



PROVA PRESENCIAL – TEÓRICA P2
SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA
XII IOAA e X OLAA de 2018

Nota Final _____

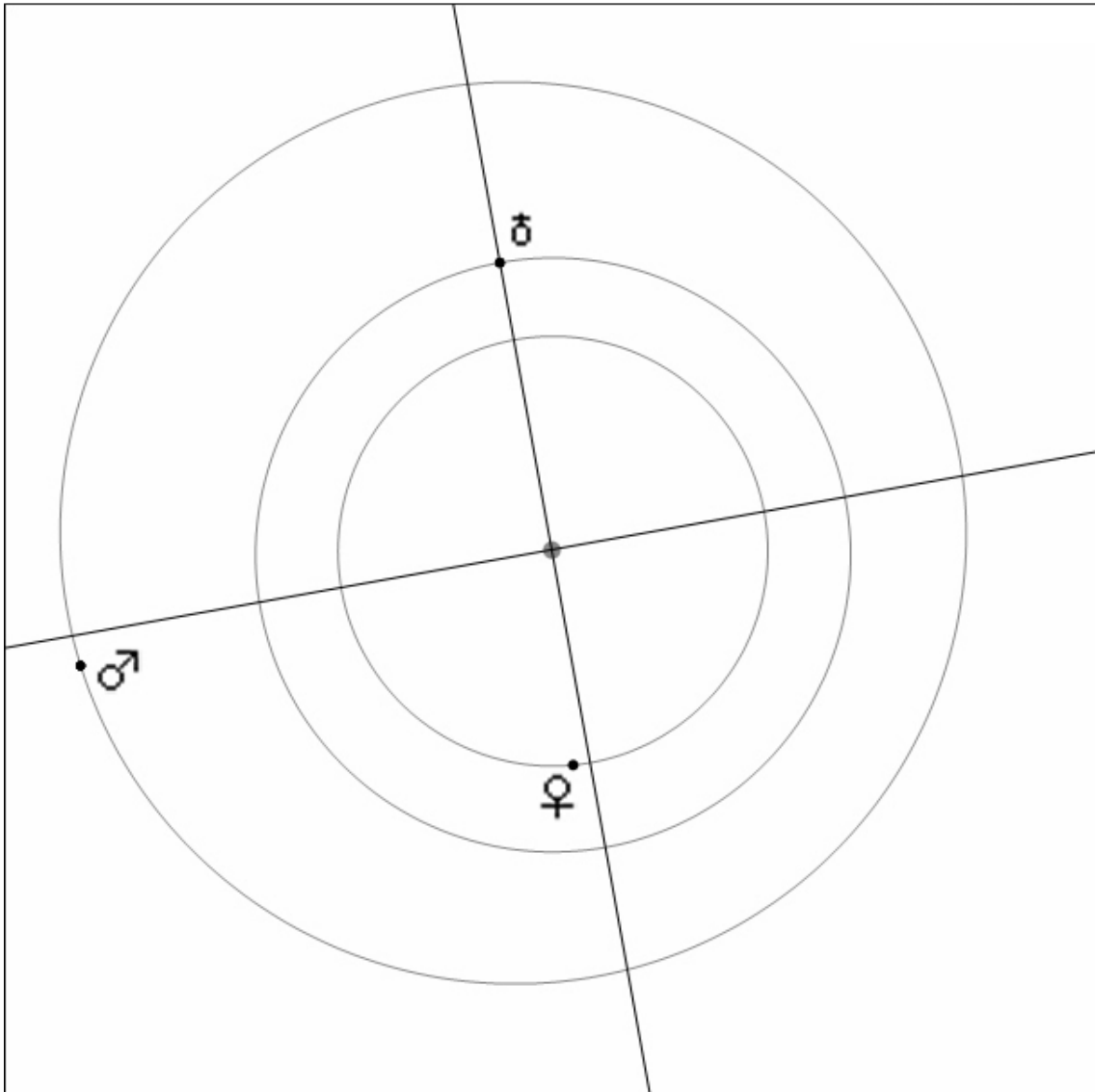
Escreva aqui a sua identificação:

