Questão 1	Periélio	1,03 U.A.
	Afélio	16,07 U.A

Questão 1 - espaço para o cálculo

Resposta:

Do quadrinho, temos que o período $P = 25$ anos.

Como $P^2 = a^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{(25)^2} \rightarrow a \cong 8{,}55\ U.A.$

Da equação da elipse em coordenadas polares, temos: $r = \frac{a(1-\epsilon^2)}{1+\epsilon\cos\theta}$

Então: $r_{periélio}(\theta = 0^o) = a(1-\epsilon) \rightarrow r_{periélio} = 8{,}55 \times (1-0{,}88) \cong 1{,}03\ U.A.$

$r_{afélio}(\theta = 180^o) = a(1+\epsilon) \rightarrow r_{periélio} = 8{,}55 \times (1+0{,}88) \cong 16{,}07\ U.A.$

Questão 2	taxa anual	1,01 cm/ano

Questão 2 - espaço para o cálculo

A força centrípeta que o Sol exerce sobre um planeta de massa ***m*** que se move com velocidade ***v*** a uma distância ***r*** do Sol, é dada por:

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

Quem exerce esta força *F* é a gravidade, que pela Lei da Gravitação Universal é dada por:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

Podemos igualar as duas equações e resolver para *r*: $m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \rightarrow r = G\frac{M}{v^2}$

O momento angular *L* da Terra em sua órbita é dado por: $L = mvr \leftrightarrow v = \frac{L}{mr}$

Substituindo o valor de ***v*** na equação anterior, temos: $r = G\frac{Mm^2r^2}{L^2}$

De onde tiramos o valor do produto *rM*: $rM = \frac{L^2}{Gm^2}$

Nessa equação *L* é constante, *G* é constante e ***m*** também é. Isso significa que o produto *rM* se mantém constante sempre:

Sejam *r* e *M* o raio da órbita da Terra e da massa do Sol no início e r_1 e M_1 o raio da órbita da Terra e da massa do Sol 1 ano depois, temos:

$$rM = r_1M_1$$

Como: $\Delta M = M_1 - M$ e $\Delta r = r_1 - r$

Substituindo: $rM = (r + \Delta r)(M + \Delta M) \rightarrow rM = rM + r\Delta M + \Delta rM + \Delta r\Delta M$

Resolvendo para Δr, temos: $\Delta r = -\frac{r\Delta M}{M+\Delta M}$

Podemos desprezar a variação da massa do Sol em 1 ano em relação a sua massa total e escrever:

$$\Delta r = -\frac{r\Delta M}{M}$$

$$\Delta M = -4{,}26 \times 10^9\frac{kg}{s} \times 3600\frac{s}{h} \times 24\frac{h}{dia} \times 365\frac{dia}{ano} \cong -1{,}34 \times 10^{17}\frac{kg}{ano}$$

Substituindo-se os valores:

$$\Delta r = -\frac{(149{,}6 \times 10^9)(-1{,}34 \times 10^{17})}{(1{,}99 \times 10^{30})} \rightarrow \Delta r \cong 1{,}01 \times 10^{-2}\frac{m}{ano} = 1{,}01\,cm/ano$$

Questão 3	a) altura h	~$1{,}70\times10^{7}$ m ou 17.000 km
	b) diâmetro	13,9 cm ~14 cm

Questão 3 - espaço para o cálculo

a)A força centrípeta que Marte exerce sobre um satélite de massa ***m*** que se move com velocidade ***v*** a uma distância ***r*** de Marte, é dada por:

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

Quem exerce esta força F é a gravidade, que pela Lei da Gravitação Universal é dada por:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

Podemos igualar as duas equações e resolver para v: $m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \rightarrow v^2 = G\frac{M}{r}$

Substituindo a velocidade linear pela angular, temos: $\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = G\frac{M}{r} \rightarrow r^3 = G\frac{MT^2}{4\pi^2}$

Substituindo-se os valores:

$$r^3 = \frac{(6{,}67\times10^{-11})(6{,}42\times10^{23})(88800)^2}{4\pi^2} \cong 8{,}55\times10^{21}\ m^3$$

A altura h será (r - o raio de Marte): $h = \sqrt[3]{8{,}55\times10^{21}} - 3{,}40\times10^6 \cong 1{,}70\times10^7 m = 17.000\ km$

b) Comecemos por calcular o valor da Constante Solar em Marte, desprezando-se os efeitos da atmosfera marciana.

