(seletiva)* Em Sydney, Austrália (33,5° S; 151,2° E), a que horas, aproximadamente, o Sol nascerá no dia 20/mar/2014? Se necessário, adote valores do teste anterior.

a) 5 h 57 min b) 5 h 59 min c) 6 h 01 min d) 6 h 03 min e) 6 h 05min

3) [C] *(1st IOAA)* Para um observador numa latitude 42,5° N e longitude 71° W, estime a hora do nascer do Sol no dia 21 de dezembro se o horário civil do observador é -5 GMT. Ignore a refração da atmosfera e o tamanho do disco solar.

4) [A] *(seletiva)* Um observador vê a estrela Sirius (δ_{Sirius} = -16° 43' 24,6") passar pelo meridiano astronômico local a uma distância zenital z = 39° 05' 34,4'' e azimute A = 180° contado a partir do ponto cardeal Norte para Leste. Determine a latitude na qual se encontra o observador.

5) [A] Em Tbilisi, capital de Geórgia, observa-se a culminação inferior da estrela β Ursa Majoris (δ = +74° 31') a uma distância zenital de 63° 46'. Determine a latitude de Tbilisi.

6) [A] Em Kiev (φ = +50° 27') se observa a culminação superior de um cometa às 15 h 15 min 10 s de tempo sideral. Neste instante, o círculo vertical de um teodolito indica a distância zenital do cometa sendo 3° 52' ao sul do zênite. Determine as coordenadas equatoriais, isto é, declinação e a ascensão reta, do cometa.

7) [A] Uma estrela descreve, acima do horizonte, um arco de 180° desde o instante do nascer até seu o ocaso. Durante a culminação superior, dista 55° ao norte do zênite.
a) Qual a declinação desta estrela?
b) Qual o ângulo que o plano do equador celeste está inclinado em relação ao horizonte?

8) [A] Determine as coordenadas equatoriais de duas estrelas A e B que às 7 h 35 min de tempo sideral que culminam em Moscou (φ = +55° 45') a uma distância zenital z = 40°, respectivamente, ao sul e ao norte do zênite.

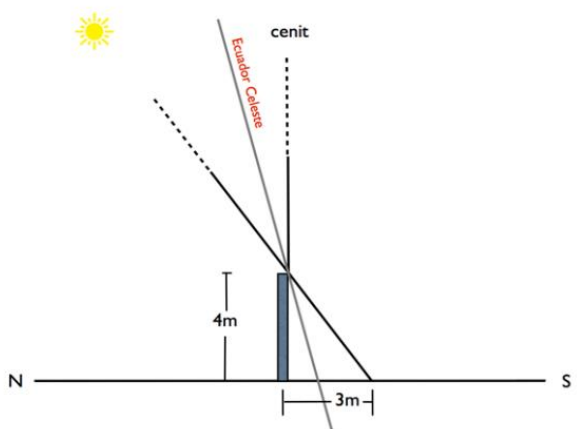
9) [A] A altura do bordo inferior do Sol, no instante que este cruza o meridiano local, foi medido por meio de um sextante que estava em um bote em alto mar sendo 84° 21' ao sul do zênite. Neste dia, a declinação do centro do Sol era δ = +18° 39'. Determine a latitude do local de observação tendo em conta que o diâmetro angular médio do Sol vale 32'.

10) [B] Para uma estrela circumpolar obteve-se, na culminação superior, 10° 20' 30'' ao norte do zênite, e na culminação inferior, 30° 20' 10'' ao sul do zênite. Determine a latitude local e a declinação da estrela.

11) [A] *(II OLAA)* Um observador em Bogotá, cuja longitude é λ = 74° 05' oeste, mede o ângulo horário de uma estrela e obtém o valor H = 45° 30'. Neste instante, o tempo sideral de Greenwich era TSG = 12 h 30 min. Qual é a ascensão reta desta estrela?

12) [A] *(IV OLAA)* Um observador no dia de solstício de junho conhece a altura de um poste e mede sua sombra durante a passagem do centro do disco solar pelo meridiano do lugar. Determine:

a) O azimute (A) do Sol nesse instante. Considere como origem da coordenada esférica o ponto cardeal norte, e o sentido positivo na direção do leste.
b) A declinação (δ) do Sol.
c) O ângulo horario (H).
d) A altura (h) do Sol.
e) A ascensão reta (α).



f) O tempo sideral local (TSL) para este instante.
g) A latitude geográfica (ϕ) deste observador.

13) [B] *(VII OLAA)* Entre as estrelas da tabela a seguir (equinócio 2000), escreva qual é, ou quais são:
a) As que pertencem ao hemisfério sul celeste.
b) As que nunca podem ser vistas em Santiago (ϕ = 33° S).
c) As que são circumpolares visíveis em Montevideo (ϕ = 35° S);
d) A que faz sua passagem meridiana mais próxima do zênite na Cidade do México (ϕ = 19° N);
e) A que faz sua passagem meridiana em 21 de março no horário mais próximo das 2 h 30 min (hora local) no Rio de Janeiro (ϕ = 23° S; λ = 43° W).

Estrela	Ascensão Reta (AR)	Declinação(δ)
Peacock (α-Pav)	20h 25min 39s	- 56° 44´ 07,4´´
Alderamin(α-Cep)	21h18min34,9s	+ 62° 35´ 06,4´´
Algeiba (γ-Leo)	10h 19min 58,7s	+ 19° 50´ 25,9´´
Rigel (β-Ori)	5h 14min 32,3s	- 08° 12´ 05,9´´
Polaris (α-UMi)	2h 31min 50,2s	+ 89° 15´ 51,3´´
Regulus (α-Leo)	10h 08min 22s	+ 11° 58´ 02,8´´
Arcturus (α-Boo)	14h15min38,6s	+ 19° 10´ 22,1´´
Pollux (β-Gem)	7h 45min 18,2s	+ 28° 01´ 31,7´´
Achernar (α-Eri)	1h 37min 43s	- 57° 14´ 13,3´´

14) [C] *(3rd IOAA)* Devido à precessão do eixo da Terra, a região do céu visível num local com coordenadas geográficas fixas muda com o tempo. Responda: É possível que, em alguma época, Sirius não nasça para um observador na Cracóvia (φ=50,1° N), ao mesmo tempo em

que Canopus nasça e se ponha? Considere que o eixo da Terra percorre um cone de 47° de abertura. As coordenadas equatoriais atuais (ascensão reta e declinação) dessas estrelas são:
Sirius (α CMa) : 6h45min ; −16° 43'
Canopus (α Car) : 6h24min ; −52° 42'



15) [B] (*6th IOAA)* No Observatório Nacional do Brasil, localizado na cidade do Rio de Janeiro (22° 54' S ; 43° 12' W), existe um relógio de Sol preso a porta da cúpula que leva ao telescópio. Este relógio é constituído por uma única haste de 32 cm, inclinada para o norte e paralelo ao eixo de rotação da Terra. Considerando que a porta está contida no plano leste - zênite - oeste, determine:
a) Para quais declinações do Sol o relógio não irá funcionar, no mínimo, uma fração do dia?
b) Para quais declinações do Sol o relógio não irá funcionar em nenhum momento do dia?

16) [A] *(seletiva)* Em relação à Terra e ao Sol, o período sinódico de Vênus é de aproximadamente 584 dias e o de Júpiter 399 dias. De quanto em quanto tempo Júpiter é visto em oposição ao Sol a partir de Vênus? Ou seja, qual o período sinódico, aproximadamente, de Júpiter tendo Vênus e o Sol como referências?

a) 224 dias b) 237 dias c) 365 dias d) 1260 dias e) 4037 dias

17) [A] *(3rd IOAA)* Suponha que você viva na época de Copérnico não conhecendo as Leis de Kepler. Após aceitar a ideia revolucionária de que todos os planetas orbitam o Sol, você mede o período orbital de Marte como 687 dias. A seguir, você observa que, 106 dias após a oposição de Marte, o planeta aparece em quadratura. Calcule a distância Marte-Sol, em unidades astronômicas.

18) [A] Um satélite gira em torno da Terra em órbita circular ao longo do equador celeste posicionado na mesma longitude de Porto Alegre (ϕ = 30º S). Um observador em Porto Alegre mede a altura do satélite sendo h = 45º quando este cruza o meridiano local. Determine, neste instante, a distância entre o satélite e o observador.

19) [B] *(5th IOAA)* Assumindo que Phobos move-se em torno de Marte em uma órbita perfeitamente circular e sobre o plano equatorial deste planeta, determine o tempo que Phobos ficará acima do horizonte para um observador (marciano) situado sobre a linha do equador.
Adote: Período orbital de Marte = 24,63 h; raio de Marte = 3393 km; altitude de Phobos = 5987 km ; massa de Marte = $6{,}39.10^{23}$ kg.

20) [B] *(3rd IOAA)* Um estudante tenta medir o campo de visão da ocular de seu telescópio usando a rotação da Terra. Para tal, o observador aponta o telescópio para Vega (α-Lyr: AR = 18,5 h ; δ = +39°), desliga o motor de acompanhamento e mede o tempo que Vega leva para cruzar o diâmetro do campo de visão obtendo o valor t = 5,3 min. Qual o campo de visão deste telescópio em minutos de arco?

21) [C] *(3rd IOAA)* A Montanha Damavand está localizada na região norte do Irã, costa sul do Mar Cáspio. Considere um observador sentado no topo desta montanha (latitude = 35° 57' N; longitude = 52° 6' E; altitude = $5{,}6.10^3$ m a partir do nível do mar) e contemplando o céu por acima do Mar Cáspio. Qual é a declinação mínima de uma estrela para ser vista marginalmente circumpolar para esse observador? O raio geodésico da Terra, nesta latitude, é de 6370,8 km. O nível da superfície do Mar Cáspio é aproximadamente igual ao nível médio do mar

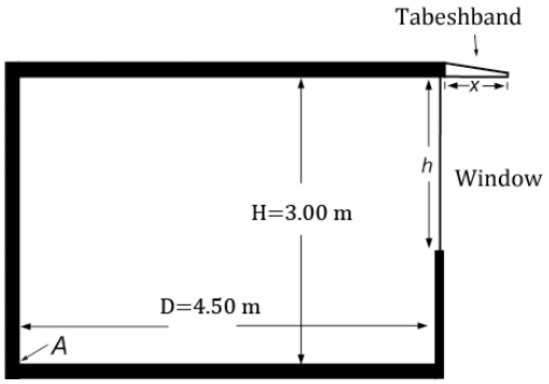
22) [B] *(V OLAA)* A Lua é vista no horizonte como mostra a figura a seguir. Analisando a imagem, identifique e justifique astronomicamente em que fase a Lua está. Estime a hora neste instante e também se o horizonte mostrado é o ocidental ou oriental.



Figura da questão 22

23) [C] *(2nd IOAA)* Uma Lua Cheia aconteceu em 19 de Junho de 2008 às 00 h 30 min Tempo Oeste Indonésio (hora local civil para a parte oeste da Indonésia, com meridiano de 105º E). Calcule os valores máximos e mínimos possíveis da duração da Lua acima do horizonte dos observadores no observatório em Bosscha (longitude: 107º 35' 00" E, latitude: 6º 49' 00" S, elevação: 1300 m). Zona de tempo = UT +7h 30 min. Inclinação da órbita luar em relação ao plano da eclíptica = 5,14º.

24) [C] *(3rd IOAA)* Na arquitetura Persa típica, existe uma estrutura chamada "Tabeshband" (marquise), no topo das janelas voltadas para o Sul, que controla a incidência de luz solar no verão e no inverno. No verão, quando o Sol está alto, a Tabeshband impede a luz do Sol de entrar nos aposentos, mantendo o interior mais frio. Na arquitetura moderna, é sabido que a Tabeshband economiza cerca de 20% do custo de energia. A Figura 1 mostra uma seção vertical de uma casa, à latitude de 36° N, com a janela e o Tabeshband.



Usando os parâmetros desenhados na figura, calcule a largura máxima da Tabeshband, x, e a altura máxima da janela, h, de forma que:
i. Nenhuma luz solar direta atinja o quarto ao meio-dia do solstício de verão.
ii. A luz do Sol atinja o fim do quarto (indicado pelo ponto A na figura) ao meio-dia do solstício de inverno.

25) [B] *(10th IOAA)* Um observador no hemisfério norte reparou que o comprimento da menor sombra de uma vareta vertical de 1,000 m em determinado dia foi de 1,732 m. No mesmo dia, o comprimento da maior sombra foi de 5,671 m. Encontre a latitude φ do observador e a declinação do Sol δ nesse dia. Considere o Sol como uma fonte puntiforme e ignore a refração atmosférica.

26) [C] (6th *IOAA)* Um observador em Salonika (φ = 40,65° N), Grécia, contempla o céu estrelado. De repente, ele percebe que uma estrela (α = 5h 55 min ; δ = 7,41° e m = 0,45), durante sua passagem pelo meridiano local, misteriosamente se desprende da esfera celeste e continua o seu movimento com velocidade tangencial constante por toda eternidade! Considere a Terra em repouso e a esfera celeste em rotação.
a) Determine as coordenadas alto-azimutais finais desta estrela.
b) Determine quanto tempo levará para a estrela atingir magnitude aparente 6.

Astrofísica

1) [A] *(V OLAA)* Um satélite de 300 kg de massa se encontra em uma órbita circular ao redor da Terra a uma altura de 500 km da superfície. Ele realiza uma manobra de tal maneira que passa para uma nova órbita circular cujo raio é o triplo da anterior. Neste contexto, responda:
a) Qual é a variação de energia mecânica do satélite?
b) Qual é a relação entre os períodos das órbitas?
c) Deduza a expressão geral para a velocidade de escape do satélite a uma distância r, medida desde o centro da Terra para este problema em particular. Qual a razão entre as velocidades de escape de ambas as órbitas?

2) [A] *(seletiva)* No dia 18 de fevereiro de 2014 um asteroide com 270 m de largura passou próximo da Terra. Mesmo sendo considerada potencialmente perigosa, a rocha espacial, conhecida como 2000 EM26, não representou ameaça. A distância mais próxima da Terra a que ela chegou foi de 3,4 milhões de km, o equivalente a 8,8 vezes a distância entre nosso planeta e a Lua. Sua velocidade foi estimada em 47 mil km/h. Sabendo destas informações, determine:
a) o tipo de órbita do asteroide (elíptica, parabólica ou hiperbólica), supondo a interação apenas com o Sol, e considerando que no momento de maior aproximação à Terra, ocorreu um alinhamento Sol-Asteroide-Terra.
b) o tipo de órbita do asteroide (elíptica, parabólica ou hiperbólica), supondo a interação apenas com a Terra.

3) [B] *(2nd IOAA)* Encontre a relação para a velocidade de escape de um objeto lançado a partir do centro de uma nuvem proto-estelar. Esta nuvem de gás de massa M e raio R possui densidade uniforme. Ignore as colisões entre as partículas da nuvem e o objeto. Considere o fato de que se o objeto fosse abandonado da extremidade limite da nuvem, chegaria ao seu centro com velocidade igual a $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

4) [A] Prove que, em uma órbita elíptica kepleriana, o semi-eixo maior a é dado por:

$$a = P.\frac{\sqrt{v_M.v_m}}{2\pi}$$

Onde: P é o período orbital, v_M e v_m são, respectivamente, a velocidade máxima e mínima nesta órbita.

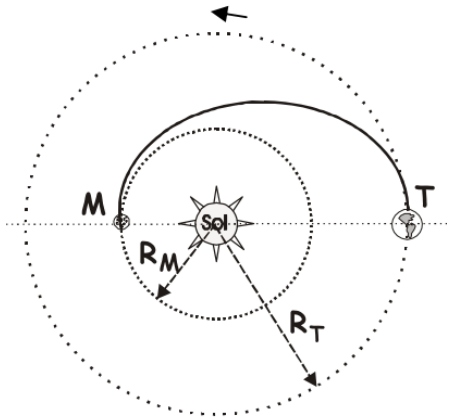
5) [B] *(seletiva)* Uma situação inesperada ocorre quando um astronauta se desgarra de um satélite artificial da Terra pelo rompimento do "cordão umbilical" que o liga ao satélite durante sua missão externa. Uma pane momentânea nos sistemas eletrônicos do satélite complica a situação e impede qualquer ação imediata da tripulação para salvamento do astronauta. Nesse instante o astronauta aciona seu equipamento de propulsão, que ainda tem combustível para impulsioná-lo rapidamente a uma velocidade de 10 m/s, em direção radial ao satélite. Queremos saber se o astronauta conseguirá alcançar o satélite para tentar fazer uma ancoragem provisória nessas condições. Seguem alguns dados relativos ao problema:

- Raio da Terra: 6.380 km;
- Altura do satélite em relação à Terra: 400 km;
- Período da órbita do satélite: 92 min 24 s;
- A altura do astronauta em relação à Terra (sua órbita) no momento da ruptura do cabo corresponde a um aumento em seu período orbital de 0,12 s em relação ao período anterior, o do satélite em que estava.