Instruções

1. Escreva a sua identificação em **TODAS** as folhas de respostas;
2. Escreva o Número de cada Questão na folha de resposta;
3. A duração da prova é de 4 (quatro) horas;
4. Essa prova vale 10 pontos e tem peso 4 para a média final;
5. A prova é individual e sem consultas;
6. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
7. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada;
9. Duas folhas de papel milimetrado serão disponibilizadas para os gráficos;
10. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas;
11. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e não precisam ser entregues junto com a prova e as folhas de respostas;
12. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Eles podem ser feitos a lápis, mas a resposta final deverá ser a caneta. Utilize para isso o espaço reservado em cada uma das folhas de respostas. Às respostas ainda que corretas, mas sem o desenvolvimento, serão associadas à nota zero.
13. Ao final da prova devolva esse caderno de questões e as folhas de respostas.

| Questão | Nota | Questão | Nota |
|---------|------|---------|------|
| 1 | | 6 | |
| 2 | | 7 | |
| 3 | | 8 | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| TOTAL | | | |

1. O esquema abaixo representa o plano das órbitas e as posições heliocêntricas dos planetas Vênus, Terra e Marte, em 1º de janeiro de 2018 (data juliana modificada: 58118).



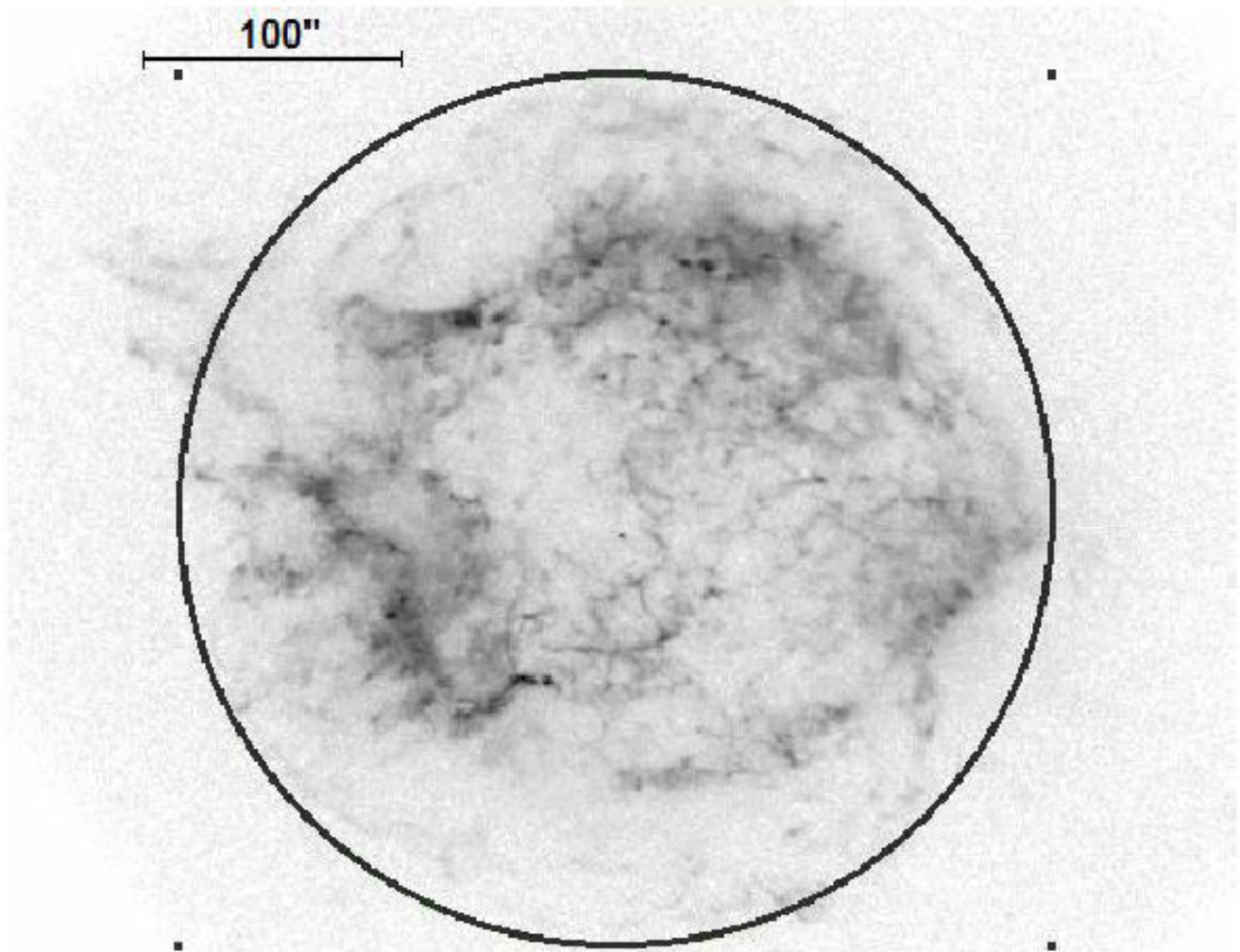
Represente, nos esquemas correspondentes aos planetas, os seguintes **fenômenos geocêntricos**:

- Conjunção Superior de Vênus**, em 9 de janeiro (data juliana modificada: 58127);
- Quadratura de Marte**, em 24 de março (data juliana modificada: 58201);
- Oposição de Marte**, em 27 de julho (data juliana modificada: 58326);
- Conjunção Inferior de Vênus**, em 26 de outubro (data juliana modificada: 58417);
- Quadratura de Marte**, em 2 de dezembro (data juliana modificada: 58454).

Para facilitar as contas, considere os períodos orbitais de Vênus e de Marte como sendo de aproximadamente 224 dias e 688 dias, respectivamente.

Os esquemas estão nas folhas de respostas.

2. Cassiopeia A (Cas A) é um remanescente de supernova (SNR, em inglês) localizado na constelação de Cassiopeia. É um objeto da Via Láctea situado a uma distância de $d = 3400 \text{ pc}$. Uma imagem de raio-X do Cas A foi obtida usando o *Chandra Space Observatory* e o negativo desta imagem é mostrado na figura abaixo. Os limites da região SNR são marcados por um círculo. A escala da imagem é mostrada no canto superior esquerdo da figura. Um ponto localizado perto do centro do círculo é a estrela de nêutrons, o núcleo restante da estrela colapsada. As marcas quadradas, fora do círculo, são dadas como referências para se determinar o centro do círculo.



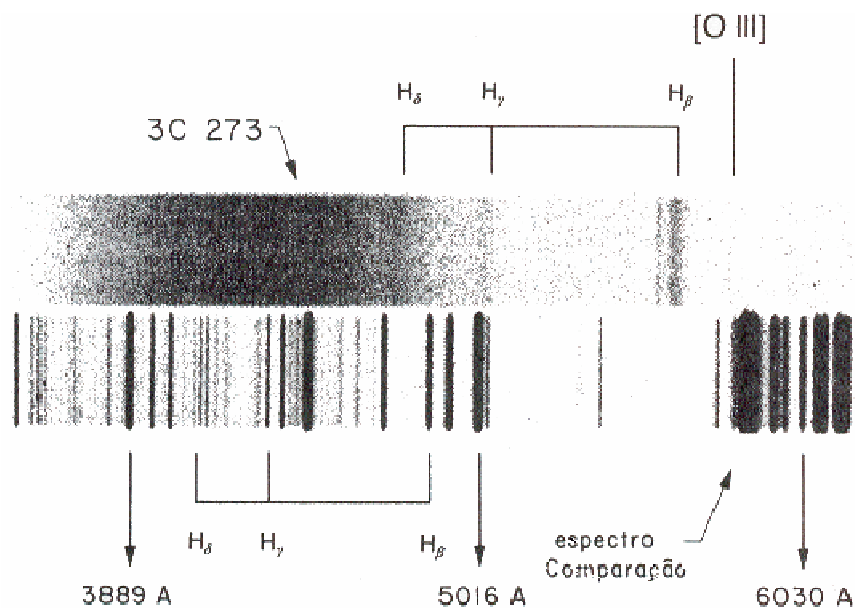
Suponha que a quantidade de energia liberada na explosão da supernova foi de $E_{\text{SN}} \approx 10^{46} \text{ J}$, 1% dos quais impulsiona a expansão do remanescente. A densidade média da matéria no SNR é $\rho \approx 10^{-21} \text{ kg/m}^3$.