Aplicando-se a lei do inverso do quadrado para o comportamento do fluxo com a distância, temos:

$$\left(\frac{149{,}6\times10^9}{227{,}9\times10^9}\right)^2 \cong \left(\frac{1{,}00}{1{,}52}\right)^2 \cong 0{,}43$$

A Constante Solar em Marte é cerca de 0,43 vezes a Constante Solar na Terra e é o fator que deve ser aplicado ao diâmetro da célula de arsenito de gálio para que ela tenha a mesma eficiência energética em Marte que na Terra:

$$\emptyset = \frac{6{,}0\ cm}{0{,}43} \cong 13{,}9\ cm \approx 14\ cm$$

Questão 4	fração	8,29 %

Questão 4 - espaço para o cálculo

Proposta de solução: Uma estrela é circumpolar em latitudes superiores a sua declinação; logo, Schedar é circumpolar nas regiões com latitude superior a $+56°32'14''$. Convertendo essa latitude para graus, obtemos:

$$\varphi = 56° + \frac{32}{60}^{\circ} + \frac{14}{3600}^{\circ} = 56,537° \tag{30}$$

A região acima dessa latitude corresponde a uma calota esférica de altura $h = R_T(1 - \sin\varphi)$. Logo:

$$h = 0,1658 R_T \tag{31}$$

Assim, razão entre a área da calota e área superficial total da Terra é:

$$x = \frac{2\pi R_T h}{4\pi R_T^2} = \frac{0,1658}{2} = 0,0829 = 8,29\% \tag{32}$$

Questão 5	a) Irradiância	$766{,}3\times10^{-6}$ W/m^2
	b) tempo	400×10^{6} anos ou 400 milhões da anos

Questão 5 - espaço para o cálculo

a) Irradiância da luz do Sol refletida na Lua cheia que chega até nós pode ser calculada através da luminosidade do Sol, da distância da Lua cheia ao Sol, da área de sua seção reta (ou efetiva), do seu albedo e da distância da Lua à Terra.

Então:

$$L_L = \frac{L_\odot}{4\pi(d_{S-L})^2} \times \pi(r_L)^2 \times a_L \rightarrow L_L = \frac{3{,}83 \times 10^{26} W}{4\pi(149{,}6 \times 10^9 m + 3{,}84 \times 10^8 m)^2} \times \pi(1{,}74 \times 10^6 m)^2 \times 0{,}11$$

$$L_L \cong 1{,}42 \times 10^{15}\ W$$

A irradiância que chega até nós será: $\frac{L_L}{4\pi(d_{T-L})^2}$

Substituindo-se os valores: $\frac{1{,}42\times10^{15}\ W}{4\pi(3{,}84\times10^{8}\ m)^2} \cong 766{,}3 \times 10^{-6}\ W/m^2$

b) Equacionando o problema, temos:

$$\frac{L_\odot}{4\pi(d_{S-L})^2 4\pi(d_{T-L})^2} \times \pi(r_L)^2 \times a_L = 500 \times 10^{-6}\ W/m^2$$

$$(d_{S-L})^2(d_{T-L})^2 = \frac{3{,}83 \times 10^{26}}{16\pi(5 \times 10^{-4})} \times (1{,}74 \times 10^6)^2 \times 0{,}11 \cong 5{,}07 \times 10^{39} m^2$$

$$(d_{S-T} + d_{T-L})(d_{T-L}) = \sqrt{5{,}07 \times 10^{39}} \cong 7{,}12 \times 10^{19}\ m$$

$$(d_{T-L})^2 + (149{,}6 \times 10^9)(d_{T-L}) - 7{,}12 \times 10^{19} = 0$$

$$d_{T-L} = \frac{-(149{,}6 \times 10^9) \pm \sqrt{(149{,}6 \times 10^9)^2 - 4(-7{,}12 \times 10^{19})}}{2}$$

$$d_{T-L} = -300{,}0 \times 10^{11}\ m ou d_{T-L} = 400{,}0 \times 10^6\ m$$

O tempo que o vampiro precisaria esperar é o tempo para a Lua chegar a esta distância:

$$\frac{4{,}0 \times^8 - 3{,}84 \times 10^8 m}{4{,}0 \times 10^{-2}\ m/ano} = 400{,}0 \times 10^6\ anos$$

