OBA!

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA

PROVA PRESENCIAL – TEÓRICA P1 - gabarito

SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA

XI IOAA e IX OLAA de 2017

Nota Final_____

Escreva aqui a sua identificação:

Instruções

1. Escreva a sua identificação em **TODAS** as folhas de respostas;
2. Escreva o Número de cada Questão na folha de resposta
3. A duração da prova é de 4 (quatro) horas;
4. Essa prova vale 10 pontos e tem peso 4 para a média final;
5. A prova é individual e sem consultas;
6. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
7. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
8. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada;
9. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas;
10. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e não precisam ser entregues junto com a prova e as folhas de respostas;
11. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Inclusive para as questões de multipla escolha. Eles podem ser feitos a lápis, mas a resposta final deverá ser a caneta.Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Às respostas ainda que corretas, mas sem o desenvolvimento, serão associadas à nota zero.
12. Ao final da prova devolva esse caderno de questões e as folhas de respostas.

Questão	Nota	Questão	Nota	Questão	Nota	Questão	Nota
1		6		11		16	
2		7		12		17	
3		8		13		18	
4		9		14		19	
5		10		15		20	
TOTAL							

1. A Lua não gira em volta do centro de massa da Terra, mas sim, tanto a Terra quanto a Lua giram em torno do baricentro (centro de massa do sistema Terra-Lua). Este ponto está situado a 1.737 quilômetros abaixo da superfície terrestre ao longo da linha que liga a Terra à Lua.

   O Sistema Solar também tem seu baricentro, ao redor do qual giram o centro de massa do Sol e dos planetas com seus satélites. Levando em consideração apenas o planeta Júpiter:

   a) calcule a que distância do centro do Sol se encontra o centro de massa do Sistema Solar.

   b) Este ponto está dentro ou fora do Sol?

Resposta:

$M \times x = m \times (L - x) \leftrightarrow x = \frac{L}{\left(1+\frac{M}{m}\right)}$, onde M é a massa do Sol, m é a massa de Júpiter e L a distância Sol-Júpiter.

Substituindo os valores e resolvendo para x: $x = \frac{5{,}2\ U.A.}{\left(1+\frac{2\times10^{30}}{2\times10^{27}}\right)} \cong 5{,}2 \times 10^{-3} UA \equiv 7{,}8 \times 10^{8} m$

O raio do Sol, da tabela de constantes, vale **7,00×10^8 *m***, portanto o baricentro do Sistema Solar está fora do Sol.

2. Os buracos negros são um dos objetos mais incríveis encontrados no universo, despertando interesse e até perplexidade por parte tanto dos cientistas quanto da população em geral. Astrônomos classificam os buracos negros em quatro diferentes categorias: os buracos negros estelares, originados com o findar de uma estrela de alta massa; os buracos negros supermassivos, podendo ter uma massa de vários bilhões de massas solares e encontrados na região central de galáxias; buracos negros de massa intermediária, de massa entre algumas dezenas e um milhão de massas solares; buracos negros primordiais, tendo sido formados nos primórdios do universo, mas cuja existência ainda está no campo teórico.

   Vamos estudar o caso da fonte de raios-X chamada Cygnus X-1, que acredita-se tratar de um buraco negro estelar. Esta fonte de raios-X está localizada a uma distância de 6070 anos-luz da Terra na constelação de Cisne e próxima a regiões de formação estelar. Cygnus X-1 faz parte de um sistema estelar cuja companheira, uma estrela variável supergigante azul, tem parte de seu material atraído por Cygnus X-1, formando um disco de acreção que gira ao redor do buraco negro. Calcula-se, também, que o seu horizonte de eventos, ou seja, o Raio de Schawarzschild, é de cerca de apenas 44 km.

   A partir dos dados fornecidos, **estime a massa do buraco negro em massas solares.**

Resolução:

Podemos encontrar a massa do buraco negro aplicando a equação de Schwarschild,

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2}$$

e resolvendo para a massa: $M = \frac{R_{Sch}c^2}{2G} = \frac{44.000\ m\left(3\times10^{8}\ m\ s^{-1}\right)^2}{2\times6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}} \rightarrow M \cong 2{,}97 \times 10^{31}\ kg \approx 14{,}84\ M_{Sol}$

3. As estrelas emitem radiação em diversos comprimentos de onda. Entretanto, o pico de radiação, ou seja o comprimento de onda da radiação mais intensa emitida, depende da temperatura superficial da estrela. Tomemos como objetos de estudo as estrelas Rigel e Betelgeuse, que são duas estrelas brilhantes da constelação de Órion e das mais brilhantes do céu noturno. Responda às seguintes questões:

   a) Sabendo que o pico de radiação emitido por Rigel está em 252 nm, qual é a sua temperatura superficial, em Kelvin?

   b) Qual é o pico de radiação, em nm, de Betelgeuse sabendo que sua temperatura é de 3590 K.