Na imagem, as partes mais escuras correspondem a regiões com mais massa e estão distribuídas a distâncias de cerca de 60% do seu raio. Considere, então, que a maior parte do SNR esteja distribuída a essa distância.

- Suponha que o SNR seja uma esfera com o raio R . Usando uma régua, **estime o tamanho angular** de R ;
- Estime a quantidade total de matéria** contida nesta esfera;
- Estime a velocidade de expansão** do SNR;
- Supondo uma velocidade de expansão constante, **estime a idade** do SNR Cas A.
- Calcule a velocidade média** do movimento da estrela de nêutrons a partir do centro do SNR.

3. 3C273 é um dos quasares mais próximos de nós e um dos mais brilhantes. Para obtermos informação sobre qualquer objeto celeste analisa-se o seu espectro. Um espectro nos dá informação sobre a distância, a composição química, a densidade e a temperatura do objeto.

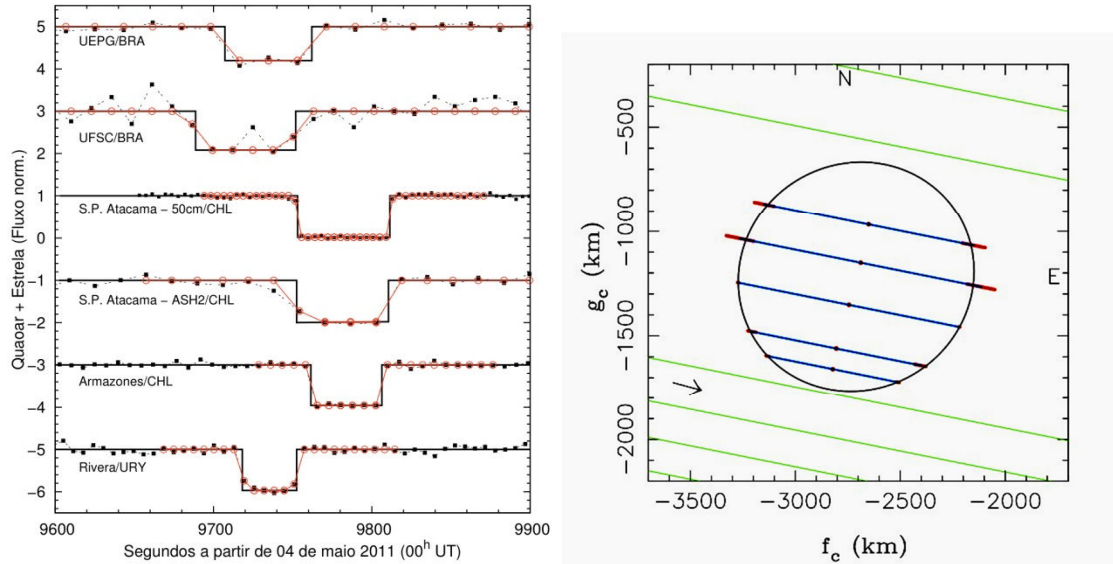
A figura abaixo traz o espectro observado de 3C273, juntamente com um espectro de comparação obtido em laboratório. Nela podemos observar que três linhas de emissão do hidrogênio ($H\delta$, $H\gamma$ e $H\beta$) estão deslocadas para o vermelho (*redshift*).



Para os itens a seguir, utilize a figura maior que se encontra na folha de respostas.