ou 400milhões de anos

Questão 6	a) latitude ϕ	75°S ou -75°
	b) longitude λ	137° 30' W

Questão 6 - espaço para o cálculo

a) A distância angular de Acrux ao Polo Sul Celeste será: 90º - 63º = 27º

Logo, o Polo Sul Celeste encontra-se a uma altura h = 48º + 27º = 75º

Portanto, a latitude da ilha é de aproximadamente ϕ = 75º S (ou ϕ = – 75º)

b) No início de agosto, o Sol encontra-se a uma ascensão reta de, aproximadamente 9*h*, pois decorreu metade do tempo entre o Solstício de Inverno (α = 6*h*) e o Equinócio de Primavera (α = 12*h*).

Assim, o Sol encontra-se em uma culminação inferior 3*h*30*min* antes de Acrux.

Logo, a culminação inferior do Sol na ilha ocorre quando o relógio marca 6:10 am.

Portanto, a ilha se encontra 6,167×15º ≅ 92,5º oeste do meridiano de Brasília.

A longitude da ilha será, portanto: 92º30' + 45º → λ = 137º 30' W

Questão 7	a) forma da órbita	parabólica
	b) velocidade	$4{,}21\times10^4$ m/s
	c) sim ou não? (cálculo obrigatório)	não

Questão 7 - espaço para o cálculo

Proposta de solução: a) Se a energia da órbita é nula, sua forma é parabólica.

b) A energia total é:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 \tag{26}$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{R_{Terra-Sol}}} = 4,21 \times 10^4 m/s \tag{27}$$

c) A distância entre o Sol e Saturno no periélio é $R = (1-e)a = 9,02$UA. Pela mesma expressão do item anterior:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{R_{Saturno-Sol}}} = 1,40 \times 10^4 m/s \tag{28}$$

A velocidade limite para a sonda entrar em órbita de Saturno será:

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{2GM_{Saturno}}{d}} = 1,35 \times 10^4 m/s \tag{29}$$

Como $v > v_{lim}$, a sonda não será capturada pela gravidade do planeta.

Questão 8	Velocidade orbital	165 km/s

Questão 8 - espaço para o cálculo

Proposta de solução: Pela relação entre magnitudes, temos a magnitude absoluta da galáxia:

$$M = m - 5\log\frac{d}{10} = 7,6 - 5\log 4,5\times10^5 = -20,7 \qquad (51)$$

Comparamos esse resultado com a magnitude absoluta do Sol para obtermos a luminosidade da galáxia:

$$-20,7 - 4,83 = -2,5\log\frac{L}{L_\odot} \quad \Rightarrow \quad L = 10^{25,5/2,5}L_\odot \qquad (52)$$

$$\Rightarrow \quad L = 1,58\times10^{10}L_\odot \qquad (53)$$

Como todas as estrelas da galáxia são consideradas como idênticas ao Sol, a massa total das estrelas da galáxia é:

$$M = 1,58\times10^{10}M_\odot = 3,14\times10^{40}kg \qquad (54)$$

Adicionando a matéria escura na proporção dada, a massa total é $M_{total} = 4M$. Logo:

$$M_{total} = 1,26\times10^{41}kg \qquad (55)$$

Assim, calculamos a velocidade de rotação a $10kpc$ como a velocidade orbital para a dada massa.

$$v = \sqrt{\frac{GM_{total}}{R}} = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times1,26\times10^{41}}{3,086\times10^{20}}}m/s \qquad (56)$$

$$\Rightarrow \quad v = 1,65\times10^5 m/s = 165km/s \qquad (57)$$

Questão 9	a) distância	14,6 km
	b) distância	104 km

Questão 9 - espaço para o cálculo

Resolução:

A resolução angular é dada por $\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$, onde λ é o comprimento de onda e D a abertura do instrumento.

A separação angular dos faróis é $\theta = \frac{a}{r}$ onde *a* é a distância entre os faróis e *r* a distância ao observador.

Igualando as duas relações temos: $d = \frac{aD}{1{,}22\lambda}$

Resolvendo para D_1 = 7 mm e D_2 = 50 mm chegamos a **d_1= 14,6 km e d_2= 104 km.**

Obs.: Espera-se que o candidato saiba interpretar que a abertura de um binóculo 10x50 é de 50 mm.

Questão 10	distância	2,34 U.A.