Obs: O satélite é um cilindro de 12 m de comprimento e 2,5 m de diâmetro e tem seu eixo contido na trajetória. No momento proposto no problema o astronauta se encontra na vertical que passa pelo ponto médio do corpo do satélite, portanto, você deverá levar em conta a composição diferencial de sua velocidade orbital em relação à do satélite para verificar um possível encontro.

Desenvolva o que se pede:
a) Use a 3ª Lei de Kepler para encontrar a relação entre a mudança de período (ΔP) causada por uma mudança radial de distância (Δa) de um corpo (satélite artificial) que orbita outro (Terra), considerando ΔP e Δa numericamente muito pequenos comparados com P e a. Use isso para encontrar o afastamento do astronauta em relação ao satélite, depois do rompimento do cabo.
b) Calcule as velocidades tangenciais do satélite e do astronauta (utilize três casas decimais).
c) Verifique de quanto será o desvio, em relação ao meio do satélite, quando o astronauta conseguir alcançar a órbita do satélite, e se, nesse caso, ele poderia se ancorar nele.

6) [A] *(II OLAA)* Considere que os planetas Mercúrio e Terra orbitam no sentido anti-horário e em um mesmo plano ao redor do Sol com raios orbitais R_M e R_T, respectivamente. Da Terra, deseja-se lançar uma nave de tal forma que, movendo-se através de uma órbita elíptica, apenas por atração gravitacional, a nave atinja o planeta Mercúrio. Em função dos raios orbitais, da massa solar e da constante gravitacional, determine:
a) A velocidade de lançamento da Terra que se deve impulsionar a nave.
b) O tempo, em dias terrestres, que a nave leva para ir da Terra a Mercúrio seguindo esta órbita. Adote: R_M = 0,4 UA e R_T = 1 UA.

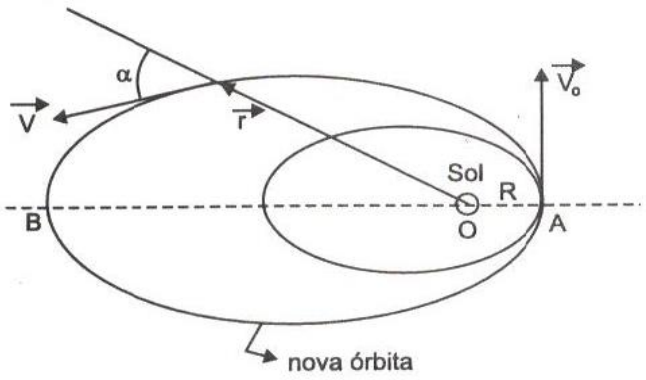


7) [B] *(seletiva)* Uma sonda lançada para Marte tem periélio e afélio sobre as órbitas da Terra e Marte respectivamente. Esse tipo de órbita é denominada ÓRBITA DE MÍNIMA ENERGIA, ou ÓRBITA DE TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN, nome dado em homenagem ao engenheiro alemão Walter Hohmann (1880-1945), que propôs a manobra em 1925. A sonda parte da órbita terrestre e alcança Marte quando chega a seu afélio. Durante o percurso é afetada apenas pela força gravitacional do Sol. As órbitas da Terra e Marte são consideradas coplanares. Considere que a equação da velocidade orbital para uma órbita elíptica é dada por :

$$v_S^2 = \mu.\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \qquad \text{Onde } \mu = G.M$$

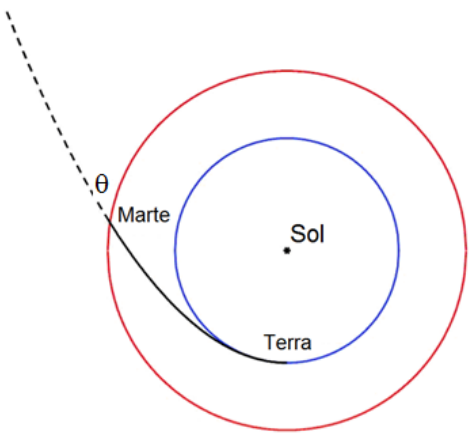
a) Determine o semieixo maior e a excentricidade da órbita de transferência, sabendo que os raios das órbitas da Terra e de Marte, supostas circulares, são, respectivamente, R_T = 1 UA e R_M = 1,5 UA.
b) Calcule a diferença de velocidade necessária para que a sonda percorra a trajetória desejada a partir de uma órbita circular de raio igual ao raio da órbita da Terra.
c) Calcule o tempo de viagem entre a Terra e Marte.
d) Calcule a diferença entre as longitudes eclípticas de Marte e Terra no instante do disparo dos foguetes para a injeção da sonda na órbita de transferência.

8) [B] Suponha um cenário de ficção científica em que a Terra é atingida por um imenso meteoro. Em consequência do impacto, somente o módulo da velocidade da Terra é alterado, sendo v_0 seu valor imediatamente após o impacto, como mostra a figura abaixo.



O meteoro colide com a Terra exatamente na posição onde a distância entre a Terra e o Sol é mínima. Considere a atração gravitacional exercida pelo Sol, tido como referencial inercial, como única força de interação que atua sobre a Terra após a colisão, M a massa do Sol e G a constante da gravitação universal. Considere que o momento angular da Terra, de massa m**,** é conservado. Determine a distância (OB), do apogeu ao centro do Sol, da trajetória que a Terra passa a percorrer após o choque com o meteoro.

9) [C] *(4th IOAA)* Uma nave espacial é lançada da Terra e rapidamente é acelerada para sua máxima velocidade, de tal forma que sua órbita é uma parábola com o Sol no foco e tangenciando a órbita terrestre. Considere que as órbitas da Terra e de Marte são círculos no mesmo plano, com raios iguais a R_T = 1,0 UA e R_M = 1,5 UA, respectivamente. Durante a viagem somente a gravidade do Sol deve ser considerada. A figura abaixo mostra a trajetória da nave espacial, fora de escala, vista do polo norte eclíptico. O círculo interno é a órbita da Terra e o círculo externo é a órbita de Marte. Determine o ângulo θ entre a órbita da nave espacial e da órbita de Marte, como visto na figura, quando a nave cruza a órbita de Marte. Não considere o efeito gravitacional de Marte.



10) [C] *(2nd IOAA)* Considere um objeto orbitando a Terra apenas sob influência da sua força gravitacional. Sendo u o inverso da distância entre o objeto e o centro da Terra e p a intensidade do seu momento linear, quando o objeto viaja entre os pontos A e B, cujos valores u e p são mostrados na tabela abaixo:

	$p(10^9 kg.m.s^{-1})$	$u(10^{-8} m^{-1})$
A	0,052	5,15
B	1,94	194,17

Nestas condições, determine:

a) a massa do objeto.
b) a sua energia total.
c) esboce a curva u em função de p no trecho de A até B.

11) [C] *(4th IOAA)* O planeta Taris hospeda a civilização Korribiana. A espécie Korribiana é uma forma de vida alienígena inteligente. Eles falam Korribianês. O dicionário Korribianês-Português segue abaixo. Dê uma lida. Os astrônomos Korribianeses têm estudado o céu por milhares de anos. Seu conhecimento pode ser resumido como segue:

- Taris orbita sua estrela Sola em uma órbita circular, a uma distância de 1 Taris-comprimento.
- Taris orbita Sola em 1 Taris-ano.
- A inclinação do equador de Taris em relação ao seu plano orbital é de 3°.
- Há exatamente 10 Taris-dias em 1 Taris-ano.
- Taris tem duas luas, chamadas Endor e Extor. Ambas têm órbitas circulares.
- O período sideral orbital de Endor, ao redor de Taris, é exatamente 0,2 Taris-dias.
- O período sideral orbital de Extor, ao redor de Taris, é exatamente 1,6 Taris-dias.
- A distância entre Taris e Endor é 1 Endor-comprimento.
- Corulus, outro planeta, também orbita Sola em uma órbita circular. Corulus tem uma lua.
- A distância entre Sola e Corulus é de 9 Taris-comprimento.
- O ano Tarisiano começa quando a longitude Soláptica de Sola é zero.

Korribianês	Tradução
Corulus	Um planeta orbitando Sola
Endor	(i) Deusa da noite (ii) uma lua de Taris.
Endor-comprimento	Distância entre Taris e Endor.
Extor	(i) Deus da paz; (ii) uma lua de Taris.
Sola	(i) Deus da vida; (ii) A estrela que Taris e Corulus orbitam.
Soláptica	Caminho aparente de Sola e Corulus como vistos por Taris.
Taris	Um planeta orbitando a estrela Sola, berço da civilização Taris Korribiana.
Taris-dia	O tempo entre duas meias-noites sucessivas no planeta Taris.
Taris-comprimento	A distância entre Sola e Taris.
Taris-ano	Tempo que Taris leva para dar uma volta ao redor de Sola.

a) Quantas vezes Taris gira ao redor de seu eixo durante um Taris-ano?
b) Qual a distância entre Taris e Extor, em Endor-comprimentos?
c) Qual o período orbital de Corulus, em Taris-anos?
d) Qual a distância entre Taris e Corulus, quando Corulus está em oposição?
e) Se, no começo de um Taris-ano particular, Corulus e Taris estavam em oposição, qual seria a longitude Soláptica (observada de Taris) de Corulus 'n' Taris-dias após o início do Taris-ano?
f) Qual é a área do triângulo formado por Sola, Taris e Corulus exatamente um Taris-dia após a oposição?

12) [B] Uma estrela supergigante vermelha na constelação de escorpião possui massa de 15,5 M_{Sol} e raio de 700 R_{Sol}. Supondo que no final de sua vida ela se transforme em uma estrela com massa de 4 M_{sol} e 4.10^5 km de raio, calcule sua nova frequência de rotação sabendo que a velocidade de rotação inicial é 3,4 km/s. Considere que a estrela é esférica nos dois estágios e que não houve perdas de momento angular.

13) [A] *(VI OLAA)* A estrela Sirius tem um magnitude aparente -1,5 e se encontra a uma distância de 2,6 pc. Sabe-se ainda, que se trata de uma estrela de tipo espectral A1 com uma temperatura superficial de 10 000 K.

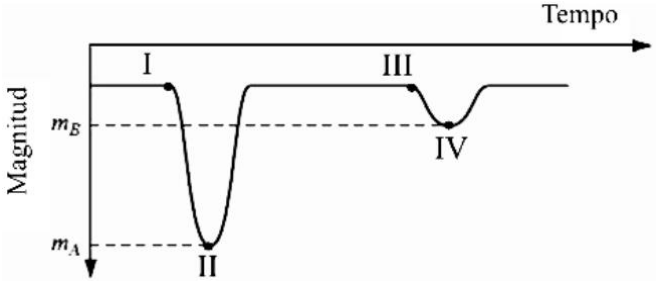
a) Calcule a magnitude absoluta de Sirius.
b) Calcule a luminosidade de Sirius em relação ao Sol, sabendo que a magnitude absoluta do Sol é 4,82.
c) Calcule o raio de Sirius em relação ao raio do Sol sabendo que a temperatura superficial do Sol é 5800K.

14) [A] *(seletiva)* Uma estrela da sequência principal que se encontra a 30 pc de distância da Terra possui magnitude bolométrica aparente de 4,0. Quando essa estrela sair da sequência principal, irá mudar sua posição no diagrama HR para o ramo das gigantes, o que acarretará numa diminuição de 4 vezes de sua temperatura. Ao mesmo tempo, seu raio irá aumentar 150 vezes. Em função dessas informações, responda:
a) Qual deveria ser uma nova distância para esta estrela, de maneira a fazer com que ela mantenha sua magnitude bolométrica aparente inalterada?
b) Suponha que a estrela do item anterior possua massa de $8{,}0.10^{30}$ kg e luminosidade de $6{,}0.10^{28}$ W. Suponha ainda que 0,9% da massa total inicial da estrela pudesse ser transformada em energia, durante a vida inteira da estrela. Estime então o tempo máximo de vida dessa estrela, assumindo que sua luminosidade permaneça sempre constante.

15) [A] *(seletiva)* Em um sistema binário, a magnitude aparente da estrela principal vale 2,0 e da estrela secundária vale 3,0. Calcule a magnitude combinada máxima para o sistema.

16) [A] *(3rd IOAA)* Estime o número de fótons por segundo que chega ao olho de um observador com pupila de diâmetro d = 6 mm vindo de uma estrela tipo G2V com magnitude aparente 6 (limite da visão humana). Assuma que toda a radiação desta estrela está em $\lambda = 550\,nm$ (visível). Adote: M_{Sol} = -26,8 ; F_{Sol} = $1{,}37.10^3$ W/m^2 ; h = $6{,}64.10^{-34}$ J.s; c = 3.10^8m/s.

17) [B] *(VI OLAA)* A figura mostra a curva de luz de uma binária eclipsante tipo Algol, cujo plano orbital está na direção da linha de visada. Indicam-se as magnitudes aparentes, m_A e m_B, correspondentes aos mínimos primário e secundário da curva de luz, respectivamente. A profundidade de cada mínimo Δmag é definido como a diferença entre a magnitude aparente m_A ou m_B e a magnitude aparente total da binária m_{tot} (quando não há eclipse). Sejam T_B e T_A as temperaturas efetivas da componente mais brilhante e da componente mais débil, respectivamente. As duas componentes têm o mesmo raio R.



a) Faça um esquema das posições relativas entre as duas componentes do sistema, com respeito ao observador, correspondentes aos seguintes pontos da curva de luz: I - imediatamente antes que se comece a produzir o mínimo primário, II - quando se alcança o mínimo primário, III - imediatamente antes que se comece o mínimo secundário e IV - quando se alcança o mínimo secundário. Indique claramente qual é a estrela A e qual é a B.
b) Encontre uma expressão que relacione a profundidade de cada mínimo da curva de luz com a luminosidade total da binária (L_{tot}) e a luminosidade individual de cada componente (L_A, L_B).
c) Sabendo que as temperaturas efetivas das componentes são T_B = 12 000 K e T_A = 5 000 K, calcule a profundidade Δmag de cada mínimo.

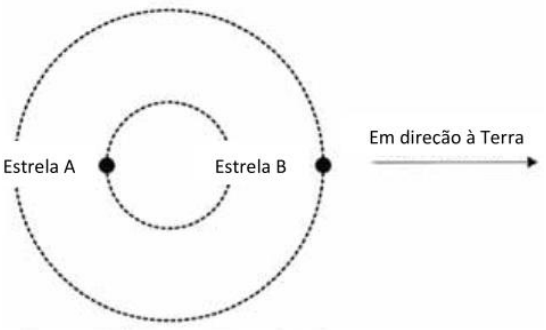
18) [A] No espectro de Aldebaran (α-Tauris) se observa para a linha de Na I (átomo se sódio ionizado) com $\lambda_0 = 5890.10^{-10}$ m um deslocamento de $\Delta\lambda = 1{,}062.10^{-10}$ m. Se suas magnitudes visuais aparentes e absolutas são $m_{V\alpha} = + 0{,}85$ e $M_{V\alpha} = - 0{,}63$ e a magnitude limite do olho humano é $m_H = + 6$, calcule o tempo que levará Aldebaran para deixar de ser visível da Terra sem a ajuda de um telescópio.
Dados: 1 pc = $3{,}086.10^{13}$ km; 1 ano = $3{,}154.10^7$ s.

19) [A] A super gigante azul Naos (ζ-Puppis) é a estrela mais brilhante da constelação da Popa e possui temperatura efetiva igual a $T_{ef} = 42\,000$ K.
Dados: Magnitude visual absoluta de Naos: $M_V = - 5{,}96$; Correção bolométrica de Naos: C.B. = 4,04.
a) Determine o comprimento de onda máximo, $\lambda_{máx}$, de emissão de Naos considerando que se comporta como um corpo negro.
b) Determine a fração de energia irradiada por esta estrela na região visível.
Comentário: A correção bolométrica (C.B.) é definida como a diferença entre as magnitudes visual e bolométrica de um astro, ou seja, C.B. = $M_V - M_B$. Enquanto a magnitude visual considera apenas a região visível do espectro, a magnitude bolométrica considera todo o espectro.