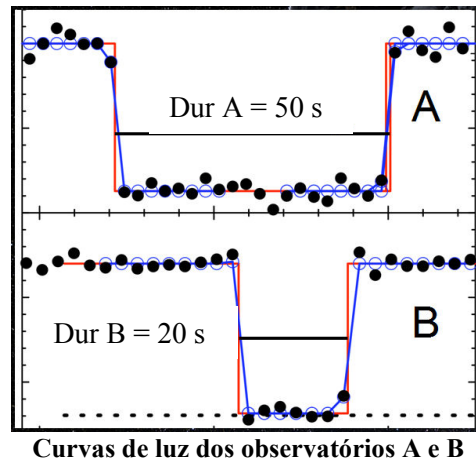
- Com o auxílio de uma régua, **estime os valores dos comprimentos de onda** observados e de laboratório do hidrogênio
- Usando as linhas de emissão $H\delta$, **calcule o *redshift* (z)** de 3C273;
- Calcule a velocidade de recessão (v)** deste quasar, sabendo que: $(1 + z)^2 = (c + v)/(c - v)$;
- Calcule o comprimento de onda** da linha de emissão do [O III] no referencial do laboratório e **localize** (indique com uma seta) sua posição no espectro de comparação;
- Estime a distância** deste quasar até nós.

4. Ocultação Estelar é a observação da passagem de um objeto “em frente” a uma dada estrela para um dado observador. A medida da duração do evento de diferentes locais permite determinar o tamanho e forma do objeto. Abaixo podemos ver exemplos de curvas de luz que representam uma medida do perfil do corpo feitas de diferentes lugares (figura abaixo, à esquerda). Dessas medidas obtêm-se as cordas de ocultação, cujos tamanhos são obtidos para cada observador, tendo em vista a duração do evento. Dessas cordas de ocultação calcula-se o raio e forma do objeto com boa precisão (figura abaixo, à direita).



À esquerda, curvas de luz de diferentes lugares obtidas por diferentes observadores. À direita, a geometria (cordas de ocultação) das observações.

Dois observatórios, A e B, detectaram uma ocultação estelar e cada observatório mediu uma curva de luz, cujas ocultações duraram 50 e 20 segundos, respectivamente (figura abaixo).



Sabe-se que o objeto deslocava-se no céu a uma velocidade de 15 km/s. Sabe-se, também, que a distância entre os observatórios é de 808 km.

Com as informações acima, **determine o raio do objeto**, supondo que ele, em primeira aproximação, seja esférico.

5. Em 2015, pesquisadores do observatório interferométrico *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory* (LIGO, na sigla em inglês) anunciaram a primeira detecção direta de ondas gravitacionais, as quais haviam sido previstas pela Teoria da Relatividade Geral, postulada por Albert Einstein. De acordo com esta teoria, uma assimetria de massa gera uma onda gravitacional que se propaga à velocidade da luz pelo espaço.

A medição de ondas gravitacionais fornece informações diretas sobre as fontes responsáveis pela emissão das mesmas, abrindo uma nova “janela” de estudo do universo, e assim, possibilitando a observação de eventos astrofísicos que não irradiam eletromagneticamente. As fontes astrofísicas de ondas gravitacionais podem ser divididas em três principais categorias: (1) sistemas binários de objetos, (2) fusão de objetos compactos, (3) explosão de objetos no final de sua fase evolutiva.

A amplitude (adimensional) de ondas gravitacionais é dada por:

$$h \sim \frac{G^2 \mu M}{c^4 r R}$$

Onde, G é a Constante Gravitacional Universal, c é a velocidade da luz, M é a soma (m_1+m_2) das massas dos objetos astrofísicos envolvidos, R é o tamanho característico da fonte, r é a distância da fonte até o observador e μ é massa reduzida do sistema, dada por $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$

a) Calcule a ordem de grandeza (10^n) da amplitude de ondas gravitacionais para as fontes descritas abaixo:

Fonte A: Um sistema binário constituído por duas estrelas de nêutrons com massas $m_1 = 1,7M_\odot$ e $m_2 = 2,0M_\odot$, em órbita circular de diâmetro $R = 250$ km, localizado no aglomerado de Virgo ($r \sim 15$ Mpc);

Fonte B: Sistema binário constituído de dois buracos negros supermassivos com massas $m_1 = m_2 = 10^3 M_\odot$, em órbita circular de diâmetro $R = 16000$ km, localizado no aglomerado de Virgo ($r \sim 15$ Mpc);

Fonte C: Sistema binário constituído por duas anãs brancas de massas $m_1 = 1,2M_\odot$ e $m_2 = 1,1M_\odot$, em órbita circular de diâmetro $R = 10000$ km, localizadas próximo ao centro de nossa galáxia ($r \sim 10$ kpc).

b) Calcule a ordem de grandeza (10^n) da frequência das ondas gravitacionais geradas pelas fontes descritas no item a, considerando o seguinte:

- A frequência produzida por uma onda gravitacional pode ser estimada com boa aproximação pela física newtoniana e será duas vezes a frequência natural:

$$f = 2f_0$$

onde o fator dois é devido à assimetria de massa aparecer alternadamente em dois lados do eixo de rotação.