Questão 10 - espaço para o cálculo

Na oposição a distância entre o asteroide e a Terra é de $\boldsymbol{d_{op}} = \boldsymbol{r_a - r_T}$, onde r_a é o raio orbital do asteroide e $r_T = 1$ UA.

Na quadratura a distância é $d_q = \sqrt{r_a^2 - r_T^2}$

O tempo de ida do sinal é igual ao tempo de volta, portanto $\boldsymbol{t_{op}}$ **(s) = (**$\boldsymbol{t_q}$ **- 387,8) s.**

Como o tempo de recepção dos sinais é obtido dividindo a distância percorrida pelo sinal pela velocidade da luz, obtemos $\boldsymbol{t_{op} = \frac{r_a - r_T}{c}}$ e $\boldsymbol{t_q = \frac{\sqrt{r_a^2 - r_T^2}}{c}}$

Substituindo essas igualdades na equação do tempo de viagem do sinal e resolvendo para r_a obtemos:

$\boldsymbol{r_a}$ **= 2,34 U.A.**

Questão 11	Δm	2,62 mag

Questão 11 - espaço para o cálculo

Sejam r_1 e r_2 as distâncias do periélio e afélio, e E_1 e E_2 a intensidade da luz solar que atinge o asteroide. A diferença de magnitude do Sol visto desde o asteroide no periélio e afélio pode ser escrita como

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0.4\Delta m_S \quad (1)$$

Como o único fator variável é a distância, podemos escrever também que

$$E_1 / E_2 = r_2^{\ 2} / r_1^{\ 2} \quad (2)$$

Obtendo

$$\lg \frac{r_2}{r_1} = 0.2\Delta m_S \quad (3)$$

Para um observador no Sol, o brilho do asteroide *E '* é proporcional à luz solar refletida pelo mesmo *E* e à fração da área do asteroide iluminada *S*, e inversamente proporcional ao quadrado da distância *r*. Portanto, para o periélio temos

$$E_1{}' \propto \frac{E_1 \cdot S}{r_1^{\ 2}}$$

e para afélio

$$E_2{}' \propto \frac{E_2 \cdot S}{r_2^{\ 2}}$$

Rearranjando e substituindo em (2) temos:

$$\frac{E_1{}'}{E_2{}'} = \frac{r_2^{\ 4}}{r_1^{\ 4}}$$

Similramente a (1), podemos escrever a diferença de magnitude do asteroide visto desde o Sol no periélio e afélio como

$$\lg \frac{E_1{}'}{E_2{}'} = 0.4\Delta m_A$$

Obtendo

$$\lg \frac{r_2}{r_1} = 0.1\Delta m_A \quad (4)$$

Comparando (4) e (3), obtemos finalmente

$$\Delta m_S = \frac{\Delta m_A}{2}$$

$$\Delta m_S = 2.62^m$$

Questão 12	velocidade	600 km/s

Questão 12 - espaço para o cálculo

Resolução:

Seja ΔT a diferença de temperaturas, e *T* a temperatura média da RCF. Usando a lei do deslocamento de Wien

$$\lambda = \frac{0.29}{T} \quad \text{[cm]}$$

Podemos escrever para o apex e anti-apex:

$$\lambda_1 = \frac{0.29}{T + \frac{\Delta T}{2}} \quad \text{[cm]}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.29}{T - \frac{\Delta T}{2}} \quad \text{[cm]}$$

A velocidade da Terra pode ser obtida através do deslocamento Doppler do comprimento de onda do apex (ou anti-apex) com relação à temperatura média

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} = \frac{0.29 \times 2\Delta T}{4T^2 - \Delta T^2}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Assim obtemos:

$$v = \frac{2cT\Delta T}{4T^2 - \Delta T^2} = 600 \quad \text{km / sec}$$

Questão 13	a) FOV	62 minutos de arco
	b) novo FOV	24,8 minutos de arco

Questão 13 - espaço para o cálculo

a) O FOV = tempo de deriva ×velocidade angular da estrela×cos(declinação da estrela).

O cos(declinação da estrela) é o fator de ajuste para a velocidade de deriva

Substituindo-se os valores:

$$FOV = (5{,}3 \times 60\ s) \times \left(\frac{360^{o} \times 60''}{86164\ s}\right) \cos(39^{o}) \cong 61{,}9 \approx 62\ minutos\ de\ arco$$

b) O novo FOV será 62 minutos de arco / 2,5 = 24,8 minutos de arco