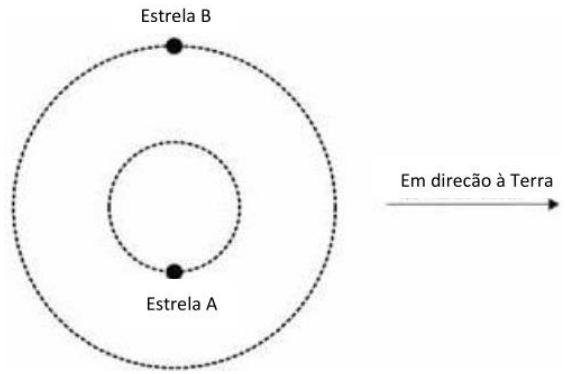
20) [B] A estrela Minelava (δ-Virginis) é uma gigante vermelha da constelação de Virgem com massa igual a 2 massas solares. Possui magnitude visual absoluta $M_V = - 0{,}58$ e C.B. = 1,68. Determine a densidade de Minelava, em densidades solares, sabendo que sua temperatura efetiva é $T_{ef} = 3\,720$ K.
Dados: Magnitude absoluta bolométrica do Sol = + 4,74; luminosidade bolométrica do Sol = $3{,}486.10^{26}$ W.

21) [A] *(V OLAA)* Em um sistema binário, as estrelas orbitam ao redor de um ponto comum. A luz de ambas é observada na Terra. Assuma que ambas emitem uma luz com comprimento de onda de $6{,}58.10^{-7}$ m.

a) Quando as estrelas estão na configuração mostrada na figura abaixo, o observador na Terra mede um comprimento de $6{,}58.10^{-7}$ m onda para ambas. Explique porque não existe efeito Doppler neste caso.



b) Quando as estrelas estão nas posições mostradas na figura a seguir, o observador na Terra mede dois comprimentos de onda: $6{,}50.10^{-7}$ m para a estrela A e $6{,}76.10^{-7}$ m para a estrela B. Determine a velocidade das estrelas e indique qual está se distanciando e qual está se aproximando.



22) [B] *(VII OLAA)* O desvio para o vermelho (*redshift*) observado do Objeto Quasi-Estelar (QSO) LBQS 0042-2550 é z = 0,13. Estime sua distância e quanto tempo sua luz demorou a chegar até nós. *Dado:* $H_0 = 67{,}80$ km s^{-1} Mpc^{-1}.

23) [B] *(V OLAA)* Estudantes olímpicos observaram uma galáxia espiral NGC OLAA, cujos parâmetros são mostrados no quadro abaixo. Foi medido o comprimento de onda do centro do disco da galáxia, centrado na linha de emissão Hα (6562,80 Å):



Galáxia	Tamanho angular	Distância (10^6 al)	$\lambda_{observado}$ (Å)
NGC OLAA	3,20° x 1,0°	2,5	6556,22

a) Determine o diâmetro da galáxia em anos-luz assumindo que seu disco é completamente circular e que os valores observados são os dados na tabela.
b) Determine a inclinação (i) normal ao disco com respeito a linha de visada.
c) Determine a velocidade de recessão desta galáxia e o módulo do parâmetro z.
d) Determine a magnitude absoluta da galáxia assumindo que sua magnitude aparente é 4,36.
e) Será possível observar esta Galáxia com um telescópio LX200 de 8″ (8 polegadas) Schmidt-Cassegrain? Justifique sua resposta, mediante ao cálculo da magnitude limite deste telescópio.
Comentário: A magnitude limite de um telescópio é dada por: $m_{lim} = 7{,}1 + 5 \log d$; onde *d* é o diâmetro da objetiva em cm. Adote: 1''= 2,54 cm.

24) [A] *(4th IOAA)* Uma cratera na superfície da Lua possui diâmetro igual a 80 km. Justifique, através de argumentos físicos e matemáticos, se é possível observar esta cratera a olho nu.
Adote: Diâmetro da pupila humana = 5 mm; distância Terra-Lua 384 400 km; comprimento de onda médio da radiação visível = 500 nm.

25) [A] *(4th IOAA)* Acredita-se que o centro galáctico possui um buraco negro supermassivo, de massa $M = 4.10^6 M_{Sol}$. A comunidade astronômica está tentando distinguir seu horizonte de eventos. Para um buraco negro sem rotação, o horizonte de eventos tem o mesmo valor do raio de Schwarzschild, ou seja, $R_{Sch} = 3.(M/M_{Sol})$, *com* R_{Sch} em km. Assumindo que temos um telescópio do tamanho da Terra, quais os comprimentos de onda deveríamos usar para distinguir o horizonte de eventos deste buraco negro? Considere que o Sol está a 8,5 kpc do centro da Galáxia.

26) [A] *(VI OLAA)* Há muito se tem observado que certas estrelas apresentam um excesso de emissão de radiação no infravermelho e que isso pode indicar a presença de um disco, anéis de poeira, ou asteroides ao redor das mesmas. Com telescópios convencionais, não é possível observar diretamente esses discos devido a atmosfera que reduz o poder de resolução desses telescópios. Contudo, novas tecnologias, como a óptica adaptativa extrema, permitem, agora, observar diretamente tais discos e até obter imagens de planetas em torno de outras estrelas. A óptica adaptativa extrema permite que os grandes telescópios cheguem ao limite teórico de seu poder de resolução.

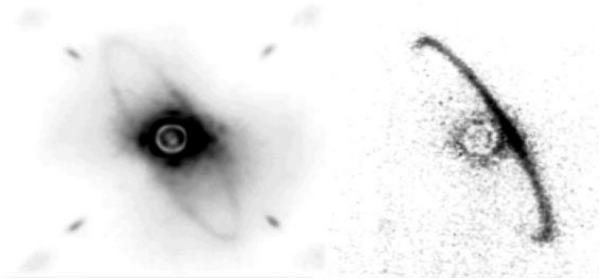


Imagem do anel no sistema HR4796 com óptica adaptativa extrema em $\lambda = 1{,}6 \times 10^{-6}$ m. A luz da estrela foi removida da imagem.

Imagine que há um anel de raio 10 UA ao redor de uma estrela a 25 pc de distância do Sol, como mostra a figura.
a) Encontre a distância angular (α) a qual se veria, a partir da Terra, o raio do anel.
b) Encontre o poder de resolução (θ) do telescópio Gemini Sul, de 8,1 m de diâmetro, no comprimento de onda $\lambda = 1{,}6\times10^{-6}$ m e responda se o anel é observável no referido comprimento de onda utilizando óptica adaptativa extrema.

Soluções: Astronomia

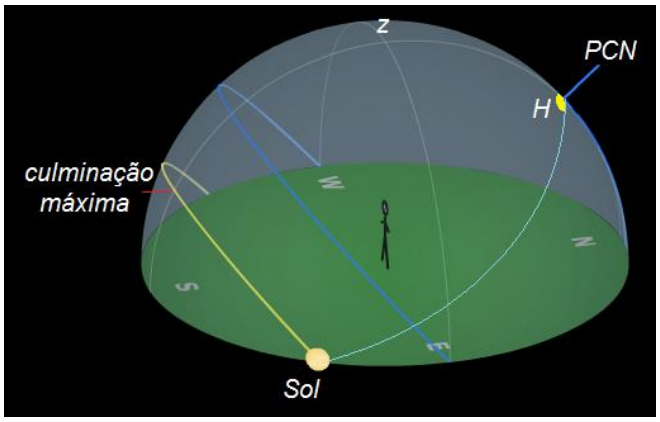
1) Alternativa A

O dia 20/mar/2014 será dia de equinócio. O Sol nascerá no ponto cardeal Leste, e sua declinação será de 0º. Como as duas cidades se encontram dentro do mesmo fuso horário, a diferença de longitudes é então o que determina a diferença de horário de nascer do Sol entre elas nesse dia. Bertioga está a leste de São Paulo, e portanto o Sol nascerá mais cedo em Bertioga. A diferença de longitude é de 0,5º, o que equivale a uma diferença de 2 minutos de tempo (24h = 360º). Assim, o horário de nascer do Sol será de, aproximadamente, 6h 08min em Bertioga.

2) Alternativa B

São Paulo e Sydney estão em fusos horários diferentes. O fuso a que Sydney pertence tem meridiano central a 150º Leste de Greenwich, o que corresponde a uma diferença de +10h em relação ao GMT. O meridiano central do fuso de São Paulo está a 45º Oeste, o que corresponde a uma diferença de -3h em relação ao GMT. O horário de nascer do Sol em ambos os meridianos centrais é aproximadamente o mesmo. Assim, a diferença de horário de nascer do Sol entre São Paulo e Sydney é igual à diferença de horário de nascer do Sol entre São Paulo e o meridiano central de seu fuso somada à diferença de horário de nascer do Sol entre Sydney e o meridiano central de seu fuso. São Paulo se encontra a 1,6º Oeste do meridiano central de seu fuso. O Sol nasce então 6min24s mais cedo no meridiano central, ou seja, às 06h10min12s – 06min24s = 06h03min48s. Sydney se encontra a 1,2º Leste do meridiano central de seu fuso. O Sol nasce então 4min48s mais cedo em Sydney em relação ao meridiano central, ou seja, 06h03min48s – 4min48s = 05h59min.

3) Representando o nascer do Sol no dia 21/dez (δ_{Sol} = -23,5º) na latitude indicada (φ = 42,5º N), temos:



Neste instante, o ângulo horário do Sol (H) será dado por:

$$\cos H = -tg\delta.tg\varphi \Rightarrow H = 66{,}5^o$$

Logo, o intervalo de tempo para o Sol atingir a culminação máxima será:

$$\Delta t = \frac{24h}{360^o}.66{,}5 = 4h26\,min$$

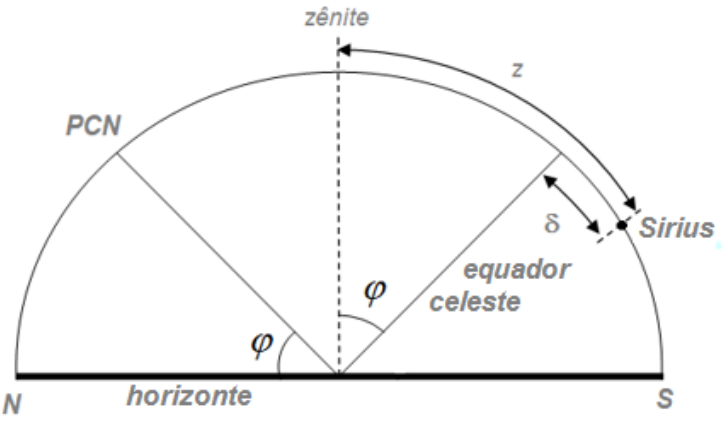
Já o tempo t que o Sol atinge a culminação máxima para o observador na longitude $\lambda = 71^o\ W$, ou seja, 4^o a oeste ao meridiano central $75^o\ W$, admitindo que o Sol cruze o meridiano central nesta data às 12h, será:

$$t = 12h - \frac{1h}{15^o}.4^o = 11h44\,min$$

Portanto, a hora que o Sol nasce no dia 21/dez é:

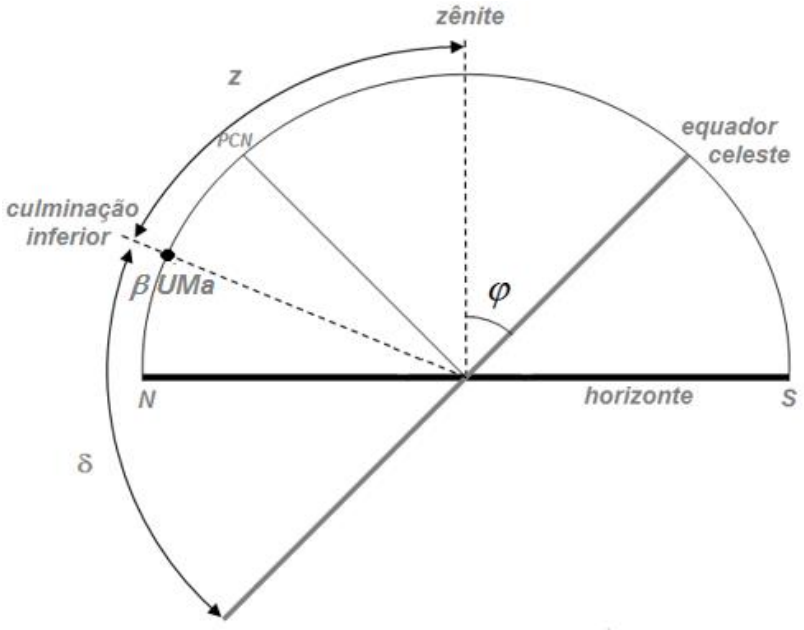
$$T_{nascer} = 11h44\,min - 4h26\,min \Rightarrow \boxed{T_{nascer} = 7h18min}$$

4) A latitude local φ coincide com a elevação, em relação ao horizonte, do polo celeste visível que neste caso é o polo celeste norte (PCN). Sabendo que o plano do equador celeste que é perpendicular ao eixo contém o PCN (eixo de rotação da esfera celeste), temos:



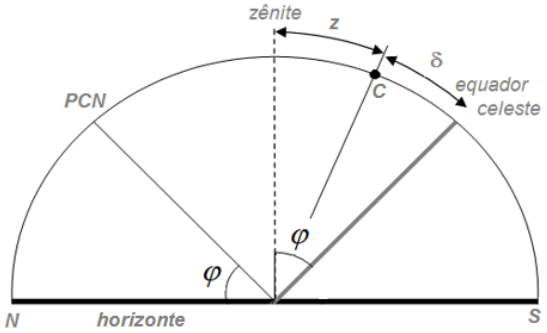
$$\varphi = z - |\delta| = 39^o05'34{,}4'' - 16^o43'24{,}6'' \Rightarrow \boxed{\varphi = 22^o22'9{,}8''N}$$

5) Como a declinação de β Ursa Majoris (β UMa) é positiva, a estrela pertence ao hemisfério celeste norte. Representando o instante de culminação inferior, a latitude φ será dada por:



$$\varphi = 180^o - (z + \delta) = 180^o - (63^o46' + 74^o31') \Rightarrow \boxed{\varphi = 41^o43'N}$$

6) endo *C* a posição do cometa ao cruzar o meridiano local, o que implica possuir ângulo horário (H) igual a zero, as coordenadas equatoriais serão dadas por:



Declinação (δ):

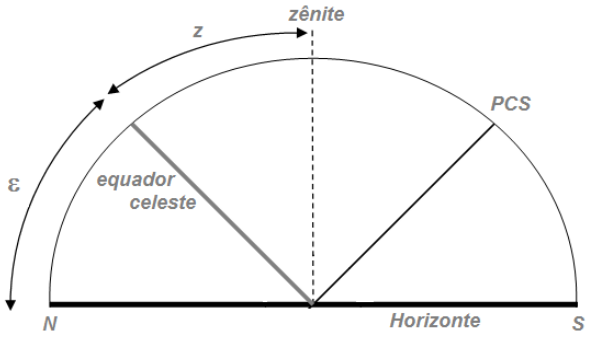
$$\delta = \varphi - z = 50^o 27' - 3^o 52' \Rightarrow \boxed{\delta = 46^o 35'}$$

Ascensão Reta (α) :

$$T_{SL} = H + \alpha \Rightarrow 15h15\,min\,10s = 0 + \alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 15h15\,min\,10s}$$

7) a) Como a estrela descreveu um arco de 180° acima do horizonte desde o instante do nascer até seu ocaso ela está sobre o equador celeste, ou seja, sua declinação é $\delta = 0^o$.

b) Sendo ε o ângulo entre o plano do equador celeste e o plano do horizonte, temos:



$$\varepsilon = 90^o - z = 90^o - 55^o \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 35^o}$$

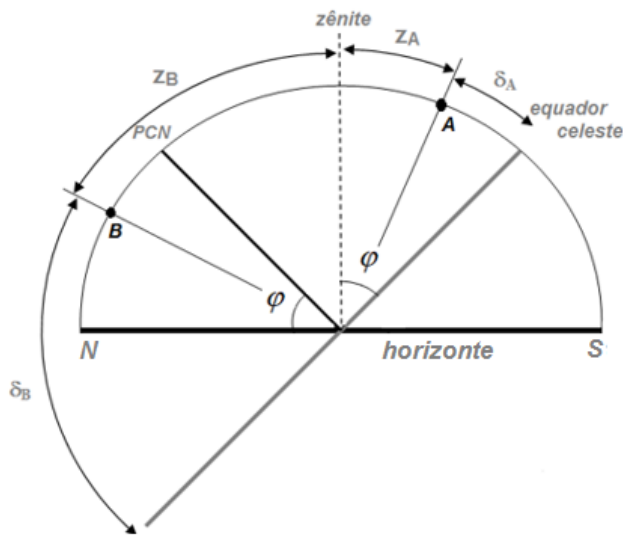
8) Considerando o instante que as estrelas A e B cruzam o meridiano local (H = 0), temos:

Declinação;