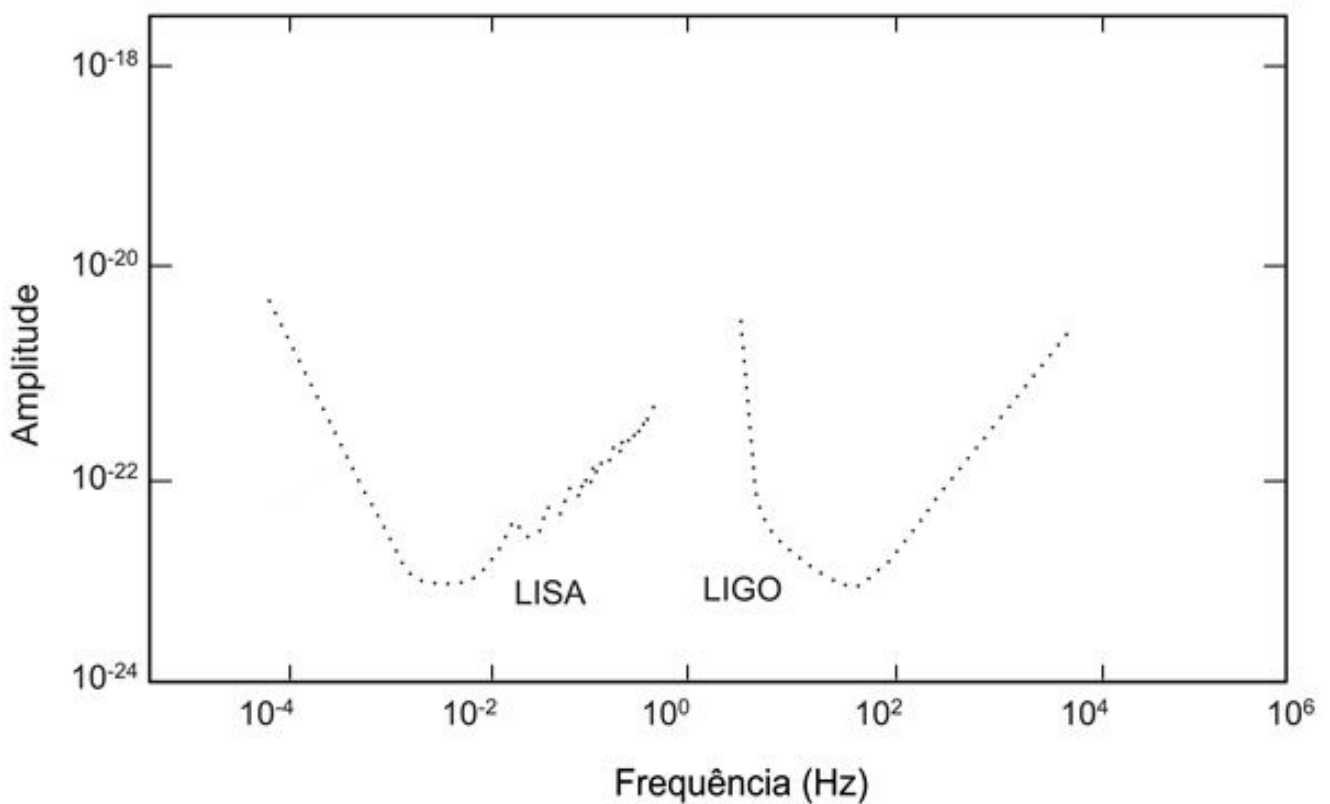
- Segundo a física newtoniana, um corpo de massa M e raio R , em rotação com velocidade angular w_0 em torno do seu centro de massa, possui uma frequência natural de rotação

$$f_0 = \frac{\omega_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

- M é a massa total do Sistema Binário ($M = m_1 + m_2$), como no item anterior.
- R é o tamanho característico da fonte, como no item anterior.