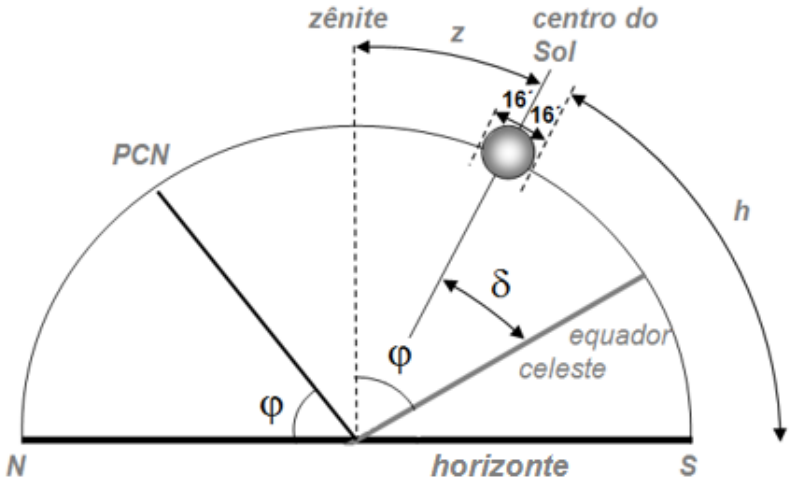
$$\delta_A = \varphi - z_A = 55^o 45' - 40^o \Rightarrow \boxed{\delta_A = 15^o 45'}$$
$$\delta_B = 180^o - (\varphi + z_B) = 180^o - (55^o 45' + 40^o) \Rightarrow \boxed{\delta_B = 84^o 15'}$$

Ascensão reta:

$$T_{SLA} = H + \alpha_A \Rightarrow \boxed{\alpha_A = 7h35\,min}$$
$$T_{SLB} = (H + \alpha_B) + 12h \Rightarrow \boxed{\alpha_B = 19h35\,min}$$



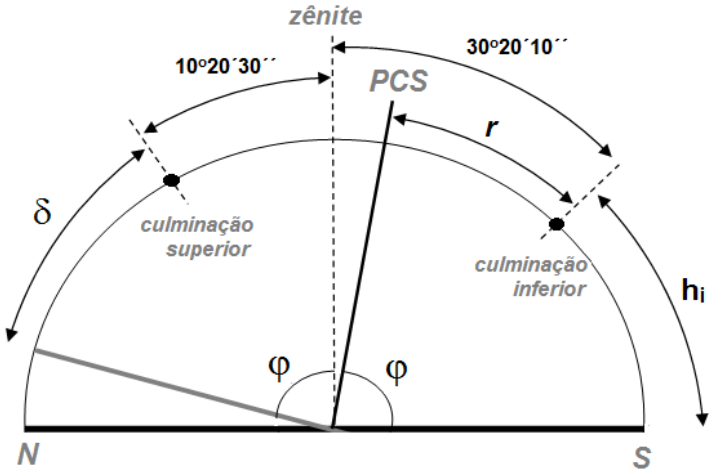
9) Considerando h a altura do bordo inferior do Sol neste instante, temos:



$$\begin{vmatrix} z + 16' + h = 90^o \\ \varphi = z + \delta \end{vmatrix} \Rightarrow \varphi = (90^o - 16' - 84^o 21') + 18^o 39' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = 24^o 02' N}$$

10) Esquematicamente, temos:



O polo celeste visível (PCS) é equidistante dos pontos de culminação. Portanto, a distância angular r pode ser determinada por:

$$r = \frac{10^o 20' 30'' + 30^o 20' 10''}{2} \Rightarrow r = 20^o 20' 20''$$

Sendo h_i a altura da estrela na situação de culminação inferior, o módulo da latitude local $|\varphi|$ será:

$$\begin{vmatrix} |\varphi| = r + h_i \\ h_i = 90^o - 30^o 20' 10'' \end{vmatrix} \Rightarrow |\varphi| = 20^o 20' 20'' + 59^o 39' 50'' \Rightarrow |\varphi| = 80^o 0' 10''$$

Como a observação foi realizada em um ponto do hemisfério Sul, temos que $\boxed{\varphi = -80^o 0' 10''}$ ou $\boxed{\varphi = 80^o 0' 10'' S}$.

Já o módulo da declinação $|\delta|$ é:

$$|\delta| = |\varphi| - 10^o 20' 30'' \Rightarrow |\delta| = 69^o 39' 40''$$

Sendo uma estrela pertencente ao hemisfério celeste sul, temos que $\boxed{\delta = -69^o 39' 40''}$.

11) O tempo sideral para o observador em Bogotá (T_{SL}), que está a oeste de Greenwich, é dado por:

$$T_{SL} = T_{SG} - \lambda \Rightarrow T_{SL} = 12h30\,min - \frac{1h}{15^o}.74^o05' \Rightarrow$$
$$\Rightarrow T_{SL} = 7h33\,min\,40s$$

Logo, a ascensão reta α da estrela é:

$$\begin{vmatrix} T_{SL} = H + \alpha \\ H = 45^o30' = 3h02\,min \end{vmatrix} \Rightarrow 7h33\,min\,40s = 3h02\,min + \alpha \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 4h31\,min\,40s}$$

12) a) O Sol está cruzando o meridiano local mais próximo ao ponto cardeal Norte, logo A = 0°.

b) No solstício de junho a declinação do Sol é aproximadamente $\delta = +23^o27'$.

c) Como o Sol está cruzando o meridiano local, o ângulo horário é H = 0.

d) A altura h do Sol será dada por:

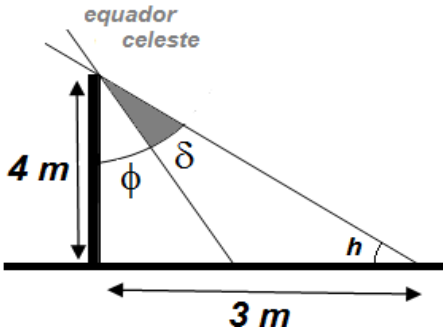
$$tg\ h = \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{h = 53^o7'48{,}4''}$$

e) No solstício de junho a ascensão reta do Sol é $\alpha = 6h$.

f) O tempo sideral local será:

$$T_{SL} = H + \alpha \Rightarrow \boxed{T_{SL} = 6h}$$

g) Analisando a figura, temos que a latitude ϕ será:



$$\begin{vmatrix} tg(\phi + \delta) = \frac{3}{4} \\ \delta = 23^o27' \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\phi = 13^o25'12''S}$$

13) a) Serão todas as estrelas que possuem declinação menor do que zero $(\delta < 0)$, ou seja: Paecock, Rigel e Achernar.

b) Para não ser visível em Santiago, a estrela deve possuir declinação maior que 57° $(\delta > +57^o)$. São elas: Alderamin e Polaris.

c) Para ser circumpolar em Montevideo, a estrela deve possuir declinação menor que -55° ($\delta < -55^o$). São elas: Peacock e Achernar.

d) Para fazer passagem meridiana próxima ao zênite na Cidade do México, a declinação da estrela deve ser próxima de 19° $(\delta \approx 19^o)$, o que se verifica para Algeiba e Arcturus.

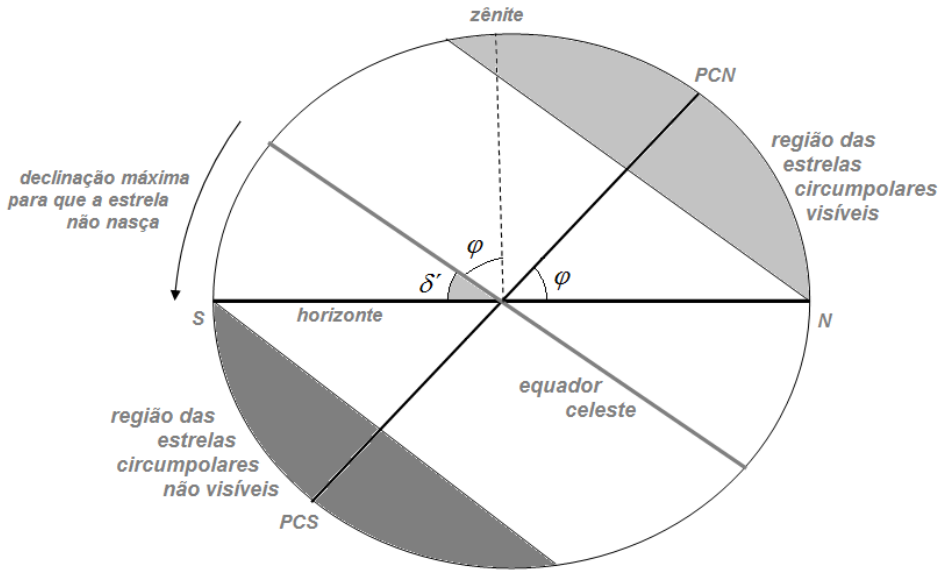
e) O Rio de Janeiro está a 2° a oeste do meridiano central 45° W, portanto a hora sideral do cruzamento da estrela deve ser $t = 2h30\,min - \frac{60\,min}{15^o}.2^o = 2h22\,min$. No dia 21 de março ($\delta_{Sol} = 0^o$ e $AR_{Sol} = 0^o$) o ângulo horário do

ponto vernal (tempo sideral local T_{SL}) neste instante é $T_{SL} = 12h + 2h22min = 14h22min$. ara a estrela fazer passagem meridiana (H = 0) neste instante, sua ascensão reta AR deve ser:

$$T_{SL} = H + AR \Rightarrow AR = 14h22min$$

O que mais se aproxima a coordenada de Arcturus.

14) Para uma estrela não nascer na Cracóvia $(\varphi = 51^o N)$, ela deve pertencer ao hemisfério celeste Sul (δ<0) e sua declinação (δ´) deve ser:



$$|\delta'| \le 90^o - \varphi \Rightarrow |\delta'| \le 90^o - 50{,}1^o \Rightarrow \delta' \le -39{,}9^o$$

- Para Sirius:

Considerando a maior variação possível da declinação desta estrela (47º), causada pela precessão do eixo da Terra a partir da data atual $(\delta_{S\,atual} = -16^o 43')$, a declinação mínima possível de Sirius $(\delta_{S\,mínima})$ é:

$$\delta_{S\,mínima} = -16^o 43' - 47^o \Rightarrow \delta_{S\,mínima} = -63^o 43' \text{ ou } -63{,}72^o$$

Como existe $\delta_{S\,mínima} \le \delta'$, é possível criar uma situação que Sirius não nasça na Cracóvia.

- Para Canopus.

Impondo a situação limite para que Sirius não nasça $(\delta_{S\,máxima} = -39{,}9^o)$ e a precessão do eixo da Terra correspondente $(\Delta\delta_{precessão})$, temos que nesta situação a declinação de Canopus $(\delta_{Canopus})$ será:

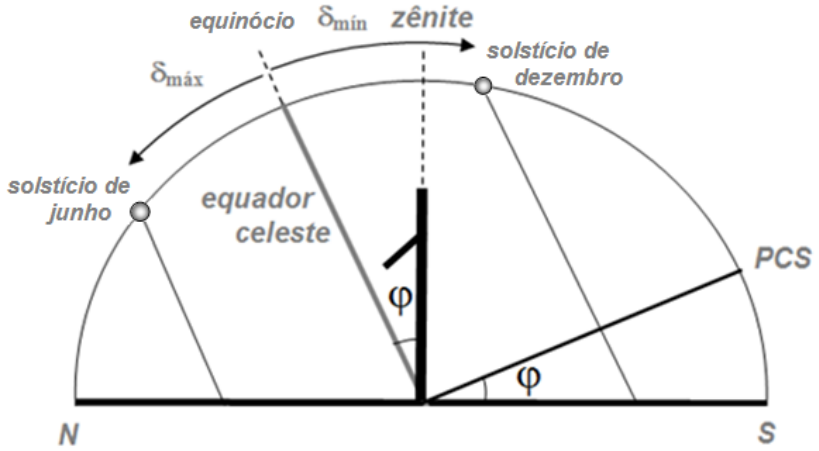
$$\begin{vmatrix} \delta_{Canopus} = \delta_{C\,atual} + \Delta\delta_{precessão} \\ \Delta\delta_{precessão} = \delta_{S\,máxima} - \delta_{S\,atual} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \delta_{Canopus} = -52\ 42' + \Delta\delta_{precessão} \\ \Delta\delta_{precessão} = -39{,}9^o - (-16^o 43') \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta_{Canopus} = -75{,}9^o$$

O que significa que Canopus também não irá nascer $(\delta_{Canopus} \le \delta')$.

Portanto, não é possível uma situação na Cracóvia que Sirius não nasça e Canopus nasça e se ponha.

15) Representando o movimento anual do Sol ao cruzar o meridiano local no Observatório Nacional do Brasil ($\varphi = 22^o54'S$), temos;



Onde $\delta_{mín} = -23^o27'$ e $\delta_{máx} = +23^o27'$ são as declinações do Sol no solstício de dezembro e junho respectivamente.

a) Para declinações entre o equinócio de setembro ($\delta_{Sol} = 0^o$) e o solstício de dezembro, em pelo menos uma parte do dia o relógio de Sol não irá funcionar, então:

$$\boxed{-23^o27' \le \delta < 0^o}$$

b) Para declinações entre o instante que o Sol cruza o zênite ($\delta_{Sol} = \varphi$) até o solstício de dezembro, o relógio não irá funcionar o dia todo, logo:

$$\delta_{mín} \le \delta < \varphi \Rightarrow \boxed{-23^o27' \le \delta < -22^o54'}$$

16) Alternativa B

Considerando o período orbital da Terra 365 dias, o período orbital de Vênus T_V será:

$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_T} \Rightarrow \frac{1}{584} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{365} \Rightarrow T_V = 224{,}6 dias$$

Já o período orbital de Júpiter:

$$\frac{1}{\Delta t'} = \frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_J} \Rightarrow \frac{1}{399} = \frac{1}{365} - \frac{1}{T_J} \Rightarrow T_J = 4283{,}4 dias$$

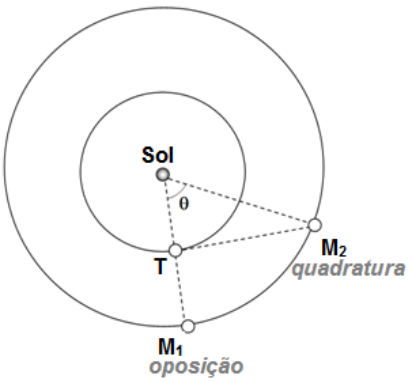
Logo, o período sinódico de Júpiter tendo o Sol e Vênus como referências é aproximadamente:

$$\frac{1}{\Delta t''} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_J} \Rightarrow \frac{1}{\Delta t''} = \frac{1}{224{,}6} - \frac{1}{4283{,}4} \Rightarrow \boxed{\Delta t'' = 237 dias}$$

17) O período sinódico de Marte tendo a Terra e o Sol como referências é:

$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_M} \Rightarrow \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{365} - \frac{1}{687} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = 779 dias$$



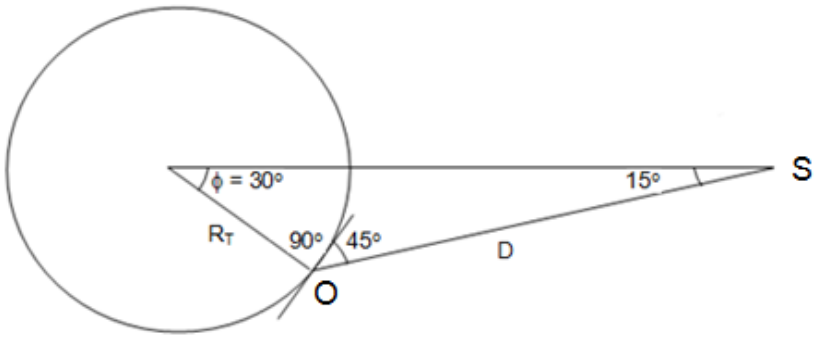
Logo, o ângulo θ entre as duas situações é:

$$\theta = \frac{360^o}{779 dias}.106 dias = 49^o$$

Chamando de a_T a distância Terra-Sol e a_M a distância Marte-Sol, da situação de quadratura, temos:

$$\cos\theta = \frac{a_T}{a_M} \Rightarrow \cos 49^o = \frac{1UA}{a_M} \Rightarrow \boxed{a_M = 1{,}52UA}$$

18) Representando a situação vista do espaço, onde O é a posição do observador e S é a posição do satélite, temos:



Logo, a distância D entre o satélite e o observador, pode ser obtida através da lei dos senos:

$$\frac{D}{sen30^o} = \frac{R_T}{sen15^o} \Rightarrow \frac{D}{0{,}5} = \frac{6400}{0{,}2588} \Rightarrow \boxed{D = 12364km}$$

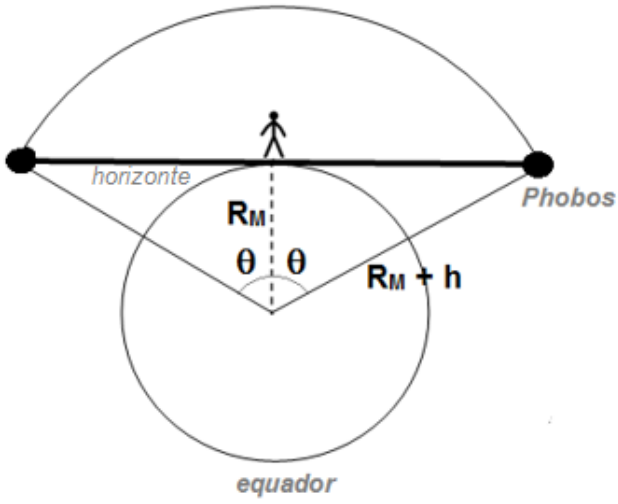
19) Considerando a massa de Phobos muito menor que a massa de Marte, da 3ª lei de Kepler temos que o período orbital de Phobos T_P é:

$$\frac{T_P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Marte}} \Rightarrow \frac{T_P^2}{(R_M + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Marte}} \Rightarrow T_P = 7{,}66h$$

Já o período sinódico de Phobos T_S, tendo Marte e um observador em sua superfície como referência, será:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_M} \Rightarrow \frac{1}{T_S} = \frac{1}{7{,}66} - \frac{1}{24{,}63} \Rightarrow T_S = 11{,}12h$$

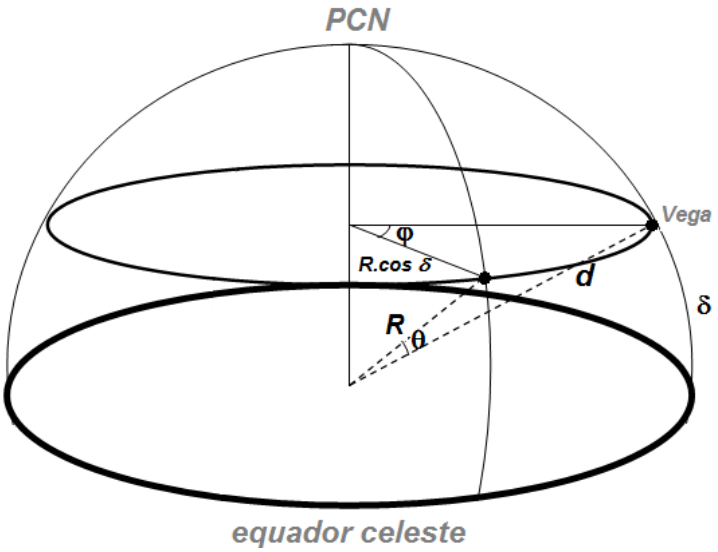
Analisando a figura ao lado, o tempo Δt que Phobos ficará acima do horizonte para o observador é:



$$\left|\begin{array}{l}\Delta t = \dfrac{11{,}12h}{360^o}.2\theta \\ \cos\theta = \dfrac{R_M}{R_M + h}\end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l}\Delta t = \dfrac{11{,}12h}{360^o}.2\theta \\ \cos\theta = \dfrac{3393}{3393 + 5987}\end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{11{,}12h}{360^o}.2.68{,}8^o \Rightarrow \boxed{\Delta t = 4{,}25h}$$

20) Sendo θ o ângulo do campo de visão do telescópio e d o deslocamento aparente de Vega em $\Delta t = 5{,}3\,min$, analisando a figura, temos:

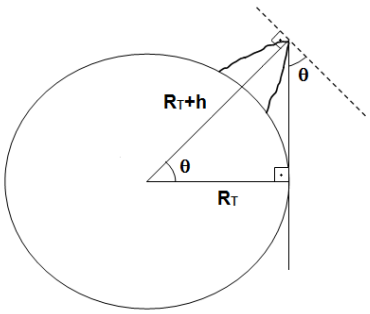


$$\begin{cases} d = \theta.R \\ d = \varphi.R\cos\delta \\ \varphi = \dfrac{2\pi}{T}.\Delta t \\ T = 23h56\,min \end{cases} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{T}.\Delta t.\cos\delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{(23.60+56)\,min}.5{,}3\,min\,.\cos 39^o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = 0{,}018rad \quad ou \quad \boxed{\theta = 62'}$$

21) O ângulo de depressão θ pode ser estimado por:

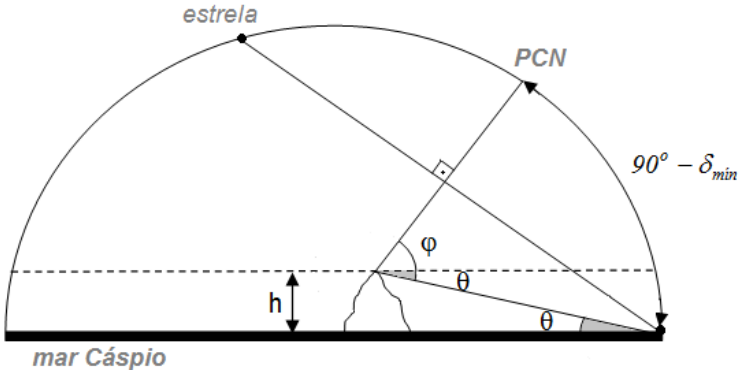


$$\cos\theta = \frac{R_T}{R_T + h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{6370{,}8}{6370{,}8 + 5{,}6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = 2^o24'$$

Então, analisando a figura, temos:



$$90^o - \delta_{mín} = \varphi + \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta_{mín} = 90^o - 35^o57' - 2^o24' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_{mín} = 51^o39'}$$

22) Analisando os mares lunares mostrados na imagem (Serenidade, Tranquilidade, Fertilidade e Néctar) concluímos que o bordo (lado) ocidental da Lua está iluminado. Acompanhado da posição do terminador lunar (linha que separa o bordo iluminado do bordo não iluminado), temos que a Lua está próxima ao quarto crescente.

Como o céu está escuro e a Lua (na fase quarto crescente) está próxima ao horizonte, estima-se que são aproximadamente 0h. Portanto, ela está se pondo e o horizonte mostrado é o ocidental.

23) Considerando que o plano da órbita lunar está inclinado 5,14° com o plano da eclíptica, o intervalo de declinações da Lua é:

$$\delta_{mín} < \delta_{Lua} < \delta_{máx} \Rightarrow -23^o26' - 5{,}14^o < \delta_{Lua} < -23^o26' + 5{,}14^o \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -28{,}57^o < \delta_{Lua} < -18{,}29^o$$

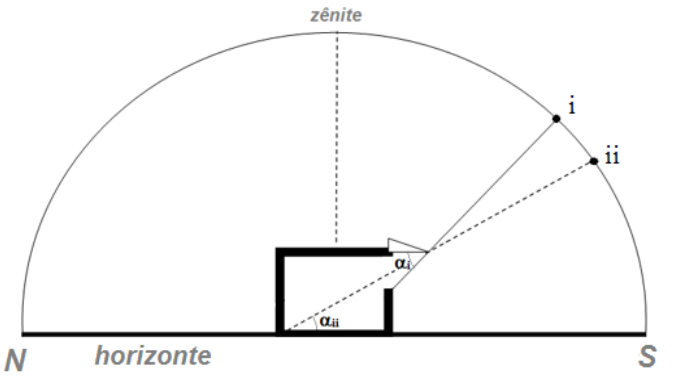
Sendo o tempo necessário para um astro surgir no horizonte e atingir a culminação máxima (H) dado por $\cos H = -tg\delta.tg\varphi$, para a situação descrita, o valor máximo e mínimo é:

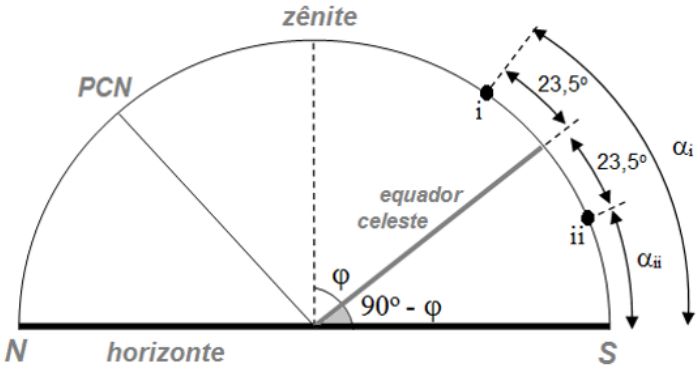
$$\cos H_{máx} = -tg(-28{,}57^o).tg(-6^o49') \Rightarrow H_{máx} = 6h15\,min$$
$$\cos H_{mín} = -tg(-18{,}29^o).tg(-6^o49') \Rightarrow H_{mín} = 6h09\,min$$

Como o tempo de permanência acima do horizonte (Δt) é 2H, o intervalo solicitado será:

$$\boxed{12h18\,min < \Delta t < 12h30\,min}$$

24) Considerando i a situação do Sol ao meio-dia no solstício de verão e ii o Sol a ao meio-dia no solstício de inverno no local de latitude $\varphi = 36^o\,N$, esquematicamente das condições impostas no enunciado, temos:

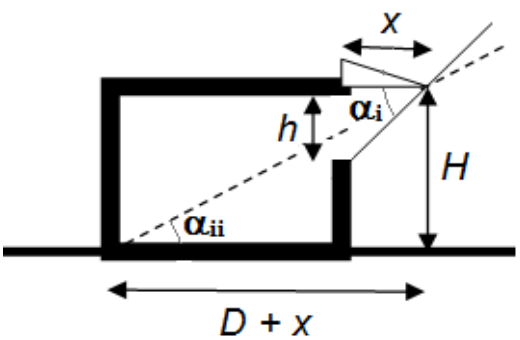




Da geometria do sistema, vem:

$$\alpha_i = (90^o - \varphi) + 23{,}5^o \Rightarrow \alpha_i = 77{,}5^o$$
$$\alpha_{ii} = (90^o - \varphi) - 23{,}5^o \Rightarrow \alpha_{ii} = 30{,}5^o$$

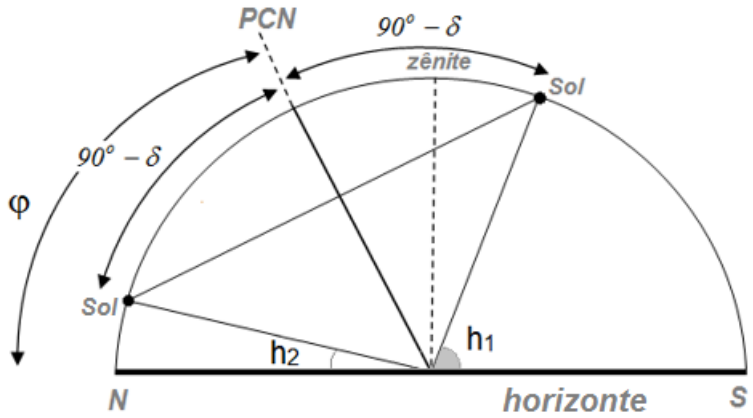
Logo:



$$tg\alpha_{ii} = \frac{H}{D+x} \Rightarrow x = \frac{H}{tg\alpha_{ii}} - D \Rightarrow \boxed{x = 0{,}60m}$$

$$tg\alpha_i = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x.tg\alpha_i \Rightarrow \boxed{h = 2{,}67m}$$

25) Como o comprimento máximo da sombra da haste neste dia é finito, o Sol é circumpolar no local de observação, esquematicamente, temos:



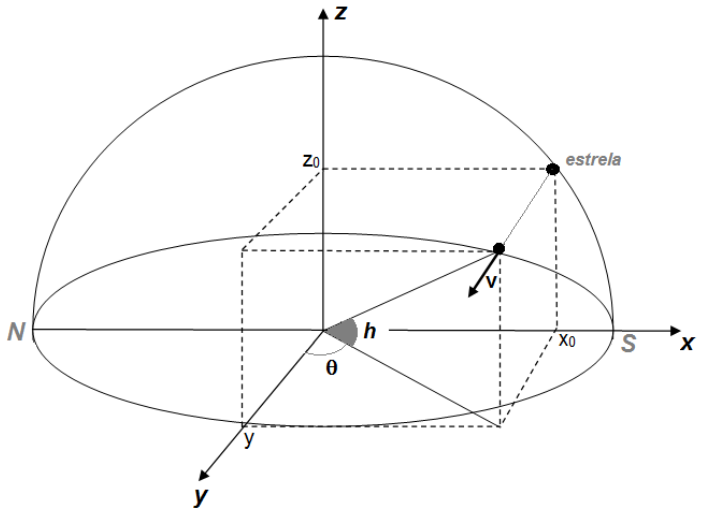
Onde h_1 e h_2 correspondem, respectivamente, a altura máxima e mínima do Sol e podem ser determinadas pela análise das sombras da haste:

$$tg\ h_1 = \frac{1}{1{,}732} \Rightarrow h_1 = 30^o \quad \text{e} \quad tg\ h_2 = \frac{1}{5{,}671} \Rightarrow h_2 = 10^o$$

Portanto, analisando a figura, temos:

$$\begin{vmatrix} h_1 + 90^o - \delta + \varphi = 180^o \\ h_2 + 90^o - \delta = \varphi \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \varphi - \delta = 60^o \\ \varphi + \delta = 100^o \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\varphi = 80^o} \quad e \quad \boxed{\delta = 20^o}$$

26) a) Esquematicamente, temos:



É válido que:

$$tg\ h = \frac{z_0}{\sqrt{x_0^2 + y^2}} \quad \text{e} \quad tg\ \theta = \frac{x_0}{y}$$

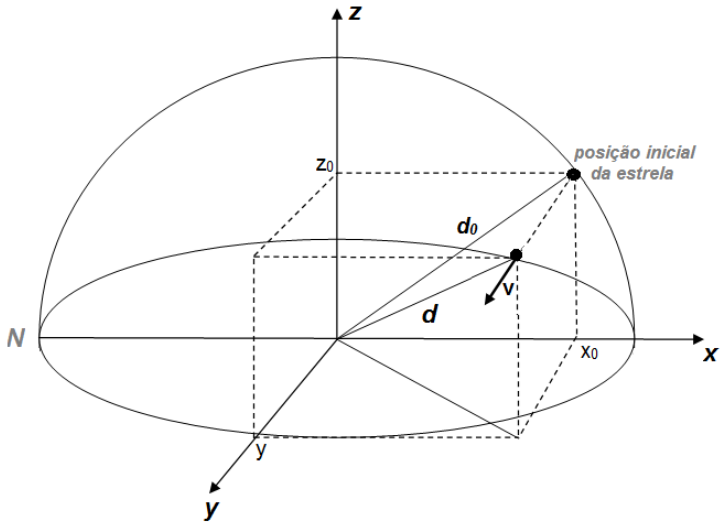
Como z_0 e x_0 são constantes, para $y \to \infty$, temos:

$$\boxed{h = 0^o} \quad \text{e} \quad \theta = 0^o$$

Portanto, considerando a contagem do azimute (A) a partir do ponto cardeal Norte para leste, quando $\theta = 0^o$, temos:

$$\boxed{A = 270^o}$$

b) Considerando que no instante que a estrela atinge a magnitude 6 ela está a uma distância *d* do observador, temos:



$$m_1 - m_2 = -2{,}5\log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow m_1 - m_2 = -2{,}5\log\left(\frac{L}{4\pi.d_0^2}.\frac{4\pi.d^2}{L}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2{,}5\log\left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \Rightarrow 0{,}45 - 6 = -5\log\left(\frac{d}{d_0}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 12{,}9.d_0$$

Como o movimento da estrela ao longo do eixo y acontece de forma retilínea e uniforme $\left(v = \frac{2\pi}{T}.d_0\right)$ a equação horária da estrela neste eixo é:

$$y = y_0 + v.t \Rightarrow y = 2\pi.d_0.t \quad \text{(com } v \text{ dado em } d_0 / 1dia\text{)}$$

Então:

$$d^2 = x_0^2 + y^2 + z_0^2 \Rightarrow d^2 = (x_0^2 + z_0^2) + y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = d_0^2 + y^2 \Rightarrow (12{,}9.d_0)^2 = d_0^2 + (2\pi.d_0.t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 2{,}045dias}$$

Soluções: Astrofísica

Comentário: Sempre que necessário, consulte a tabela de constantes. Alguns valores foram aproximados nas resoluções.