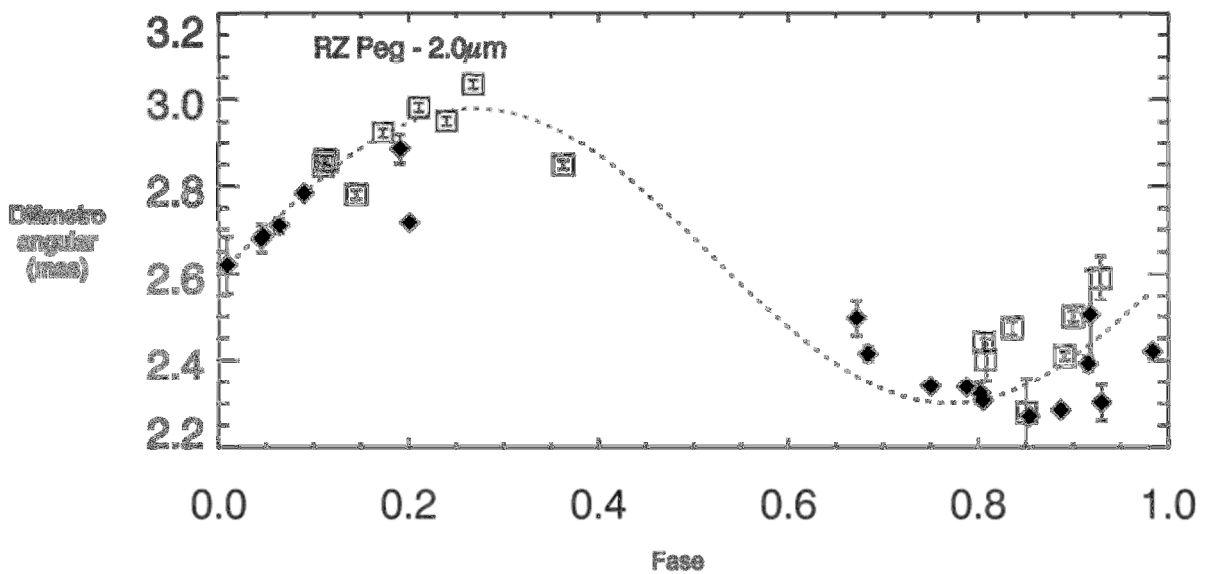
Na figura abaixo, as linhas pontilhadas mostram as curvas de sensibilidades das medidas de dois observatórios interferométricos: o *Laser Interferometer Space Antenna* (LISA) e *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory* (LIGO), em termos de amplitude e frequência. No gráfico, **qualquer ponto que tiver uma amplitude maior do que o definido pelos intervalos de frequências será detectado por um ou outro interferômetro, ou seja, basta que sua projeção vertical cruze com as linhas pontilhadas para que esta fonte possa ser detectada.**

c) Marque no gráfico abaixo os pontos **A, B, C**, de acordo com as ordens de grandezas das amplitudes e frequências calculadas para estas fontes.



d) Indique quais fontes geradoras de ondas gravitacionais (A, B e C) podem ser captadas por cada interferômetro (LISA e LIGO).

6. A estrela RZ Pegasi é uma variável pulsante do tipo Mira com período de 422 dias. Observações interferométricas dessa estrela realizadas com o *Palomar Testbed Interferometer* revelaram que seu diâmetro angular na banda K do infravermelho varia consideravelmente. A figura abaixo mostra a variação do diâmetro angular (em milissegundos de arco) em função da fase de pulsação. O melhor ajuste aos dados experimentais é indicado pela linha pontilhada.