1) a) Considerando que o raio orbital, soma do raio da Terra mais a altura em relação a superfície, triplicou, a variação da energia mecânica do satélite será:

$$\Delta E_{mec} = -\frac{GMm}{2r_f} + \frac{GMm}{2r_i} = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{3r_i}\right) \Rightarrow \Delta E_{mec} = \frac{GMm}{2}.\frac{2}{3r_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{mec} = \frac{6{,}67.10^{-11}.6.10^{24}.3.10^2}{3.(6{,}4.10^6 + 5.10^5)} = \boxed{5{,}8.10^9\ J}$$

b) Como a massa do satélite é muito menor que a massa da Terra, da 3º Lei de Kepler, temos:

$$\frac{P_i^2}{r_i^3} = \frac{P_f^2}{r_f^3} \Rightarrow \frac{P_i^2}{r_i^3} = \frac{P_f^2}{(3r_i)^3} \Rightarrow \boxed{\frac{P_i}{P_f} = 0{,}19}$$

c) Para escapar da órbita, é necessário que $\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow K = -U$, então:

$$\frac{m.v_{esp}^2}{2} = -\left(-\frac{GMm}{r}\right) \Rightarrow \boxed{v_{esp} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$$

Portanto:

$$\frac{v_{esp\,i}^2}{v_{esp\,f}^2} = \frac{\frac{2GM}{r_i}}{\frac{2GM}{3r_i}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_{esp\,i}}{v_{esp\,f}} = \sqrt{3}}$$

2) a) Considerando apenas a influência do Sol, a energia mecânica do sistema será:

$$E_{mec} = \frac{m.v^2}{2} - \frac{GM_{Sol}.m}{r} = m.\left(\frac{v^2}{2} - \frac{G.M_{Sol}}{r}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{mec} = m.\left(\frac{1}{2}.\left(\frac{47.10^3}{3{,}6}\right)^2 - \frac{6{,}67.10^{-11}.2.10^{30}}{(150-3{,}4).10^9}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{mec} \approx -8{,}21.10^8.m$$

Como a $E_{mec} < 0$, temos que a órbita é elíptica.

b) Considerando apenas a influência da Terra, a energia mecânica do sistema será:

$$E_{mec} = \frac{m.v^2}{2} - \frac{GM_{Terra}.m}{r} = m.\left(\frac{v^2}{2} - \frac{G.M_{Terra}}{r}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{mec} = m.\left(\frac{1}{2}.\left(\frac{47.10^3}{3{,}6}\right)^2 - \frac{6{,}67.10^{-11}.6.10^{24}}{3{,}4.10^9}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{mec} \approx 8{,}51.10^7.m$$

Como a $E_{mec} > 0$, temos que a órbita é hiperbólica.

3) Considerando a situação que um objeto é abandonado na extremidade livre da nuvem $(v_{ext} = 0)$, sua energia potencial ao atingir o centro (U_{centro}) será:

$$E_{ext} = E_{centro} \Rightarrow \frac{m.v_{ext}^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{m.v_{centro}^2}{2} + U_{centro} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{GMm}{R} = \frac{GMm}{2R} + U_{centro} \Rightarrow U_{centro} = -\frac{3}{2}\frac{GMm}{R}$$

Portanto, nas condições de escape $(E_{mec}=0)$, temos:

$$\frac{m.v_{esp}^2}{2}+U_{centro}=0\Rightarrow\frac{m.v_{esp}^2}{2}-\frac{3}{2}\frac{GMm}{R}=0\Rightarrow\boxed{v_{esp}=\sqrt{\frac{3GM}{R}}}$$

4) A velocidade de um astro em órbita elíptica kepleriana é dada por:

$$E_{mec}=K+U\Rightarrow-\frac{GMm}{2a}=\frac{m.v^2}{2}-\frac{GMm}{r}\Rightarrow v^2=GM\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)$$

Onde: r é a distância entre os centros de massa dos corpos envolvidos e a é o semi-eixo orbital.

A velocidade máxima (v_M) e mínima (v_m) acontece no periastro e apoastro respectivamente. Nestes pontos $r_M=a(1-e)$ e $r_m=a(1+e)$, onde e é a excentricidade orbital. Logo:

$$v_M^2=GM\left(\frac{2}{a(1-e)}-\frac{1}{a}\right)=\frac{GM}{a}.\frac{(1+e)}{(1-e)}$$

$$v_m^2=GM\left(\frac{2}{a(1+e)}-\frac{1}{a}\right)=\frac{GM}{a}.\frac{(1-e)}{(1+e)}$$

Da 3ª Lei de Kepler, vem que: $GM=\frac{4\pi^2.a^3}{P^2}$, então:

$$v_M.v_m=\frac{GM}{a}\Rightarrow v_M.v_m=\frac{4\pi^2.a^3}{P^2}.\frac{1}{a}\Rightarrow\boxed{a=P.\frac{\sqrt{v_M.v_m}}{2\pi}}$$

5) a) Da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{P^2}{a^3}=\frac{(P+\Delta P)^2}{(a+\Delta a)^3}\Rightarrow\frac{P^2+2P.\Delta P+\Delta P^2}{P^2}=\frac{a^3+3.a^2.\Delta a+3.a.\Delta a^2+\Delta a^3}{a^3}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1+\frac{2\Delta P}{P}+\frac{\Delta P^2}{P^2}=1+\frac{3.\Delta a}{a}+\frac{3.\Delta a^2}{a^2}+\frac{\Delta a^3}{a^3}$$

Como $\Delta a<<a$ e $\Delta P<<P$, o afastamento Δa será:

$$\frac{2\Delta P}{P}=\frac{3.\Delta a}{a}\Rightarrow\Delta a=\frac{2}{3}\frac{\Delta P.a}{P}\Rightarrow\Delta a=\frac{2}{3}.\frac{0{,}12.(6380+400).10^3}{5544}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{\Delta a=97{,}83m}$$

b) Velocidade do satélite:

$$v_s=\frac{2\pi.a}{P}=\frac{2\pi.(6380+400).10^3}{5544}\Rightarrow\boxed{v_s=7683{,}982\,m/s}$$

Velocidade do astronauta:

$$v_a=\frac{2\pi.(a+\Delta a)}{P+\Delta P}=\frac{2\pi.(6738+97{,}83).10^3}{5544{,}12}\Rightarrow\boxed{v_a=7683{,}927\,m/s}$$

c) O tempo necessário para o astronauta chegar ao satélite é:

$$v = \frac{\Delta a}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{97{,}83}{10} \Rightarrow \Delta t = 9{,}783s$$

Logo, como a diferença entre as velocidades tangenciais é de 0,055 m/s, o desvio em relação ao meio do satélite será de 0,538 m. Portanto, o astronauta irá conseguir realizar a ancoragem (desvio menor que 6 m).

6) a) Da conservação do momento angular e também da energia, a velocidade v_T com que a nave deve sair da Terra é:

$$\begin{vmatrix} m.v_T \times R_T = m.v_M \times R_M \\ \frac{m.v_T^2}{2} - \frac{G.M_S.m}{R_T} = \frac{m.v_M^2}{2} - \frac{G.M_S.m}{R_M} \Rightarrow \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_M = \frac{R_T.v_T}{R_M} \\ v_T^2 - v_M^2 = 2GM_S.\left(\frac{R_M - R_T}{R_T.R_M}\right) \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{2GM_S.R_M}{R_T.(R_M + R_T)}}$$

Antes de calcular a velocidade que se deve impulsionar a nave, recordemos que a velocidade orbital de Terra é dada por $V_T = \sqrt{\frac{G.M_S}{R_T}}$. Comparando as duas equações, vemos que $V_T > v_T$, logo a nave deve ser freada, isto é, a nave deve ser lançada em direção oposta a velocidade orbital da Terra. Então:

$$\Delta v = V_T - v_T = \sqrt{\frac{G.M_S}{R_T}} - \sqrt{\frac{2GM_S.R_M}{R_T.(R_M + R_T)}} \Rightarrow \boxed{\Delta v \approx 7{,}3.10^3 m/s}$$

b) O semieixo maior da órbita da nave é dado por:

$$a = \frac{0{,}4 + 1}{2} = 0{,}7UA$$

Da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$T^2 = a^3 \Rightarrow T^2 = 0{,}7^3 \Rightarrow T = 0{,}58anos = 213{,}7dias$$

Logo:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{213{,}7}{2} = \boxed{106{,}9dias}$$

7) a) Da geometria da elipse, temos que o semieixo maior será:

$$a = \frac{1{,}5 + 1}{2} \Rightarrow \boxed{a = 1{,}25UA}$$

Já a excentricidade é:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{(1{,}5 - 1{,}25)}{1{,}25} \Rightarrow \boxed{e = 0{,}2}$$

b) Para o semieixo maior medido em unidades astronômicas (UA), o período orbital em anos e considerando que a massa da sonda é muito menor que a massa do Sol, da 3ª Lei de Kepler para a situação, vem:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Sol}} = 1 \Rightarrow GM_{Sol} = 4\pi^2 = \mu$$

Portanto, a velocidade de saída v_S da sonda $(r = 1\,UA; a = 1{,}25 UA)$ é;

$$v_S^2 = 4\pi^2\left(\frac{2}{1} - \frac{1}{1{,}25}\right) \Rightarrow v_S = 6{,}88\,\frac{UA}{ano}$$

A velocidade v_T de translação da Terra $(r = 1\,UA; a = 1\,UA)$:

$$v_T^2 = 4\pi^2\left(\frac{2}{1} - \frac{1}{1}\right) \Rightarrow v_T = 6{,}28\,\frac{UA}{ano}$$

Logo:

$$|\Delta v| = |v_S - v_T| \Rightarrow \boxed{\Delta v = 0{,}6\,\frac{UA}{ano} = 2{,}85\,\frac{km}{s}}$$

c) O período orbital da sonda é:

$$P^2 = a^3 \Rightarrow P^2 = 1{,}25^3 \Rightarrow P = 1{,}4\ ano$$

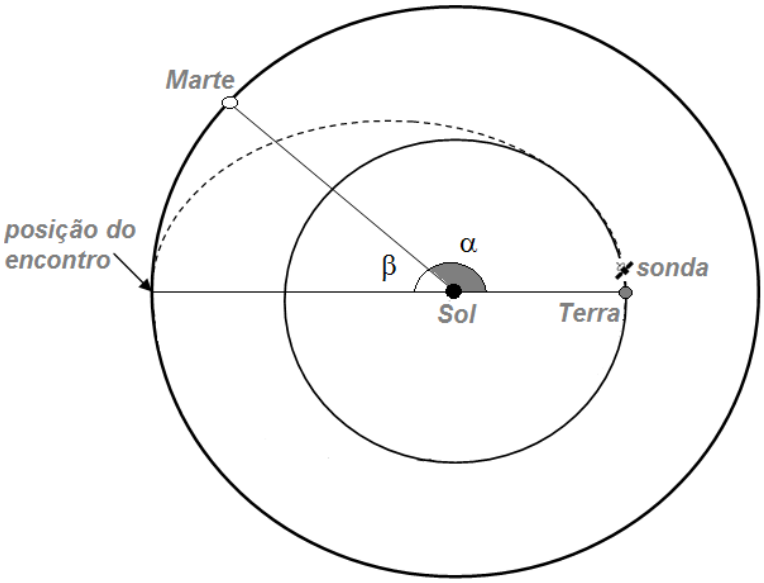
Portanto, o tempo de viagem será:

$$\Delta t = \frac{P}{2} = \boxed{0{,}7 ano}$$

d) O período orbital de Marte é:

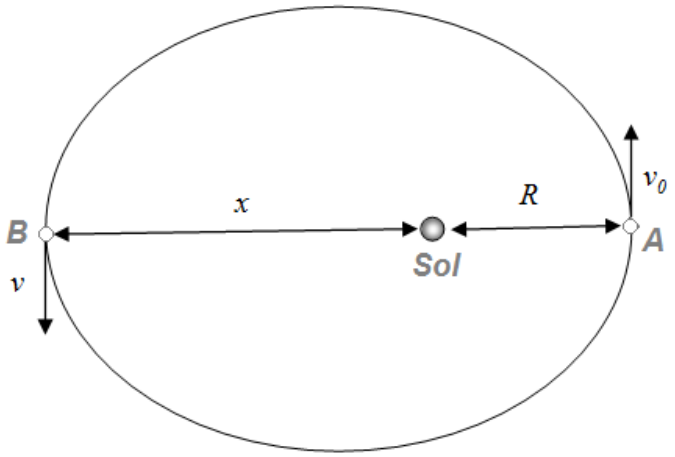
$$P_M{}^2 = a_M{}^3 \Rightarrow P_M{}^2 = 1{,}5^3 \Rightarrow P = 1{,}837\ ano$$

Sendo α a diferença entre as longitudes eclípticas entre Marte e a Terra no instante do disparo, da geometria da situação, temos:



$$\begin{cases} \alpha + \beta = 180^o \\ \beta = \dfrac{360^o}{1{,}837}.0{,}7 \end{cases} \Rightarrow \alpha + 137{,}2^o = 180^o \Rightarrow \boxed{\alpha = 42{,}8^o}$$

8) O esquema abaixo ilustra a Terra, de massa m, na situação em que se encontra em sua maior proximidade ao Sol (ponto A) e maior afastamento (ponto B). Da conservação do momento angular, temos:



$$L_A = L_B \Rightarrow m.v_0 \times R = m.v \times x \Rightarrow v = \frac{v_0.R}{x}$$

Da conservação da energia entre os pontos A e B, vem:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{m.v_0^2}{2} = -\frac{GMm}{x} + \frac{m.v^2}{2} \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM}{R} = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{x} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM}{R} + \frac{GM}{x} = \frac{v^2}{2} \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM}{R} + \frac{GM}{x} = \frac{v_0^2 R^2}{2x^2}$$

Multiplicando os dois lados por $2x^2$, temos:

$$v_0^2.x^2 - 2x^2.\frac{GM}{R} + 2x.GM = v_0^2.R^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(v_0^2. - 2.\frac{GM}{R}\right).x^2 + 2GM.x - v_0^2.R^2 = 0$$

Resolvendo a equação de 2º grau anterior, vem:

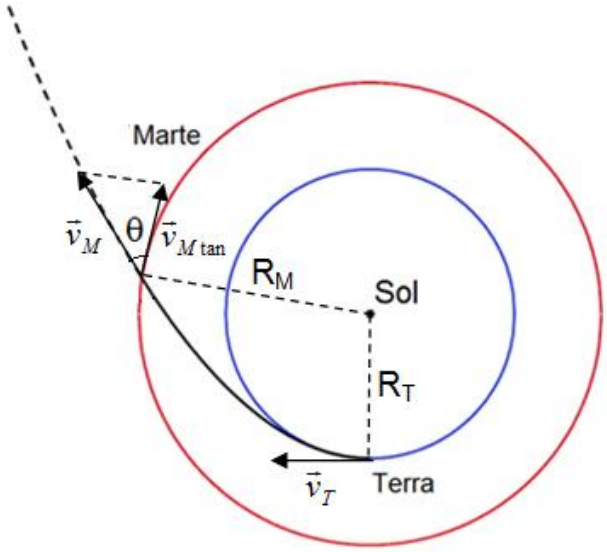
$$\boxed{x = \frac{R^2.v_0^2}{2GM - v_0^2.R}} \text{ (apogeu)} \quad \text{e} \quad x' = R \text{ (perigeu)}$$

Portanto, apenas a solução $x = \frac{R^2.v_0^2}{2GM - v_0^2.R}$ satisfaz a questão.

9) Considerando a trajetória da nave uma parábola (E_{mec} = 0) e apenas o efeito gravitacional com o Sol, a velocidade de saída da Terra v_T e a velocidade de cruzamento com a órbita de Marte v_M podem ser expressas por:

$$\frac{m.v_T^2}{2} - \frac{GMm}{R_T} = 0 \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}}$$
$$\frac{m.v_M^2}{2} - \frac{GMm}{R_M} = 0 \Rightarrow v_M = \sqrt{\frac{2GM}{R_M}}$$

Sendo $v_{M\,tan}$ a componente tangencial a órbita de Marte, da conservação do momento angular, vem:



$$L_T = L_M \Rightarrow m.v_T \times R_T = m.v_{M\,tan} \times R_M \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_{M\,tan} = \frac{v_T.R_T}{R_M}$$

Logo, o ângulo θ será dado por:

$$\cos\theta = \frac{v_{M\,tan}}{v_M} \Rightarrow \cos\theta = \frac{v_T.R_T}{R_M}.\sqrt{\frac{R_M}{2GM}} = \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R_T}}.\frac{R_T}{R_M}.\frac{\sqrt{R_M}}{\sqrt{2GM}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{\frac{R_T}{R_M}} = \sqrt{\frac{1}{1{,}5}} \Rightarrow \boxed{\theta = 35{,}26^o}$$

10) a) A energia mecânica do sistema pode ser descrita como:

$$E_{total} = \frac{m.v^2}{2} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_{total} = \frac{p^2}{2m} - GMm.u$$

Como o sistema é conservativo $(E_{mecA} = E_{mecB})$, temos:

$$\frac{p_A^{\,2}}{2m} - GMm.u_A = \frac{p_B^{\,2}}{2m} - GMm.u_B \Rightarrow GMm.(u_B - u_A) = \frac{p_B^2 - p_A^2}{2m} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m = \sqrt{\frac{p_B^2 - p_A^2}{2GM(u_B - u_A)}} \Rightarrow \boxed{m = 5.10^4\,kg}$$

b) A energia total do sistema é:

$$E_{total} = E_{mecA} = \frac{p_A^{\,2}}{2m} - GMm.u_A \Rightarrow \boxed{E_{total} = -1.10^{12}\,J}$$

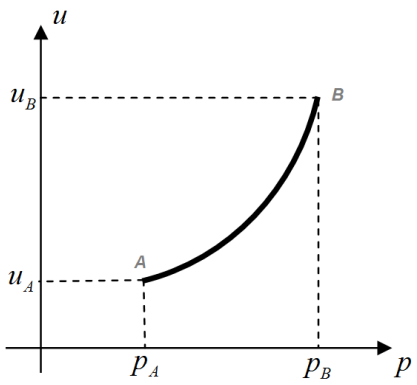
Como a $E_{total} < 0$, o objeto possui órbita elíptica.

c) É válido que:

$$E_{total} = \frac{p^2}{2m} - GMm.u \Rightarrow GMm.u = \frac{p^2}{2m} - E_{total}$$

Como $E_{total} < 0$, temos:

$$u = \frac{p^2}{2m^2GM} + E_{total} \text{ (equação de 2° grau)}$$



11) a) Como 1 Taris-ano são 10 Taris-dias, Taris realiza 10+1 rotações em 1 Taris-ano. Portanto, Taris realiza 11 rotações completas em 10 Taris-dias.

b) Da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{P_{EN}^2}{a_{EN}^3} = \frac{P_{EX}^2}{a_{EX}^3} \Rightarrow \frac{0{,}2^2}{1^3} = \frac{1{,}6^2}{a_{EX}^3} \Rightarrow a_{EX} = 4\ Endor - comprimento$$

c) Da 3ª lei de Kepler, temos:

$$\frac{P_C^2}{a_C^3} = \frac{P_T^2}{a_T^3} \Rightarrow \frac{P_C^2}{(9)^3} = \frac{1^2}{1^3} \Rightarrow P_C = 27\ Taris - anos$$

d) Na situação de oposição, a distância será 8 Taris-comprimento.

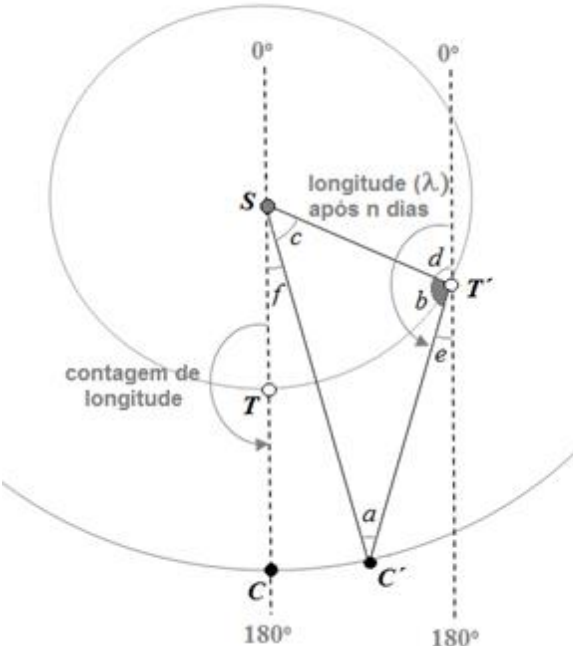
e) No início do ano, com Taris (T) e Corulus (C) em posição, em relação a Taris, a longitude de Sola (S) é 0° e a de Corulus 180°.

Para "n" dias depois, analisando Corulus (C'), o ângulo f será dado por:

$$2\pi \rightarrow 270\ Taris - dias$$
$$f \rightarrow n$$
$$f = \frac{2\pi n}{270}$$

Para "n" dias depois, anaisando Taris (T'), o ângulo c será dado por:

$$2\pi \rightarrow 10 Taris - dias$$
$$c + f \rightarrow n$$
$$c + f = \frac{2\pi n}{10}$$
$$\Rightarrow c = \frac{2\pi n}{10} - \frac{2\pi n}{270} \Rightarrow c = \frac{52\pi n}{270}$$



Vamos agora expressar o ângula a em função de "n".

Aplicando a lei dos senos no $\Delta ST'C'$, temos:

$$\frac{sen\ a}{1} = \frac{sen\ b}{9} \Rightarrow 9.sen\ a = sen\ b$$

Da figura:

$$\begin{vmatrix} b+d+e=\pi \\ a+b+c=\pi \\ d=c+f \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} e=\pi-b-d=\pi-b-c-f \\ b=\pi-(a+c) \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} e=a-f \\ b=\pi-\left(a+\frac{52\pi n}{270}\right) \end{vmatrix}$$

Unindo as equações anteriores:

$$9sen\,a = sen\,b \Rightarrow 9sen\,a = sen\left(\pi-\left(a+\frac{52\pi n}{270}\right)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9sen\,a = sen\left(a+\frac{52\pi n}{270}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9sen\,a = sen\,a\,.\cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)+\cos a\,.\,sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right)$$

Dividindo a equação anterior por $sen\,a$, vem:

$$9 = \cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)+cot\,g\;a\,.\,sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right) \Rightarrow$$

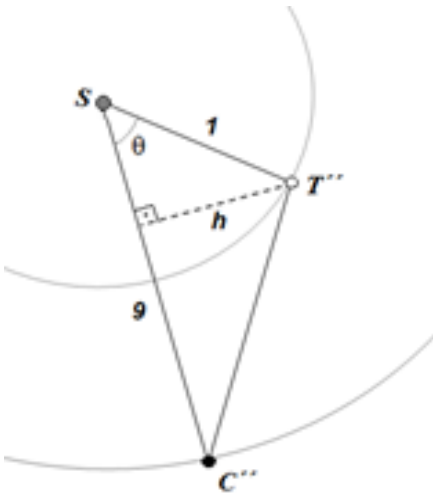
$$cot\,g\;a = \frac{9-\cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}{sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right)} \Rightarrow a = arctg\left(\frac{sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}{9-\cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}\right)$$

Portanto, após "n" dias, a nova longitude λ de Corulus será:

$$\lambda = \pi - e \Rightarrow \lambda = \pi + f - a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \pi + \frac{2\pi n}{270} - arctg\left(\frac{sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}{9-\cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}\right)}$$

f) Analisando a figura abaixo, a área solicitada é dada por:



$$A = \frac{9h}{2} = \frac{9.1.sen\theta}{2}$$

Do item anterior (e), temos que o ângulo θ equivale a c para n = 1. Logo:

$$\begin{vmatrix} \theta = \frac{52\pi}{270} \\ A = \frac{9.sen\theta}{2} \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{A = 2{,}56\;Taris - comprimento^2}$$

12) Considerando Antares uma esfera com momento de inércia $I = \frac{2}{5}.MR^2$, da conservação do momento angular, temos:

$$\left| \begin{array}{l} L_i = L_f \\ L = I \times \omega \\ \omega = \dfrac{v}{R} = 2\pi.f \end{array} \right. \Rightarrow \frac{2}{5} M_i.R_i^2.\omega_i = \frac{2}{5} M_f.R_f^2.\omega_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_i.R_i^2.\frac{v_i}{R_i} = M_f.R_f^2.2\pi.f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15{,}5.M_{Sol}.700.R_{Sol}.3{,}4.10^3 = 4.M_{Sol}.(4.10^8)^2.2\pi.f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f = 6{,}38.10^{-3}\,Hz}$$

13) a) A magnitude absoluta de Sirius é:

$$m - M = 5\log d - 5 \Rightarrow -1{,}5 - M = 5\log 2{,}6 - 5 \Rightarrow \boxed{M = 1{,}42}$$

b) A luminosidade de Sirius em relação ao Sol será:

$$M_{Sol} - M = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{L_{Sol}}{L}\right) \Rightarrow 4{,}82 - 1{,}42 = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{L_{Sol}}{L}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{L}{L_{Sol}} = 22{,}9}$$

c) Comparando as luminosidades, temos:

$$\frac{L}{L_{Sol}} = \frac{4\pi.R^2.\sigma.T^4}{4\pi.R_{Sol}^{\ 2}.\sigma.T_{Sol}^{\ 4}} \Rightarrow 22{,}9 = \left(\frac{R}{R_{Sol}}\right)^2.\left(\frac{10000}{5800}\right)^4 \Rightarrow \boxed{\frac{R}{R_{Sol}} = 1{,}6}$$

14) a) Para manter sua magnitude bolométrica inalterada, a estrela deverá manter o fluxo luminoso constante $(F_A = F_B)$:

$$\frac{L_B}{L_A} = \frac{4\pi.R_B^{\ 2}.\sigma.T_B^{\ 4}}{4\pi.R_A^{\ 2}.\sigma.T_A^{\ 4}} \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \left(\frac{150R}{R}\right)^2.\left(\frac{T}{4T}\right)^4 \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \left(\frac{150}{16}\right)^2$$

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{L_A}{4\pi d_A^2} = \frac{L_B}{4\pi d_B^2} \Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{L_B}{L_A} \Rightarrow \frac{d_B}{30\,pc} = \frac{150}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d_B = 281{,}25\,pc}$$

b) O tempo máximo da vida dessa estrela pode ser estimado por:

$$\left| \begin{array}{l} L = \dfrac{0{,}9\%E}{\Delta t} \\ E = m.c^2 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta t = \frac{0{,}9\%m.c^2}{L} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1{,}08.10^{17}\,s \;\; ou \;\; 3{,}42.10^9\,anos}$$

15) A relação entre os fluxos das estrelas é:

$$m_A - m_B = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{F_A}{F_B}\right) \Rightarrow 2 - 3 = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{F_A}{F_B}\right) \Rightarrow F_A = 10^{2/5} F_B$$

Como a magnitude combinada máxima está associada a soma dos fluxos $(F_C = F_A + F_B)$, temos:

$$m_C - m_A = -\frac{5}{2} log\left(\frac{F_C}{F_A}\right) \Rightarrow m_C - 2 = -\frac{5}{2} log\left(1 + \frac{F_B}{F_A}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_C = 2 - \frac{5}{2} log(1 + 10^{-2/5}) \Rightarrow \boxed{m_C = 1{,}64}$$

16) Pelo diagrama HR, uma estrela G2V é do mesmo tipo que o Sol. Portanto, no caso limite de visibilidade, vale:

$$M_{Sol} - m_{lim} = -\frac{5}{2} log\left(\frac{F_{Sol}}{F_{lim}}\right) \Rightarrow -26{,}6 - 6 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{1{,}37.10^3}{F_{lim}}\right) \Rightarrow$$

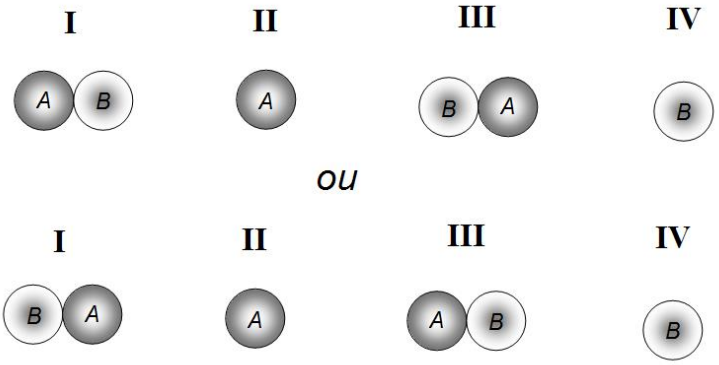
$$\Rightarrow F_{lim} = 1{,}04.10^{-10} \frac{W}{m^2}$$

Então:

$$F_{lim} = \frac{n.E_{fóton}}{A_{olho}} \Rightarrow F_{lim} = \frac{n}{\pi.r^2} . \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{F_{lim}.\pi.r^2.\lambda}{hc} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{n \approx 8000\, fótons}$$

17) a) A seguir seguem dois esquemas possíveis. Sendo A a estrela menos brilhante e B a estrela mais brilhante, para cada ponto, temos:



b) Como a profundidade de cada mínimo é definida pelo diferença entre a magnitude aparente da estrela e a magnitude aparente total da binária, para o mínimo primário, temos:

$$\Delta mag_1 = m_A - m_{tot} = -\frac{5}{2} log\left(\frac{F_A}{F_{tot}}\right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_A}{4\pi.d^2} . \frac{4\pi.d^2}{L_{tot}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta mag_1 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_A}{L_{tot}}\right)}$$

Analogamente, para o mínimo secundário, vem:

$$\Delta mag_2 = m_B - m_{tot} = -\frac{5}{2} log\left(\frac{F_B}{F_{tot}}\right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_B}{4\pi.d^2} . \frac{4\pi.d^2}{L_{tot}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta mag_2 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_B}{L_{tot}}\right)}$$

c) Para o mínimo primário, temos:

$$\left|\begin{array}{l}\Delta mag_1 = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{L_A}{L_{tot}}\right)\\ L_{tot} = L_A + L_B\\ L = 4\pi.R^2.\sigma.T^4\end{array}\right. \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2}\log\left(\frac{L_A}{L_A + L_B}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2}\log\left(1 + \frac{4\pi.R^{\,2}.\sigma.T_A^{\,4}}{4\pi.R^{\,2}.\sigma.T_B^{\,4}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2}\log\left(1 + \left(\frac{5000}{12000}\right)^4\right) \Rightarrow \Delta mag_1 = 3{,}8$$

Analogamente, para o mínimo secundário, vem:

$$\Delta mag_2 = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L_B}{L_A + L_B}\right) = -\frac{5}{2}log\left(1 + \frac{4\pi.R^{\,2}.\sigma.T_B^{\,4}}{4\pi.R^{\,2}.\sigma.T_A^{\,4}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2}log\left(1 + \left(\frac{12000}{5000}\right)^4\right) \Rightarrow \boxed{\Delta mag_2 = 0{,}03}$$

18) A distância inicial (d_0) de Aldebaran a Terra é:

$$m_{V\alpha} - M_{V\alpha} = 5.\log d_0 - 5 \Rightarrow 0{,}85 + 0{,}63 = 5\log d_0 - 5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d_0 = 19{,}77\,pc$$

A distância final (d) de Aldebaran à Terra quando deixar de ser visível será:

$$m'_{V\alpha} - M_{V\alpha} = 5.\log d - 5 \Rightarrow 6 + 0{,}63 = 5\log d - 5 \Rightarrow d = 211{,}836\,pc$$

A velocidade de afastamento Doppler de Aldebaran é dada por:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = c.\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow v = 54{,}09\,\frac{km}{s}$$

Portanto:

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta d}{v} = \frac{d - d_0}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{(211{,}836 - 19{,}77)}{54{,}06}.3{,}086.10^{13} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = 1{,}095.10^{14}\,s \quad ou \quad 3{,}47.10^6\,anos}$$

19) a) A partir da Lei de Wien, temos:

$$\lambda_{máx}.T = 2{,}89.10^{-3} \Rightarrow \lambda_{máx}.42000 = 2{,}89.10^{-3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{\lambda_{máx} = 6{,}88.10^{-8}\,m = 68{,}8nm}\ (ultravioleta)$$

b) A fração da energia irradiada pode ser expressa através da comparação das luminosidades de Naos na região visível (L_V) e a total ou bolométrica (L_B). Portanto, temos:

$$M_V - M_B = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L_V}{L_B}\right) \Rightarrow C.B. = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L_V}{L_B}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4{,}04 = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L_V}{L_B}\right) \Rightarrow L_V = 0{,}024.L_B \Rightarrow \boxed{L_V = 2{,}4\%L_B}$$

20) A magnitude bolométrica (M_B) de Minelava é:

$$C.B. = M_V - M_B \Rightarrow 1{,}68 = -0{,}58 - M_B \Rightarrow M_B = -2{,}26$$

Já a sua luminosidade bolométrica (L) será dada por:

$$M_B - M_{Sol} = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L}{L_{Sol}}\right) \Rightarrow -2{,}26 - 4{,}74 = -\frac{5}{2}log\left(\frac{L}{L_{Sol}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_{Sol}} = 631 \Rightarrow L = 2{,}20.10^{29}W$$

O raio (R) de Minelava é:

$$L = 4\pi.R^2.\sigma.T^4 \Rightarrow 2{,}20.10^{29} = 4\pi.R^2.5{,}67.10^{-8}.3720^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 4{,}02.10^{10}m \text{ ou } 57{,}7R_{Sol}$$

Portanto, sua densidade (ρ) será:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2M_{sol}}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \rho = \frac{2}{57{,}7^3}.\frac{M_{sol}}{\frac{4}{3}\pi R_{Sol}{}^3} \Rightarrow \boxed{\rho = 1{,}04.10^{-5}.\rho_{Sol}}$$