A curva de luz observada de RZ Peg mostra que sua magnitude visual é de $m_{V1} = 12,0$ quando seu diâmetro é máximo e $m_{V2} = 8,4$ quando o diâmetro é mínimo. Sabe-se também que a distância até a estrela é de 1240 pc . Usando uma correção bolométrica $BC = -1,3 \text{ mag}$, e desprezando os efeitos de extinção interestelar, calcule:

- O **raio estelar**, em unidades astronômicas, nos momentos de brilho máximo e mínimo.
- A **luminosidade estelar**, em unidades de luminosidade solar, nos momentos de brilho máximo e mínimo.
- A **temperatura efetiva** da estrela nos momentos de brilho máximo e mínimo.
- O **comprimento de onda** no qual a estrela emite a maior quantidade de energia, nos momentos de brilho máximo e mínimo.

7. Um sistema exoplanetário possui um planeta orbitando sua estrela hospedeira em uma órbita circular, realizando trânsitos com período de 205 dias. A estrela emite a maior quantidade de energia no comprimento de onda $\lambda = 651 \text{ nm}$, e seu raio é $0,75 R_{\odot}$. Sabe-se que esta estrela está na sequência principal e obedece a uma razão massa-luminosidade tipo $L \propto M^{3,5}$.
- Encontre a temperatura** efetiva da estrela;
 - Encontre sua luminosidade**;
 - Encontre o raio do planeta**, sabendo que a profundidade máxima da curva de luz no trânsito equivale a um decréscimo de $2,1 \times 10^{-4}$ mag. Despreze qualquer emissão proveniente do planeta.
 - Encontre a separação** entre a estrela e o planeta. Considere que a massa do planeta é muito menor que a da estrela.
 - Observações espectroscópicas revelaram que o exoplaneta não possui atmosfera, possui rotação rápida e seu albedo é de 0,36. **Encontre sua temperatura de equilíbrio**. Considere que ele é um emissor perfeito.
8. A atmosfera terrestre absorve e espalha a luz das estrelas, num processo chamado coletivamente de extinção atmosférica. A magnitude dessa extinção depende principalmente da espessura da atmosfera que a luz estelar atravessa. Assim sendo, a extinção é mínima na direção do zênite, e máxima próxima ao horizonte.

A extinção é também dependente do comprimento de onda da luz. Medidas fotométricas realizadas em diferentes filtros são afetadas de maneira diferente pela extinção. Neste exercício iremos considerar medidas de magnitude estelar realizadas nos filtros B (azul) e V (visível).

Definimos a massa de ar X como a secante do ângulo zenital z : $X = \sec z$, de maneira que a massa de ar no zênite é igual a 1. A magnitude m_{λ} de uma estrela observada de fora da atmosfera utilizando um filtro centrado no comprimento de onda λ pode então ser encontrada medindo a magnitude no mesmo filtro observada do solo $m_{inst,\lambda}$ através da relação $m_{\lambda} = m_{inst,\lambda} - K_{\lambda} X$, onde K_{λ} é o coeficiente de extinção para o comprimento de onda λ . Este coeficiente pode ser determinado empiricamente medindo o brilho de uma estrela ao longo da noite, para diversos valores de massa de ar.

A Tabela a seguir apresenta medidas da magnitude de uma estrela nos filtros B e V tomadas ao longo de uma noite, junto com suas distâncias zenitais. Com base nesses valores, realize as seguintes tarefas:

- construa dois gráficos** de $m_{inst,\lambda}$ em função de X , um para cada filtro.
- Encontre os coeficientes** de extinção K_B e K_V
- Determine as magnitudes** B e V da estrela observada de fora da atmosfera
- Calcule o índice** de cor $(B-V)$ dessa estrela

| z (graus) | Bmag | z (graus) | Vmag |
|------------------|-------------|------------------|-------------|
| 35,1 | 17,309 | 35,4 | 16,280 |
| 35,2 | 17,303 | 35,4 | 16,302 |
| 35,8 | 17,288 | 35,5 | 16,302 |
| 35,9 | 17,287 | 35,5 | 16,278 |
| 45,6 | 17,351 | 45,3 | 16,312 |
| 51,1 | 17,373 | 50,2 | 16,351 |
| 51,6 | 17,372 | 50,8 | 16,337 |
| 57,4 | 17,435 | 58,6 | 16,383 |
| 59,1 | 17,474 | 60,1 | 16,408 |
| 59,6 | 17,477 | 60,5 | 16,415 |