21)

a) Nesta configuração, as estrelas possuem velocidades perpendiculares à direção da Terra. Portanto, neste instante, não há afastamento ou aproximação com a Terra para detectarmos o efeito Doppler.

b) Para a estrela A, temos:

$$\frac{\Delta\lambda_A}{\lambda_{0A}} = \frac{v_A}{c} \Rightarrow \frac{(6{,}5 - 6{,}58).10^{-7}}{6{,}58.10^{-7}} = \frac{v_A}{3.10^8} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow v_A = -3{,}647.10^6\, m/s \ (aproximação)}$$

Analogamente, para a estrela B:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_{0B}} = \frac{v_B}{c} \Rightarrow \frac{(6{,}76 - 6{,}58).10^{-7}}{6{,}58.10^{-7}} = \frac{v_B}{3.10^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = 8{,}206.10^6\, m/s \ (afastamento)}$$

22) Da equação do efeito Doppler relativístico $(z > 0{,}1)$, vem:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow (z+1)^2 = \frac{c+v}{c-v} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{(0{,}13+1)^2 - 1}{(0{,}13+1)^2 + 1}.c \Rightarrow v = 0{,}12c$$

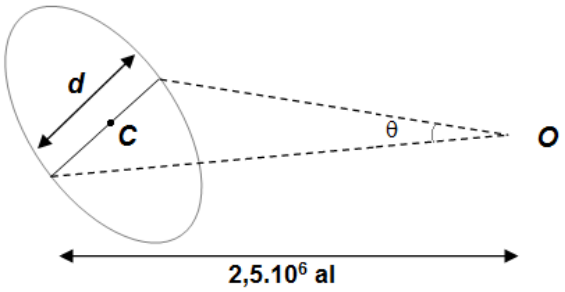
Da Lei de Hubble, temos:

$$v = H_0.d \Rightarrow 0{,}12.3.10^5 = 67{,}8.d \Rightarrow \boxed{d = 531Mpc}$$

Como 1pc = 3,26 al, conclui-se que:

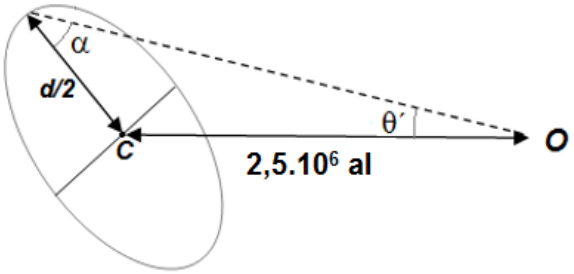
$$d = 531.10^6.3{,}26 = 1{,}73.10^9\, al \quad \text{ou} \quad \boxed{1{,}73.10^9\, anos}$$

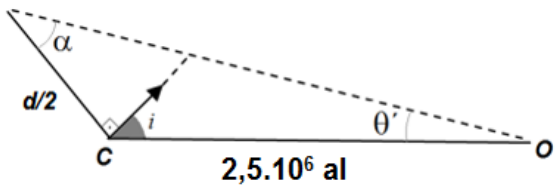
23) a) Sendo d o diâmetro da galáxia, analisando a figura, temos:



$$tg\theta = \frac{d}{2{,}5.10^6} \Rightarrow d = 2{,}5.10^6.tg3{,}2^o \Rightarrow \boxed{d = 1{,}396.10^5\, al}$$

b) Aplicando a lei dos senos, vem:





$$\frac{2{,}5.10^6}{sen\alpha} = \frac{6{,}99.10^4}{sen0{,}5^o} \Rightarrow \alpha = 18{,}18^o$$

Portanto:

$$\alpha + \theta' + i = 90^o \Rightarrow \boxed{i = 71{,}32^o}$$

c) A velocidade de recessão desta galáxia é:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{6556{,}22 - 6562{,}80}{6562{,}80} = \frac{v}{3.10^5} \Rightarrow \boxed{v = -300{,}79\frac{km}{s}}$$

Já o módulo do parâmetro z:

$$|z| = \frac{v}{c} \Rightarrow \boxed{|z| = 10^{-3}}$$

d) A magnitude absoluta (M) da galáxia é:

$$m - M = 5\log d - 5 \Rightarrow 4{,}36 - M = 5\log\left(\frac{2{,}5.10^6}{3{,}26}\right) - 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M = -20{,}06}$$

e) A magnitude limite deste telescópio é:

$$m_{lim} = 7{,}1 + 5\log d \Rightarrow m_{lim} = 13{,}63$$

Portanto, como $m < m_{lim}$, será possível observar a galáxia com este telescópio.

24) Sendo D_{T-L} a distância Terra - Lua, o diâmetro aparente (θ) da cratera visto da Terra é:

$$\theta = \frac{d}{D_{T-L}} = \frac{80km}{384400km} \Rightarrow \theta = 2{,}08.10^{-4}\,rad$$

Já a menor separação angular resolvível (resolução angular) do olho humano é:

$$\theta_{hum} = 1{,}22\frac{\lambda}{D_{pupila}} = 1{,}22\frac{500.10^{-9}}{5.10^{-3}} \Rightarrow \theta_{hum} = 1{,}22.10^{-4}\,rad$$

Como $\theta > \theta_{hum}$, é possível observar a cratera a olho nu da superfície da Terra.

25) Sendo d_{BN} o diâmetro do buraco negro, de massa $M = 4.10^6\,M_{Sol}$, que está a uma distância D_{T-BN} da Terra, temos que o diâmetro angular (θ) do buraco negro da perspectiva da Terra será:

$$\left|\begin{array}{l}\theta = \dfrac{d_{BN}}{D_{T-BN}} \\ d_{BN} = 2R_{Sch} \\ R_{Sch} = 3.\left(\dfrac{M}{M_{Sol}}\right)\end{array}\right. \Rightarrow \theta = \frac{2R_{Sch}}{D_{T-BN}} = \frac{2}{D_{T-BN}}.3.\left(\frac{4.10^6\,M_{Sol}}{M_{Sol}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{6.4.10^6}{8{,}5.10^3.3{,}086.10^{13}} \Rightarrow \theta = 9{,}149.10^{-11}\,rad$$

Considerando um telescópio cujo diâmetro é igual ao diâmetro terrestre $(D = 2R_T)$, o comprimento de onda necessário para distinguir o horizonte de eventos deve ser menor ou igual a:

$$\theta \geq 1{,}22.\frac{\lambda}{D} \Rightarrow \theta \geq 1{,}22.\frac{\lambda}{2R_T} \Rightarrow \lambda \leq \frac{2R_T.\theta}{1{,}22} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \leq \frac{2.6370.10^3.9{,}149.10^{-11}}{1{,}22} \Rightarrow \boxed{\lambda \leq 9{,}55.10^{-4}\, m \text{ ou } \lambda \leq 0{,}955mm}$$

26) *a)* Considerando que 1 pc = 206265 UA, temos*:*

$$tg\alpha = \frac{10}{25.206265} \Rightarrow \alpha = 1{,}94.10^{-6} rad \quad ou \quad 0{,}4''$$

Observação: Para ângulos pequenos $tg\alpha \approx \alpha$. Pela definição de parsec (pc), se dividirmos uma distância em UA por outra em pc, encontraremos o ângulo em segundo de arco. Logo:

$$\alpha = \frac{10UA}{25\,pc} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0{,}4''}$$

b) Para ângulos pequenos $sen\theta \approx \theta$, portanto:

$$sen\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{D} \Rightarrow \theta = 1{,}22\frac{1{,}6.10^{-6}}{8{,}1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = 2{,}41.10^{-7} rad \;\; ou \;\; 0{,}05''}$$

Sim, o anel é observável, pois $\alpha > \theta$.

Gabaritos

Astronomia

1) A **2)** B **3)** 7h18min **4)** 22° 22’ 9,8” N **5)** 41° 43’ N **6)** δ = 46° 35’; α = 15h15min10s **7) a)** 0° **b)** 35°

8) δ_A = 15° 45’; α_A = 7h35min e δ_B = 84° 15’; α_B = 19h35min **9)** 24° 02’ N **10)** φ = 80° 0’ 10” S ; δ = -69° 39’ 40”

11) 4h31min40s **12) a)** 0º **b)** 23°27’**c)** 0º **d)** 53° 7’ 48,4”**e)** 6h **f)** 6h **g)** 13° 25’ 12” S

13) a) Peacock, Rigel e Achernar. **b)** Alderamin e Polaris. **c)** Peacock e Achernar. **d)** Algeiba e Arcturus. **e)**Arcturus .

14) Não é possível uma situação na Cracóvia que Sirius não nasça e canopos nasça e se ponha.

15) a) -23° 27’ ≤ δ < 0º **b)** -23° 27’ ≤ δ < -22º 54’ **16)** B **17)** 1,52 UA **18)** 12364 km **19)** 4,25 h **20)** 62’ **21)** 51° 39’

22) Quarto crescente; 0 h e horizonte ocidental. **23)** 12h18min < Δt < 12h30min **24)** x = 0,60m ; h 2,67 m

25) φ = 80° ; δ = 20° **26) a)** h = 0º ; A = 270ª **b)** 2,045 dias

Astrofísica

1) a) $5{,}8.10^9$ J **b)** 0,19 **c)** $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$; $\sqrt{3}$ **2) a)** Órbita elíptica. **b)** Órbita hiperbólica. **3)** $\sqrt{\frac{3GM}{R}}$

4) Ver resolução. **5) a)** Δa=97,93m **b)** v_s = 7683,982 m/s; v_a = 7683,927 m/s **c)** 0,538m; o astronauta irá conseguir realizar a ancoragem.

6) $7{,}3.10^3$ m/s **7) a)** a = 1,25 UA ; e = 0,2 **b)** 2,85 km/s **c)** 0,7 ano **d)** 42,8º **8)** $x = \frac{R^2.v_0^2}{2GM - v_0^2.R}$

9) 35,26º **10) a)** 5.10^4 kg **b)** -1.10^{12} J **c)** Ver resolução.

11) a) 11 **b)** 4 Endor **c)** 27 Taris-ano **d)** 8 Taris-comprimento **e)** $\lambda = \pi + \frac{2\pi n}{270} - arctg\left(\frac{sen\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}{9 - cos\left(\frac{52\pi n}{270}\right)}\right)$

f) 2,56 Taris^2 **12)** 6,38.10^{-3} Hz **13) a)** 1,42 **b)** 22,9 **c)** 1,6 **14) a)** 281,25 pc **b)** 3,42.10^9 anos

15) 1,64 **16)** 8000 fótons **17) a)** Ver resolução. **b)** $\Delta mag_1 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_A}{L_{tot}}\right)$; $\Delta mag_2 = -\frac{5}{2} log\left(\frac{L_B}{L_{tot}}\right)$

c) 3,8; 0,03 **18)** 3,47.10^6 anos **19) a)** 68,8 nm **b)** 2,4% **20)** 1,04.10^{-5} ρ_{Sol}

21) a) Neste instante não há aproximação ou afastamento em relação a Terra para detectarmos o efeito Doppler. **b)** v_A = -3,647.10^6 m/s ; v_B = 8,206.10^6 m/s

22) 531 Mpc; 1,73.10^9 anos **23) a)** 1,396.10^5 al **b)** 71,32° **c)** -300,79 km/s ; 10^{-3} **d)** -20,06 **e)** Ver resolução.

24) Ver resolução. **25)** $\lambda \leq$ 0,955 mm **26) a)** 0,4" **b)** 0,05"

Tabelas e constantes

Alfabeto grego

Maiúscula	Minúscula	Pronúncia
A	α	alfa
B	β	beta
Γ	γ	gama
Δ	δ	delta
E	ε	épsilon
Z	ζ	dzeta
H	η	eta
Θ	θ	teta
I	ι	iota
K	κ	capa
Λ	λ	lâmbda
M	μ	mi

Maiúscula	Minúscula	Pronúncia
N	ν	ni
Ξ	ξ	ksi
O	ο	ômicron
Π	π	pi
P	ρ	rô
Σ	σ	sigma
T	τ	tau
Y	υ	ípsilon
Φ	ϕ ,φ	fi
X	χ	qui
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	ômega

Distâncias

Nome	Símbolo	Valores
Unidade astronômica	UA	1 UA = 1,496.10^{11} m
Ano-luz	al	1 al = 9,461.10^{15} m = 63 240 UA
Parsec	pc	1 pc = 3,086.10^{16} m = 206 264,806 UA = 3,262 al

Constantes físicas

Constantes físicas	Símbolo	Valores
carga elétrica elementar	e	$1{,}602.10^{-16}$ C
massa de repouso do elétron	-	$9{,}109.10^{-31}$ kg
massa de repouso do próton	-	$1{,}673.10^{-27}$ kg
massa de repouso do nêutron	-	$1{,}675.10^{-27}$ kg
constante de Avogadro	N_A	$6{,}022.10^{23}$ mol^{-1}
constante de Planck	h	$6{,}626.10^{-34}$ J.s
constante dos gases	R	8,314 J/(K.mol)
constante da gravitação universal	G	$6{,}673.10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$
velocidade da luz no vácuo	c	$2{,}998.10^{8}$ m/s
constante de Stefan - Boltzmann	σ	$5{,}670.10^{-8}$ $W/(m^2.K^4)$
constante de Boltzmann	k	$1{,}381.10^{-23}$ J/K
constante de Wien	b	$2{,}898.10^{-3}$ m.K
constante de Hubble	H_0	67,80±0,77 km/(s.Mpc)
unidade de massa atômica	u.m.a	1 u.m.a. = $1{,}67.10^{-27}$ kg

Dados da Lua

Propriedades	Valores
Massa	$7{,}349.10^{22}$ kg
Raio médio	$1{,}737.10^{6}$ m
Distância média Terra - Lua	$3{,}844.10^{8}$ m
Densidade média	3,36 g/cm^3
Aceleração da gravidade na superfície	1,62 m/s^2
Temperatura	de -170°C a 120°C
Distância média a Terra	$3{,}78.10^{8}$ m

Constantes matemáticas

Constantes	Valores (≈)
π	3,141593
e	2,718282
1 rad	57,29578°
1°	0,017453 rad
1´´	$4{,}848.10^{-6}$ rad

Dados dos do Sol (☉)

Propriedades	Valores
Massa	$1{,}989.10^{30}$ kg
Raio	$6{,}955.10^{8}$ m
Temperatura efetiva	5780 K
Luminosidade	$3{,}96.10^{26}$ W
Magnitude visual aparente na banda V	-26,78
Magnitude visual absoluta na banda V	4,75
Magnitude bolométrica absoluta	4,72
Inclinação do equador com a eclíptica	7°15´
Diâmetro angular aparente	30´
Distância ao centro da galáxia	8,5 kpc

Dados da Terra (⊕)

Propriedades	Valores
Massa	$5{,}974.10^{24}$ kg
Raio polar	$6{,}357.10^{6}$ m
Raio equatorial	$6{,}378.10^{6}$ m
Raio da esfera de mesmo volume	$6{,}371.10^{6}$ m
Perímetro aproximado da linha do equador	40 000 km
Volume	$1{,}087.10^{21}$ m^3
Densidade média	5,52 g/cm^3
Constante solar	1366 W/m^2
Velocidade orbital média	29,783 km/s
Distância média ao Sol	$1{,}49.10^{11}$ m
Aceleração da gravidade ao nível do mar a 45° de latitude	9,807 m/s^2

Dados aproximados do Sistema Solar

	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno
Diâmetro Equatorial (km)	4878	12100	12756	6786	142984	120536	51108	49538
Massa ($M_\oplus$)	0,055	0,815	1	0,107	317,9	95,2	14,6	17,2
Distância média ao Sol (10^6 km)	57,9	108,5	149,6	227,9	778,3	1423,6	2867	4488
Excentricidade da Órbita	0,206	0,0068	0,0167	0,093	0,048	0,056	0,046	0,010
Inclinação do eixo em relação à normal ao plano da órbita	0,1°	177°	23°27´	25°59´	3°05´	27°44´	98°	30°
Período de Revolução (d=dias, a=anos)	87,9 d	224,7 d	365,25d	686,98d	11,86a	29,46a	84,04a	164,8a
Período de Rotação (d=dias, h=hora)	58,6d	-243d	23h56m	24h37m	9h48m	10h12m	-17h54m	19h6m
Densidade (g/cm^3)	5,4	5,2	5,5	3,9	1,3	0,7	1,3	1,6
Principais Componentes Atmosfera	traços de Na,He,H, O	98%CO_2, 3,5%N	78%N_2, 21%O_2	95%CO_2, 3%N	90%H, 10%He	97%H, 3%He	83%H, 15%He,CH_4	74%H, 25%He, CH_4
Gravidade Superficial em relação à Terra ($g_\oplus$)	0,37	0,88	1	0,38	2,64	1,15	1,17	1,18