Respostas:

a) Podemos usar a Lei de Wien, $\lambda_{max} T = A$

para acharmos a temperatura de Rigel: $T_{Rigel} = \frac{A}{\lambda_{max,Rigel}}$

Substituindo os valores: $T_{Rigel} = \frac{2{,}9\times10^{-3}\ m\,K}{2{,}52\times10^{-7}\ m} \cong 1{,}15 \times 10^{4}\ K = 11500\ K$

b) Ainda usando a Lei de Wien, podemos encontrar o pico de radiação de Betelgeuse: $\lambda_{max,Bet} = \frac{A}{T_{Bet}}$

Substituindo os valores: $\lambda_{max,Bet} = \frac{2{,}9\times10^{-3}\ m\,K}{3590\ K} \cong 8{,}08 \times 10^{-7}\ m = 808\ nm$

4. O Telescópio 1,6 m Perkin-Elmer é o principal telescópio do OPD/LNA e entrou em funcionamento em 1981. O espelho primário tem 1,6 metros de diâmetro e a razão focal no foco Cassegrain é f/10.

   a) Qual é a distância focal deste telescópio para o foco Cassegrain?

   b) Qual deve ser o diâmetro de um hipotético rádio telescópio trabalhando com λ = 10 cm, para ele ter a mesma resolução do Perkin-Elmer no visível? Considere $\lambda_{visível}$ = 550 nm.

Resposta:

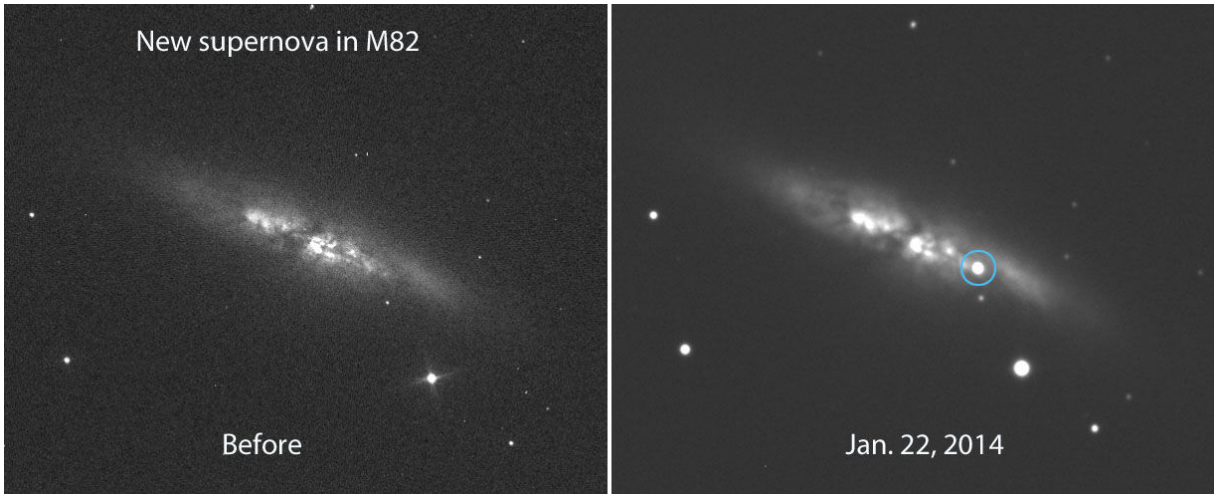
a) A razão focal vale 10, então $\frac{f}{D} = 10 \rightarrow \frac{f}{1{,}60\ m} = 10 \rightarrow f = 16{,}0\ m$

b) Dados: $\lambda_1 = 5{,}50 \times 10^{-7} m\ (visível);\ D_1 = 1{,}60\ m;\ \lambda_2 = 0{,}10\ m$

$$1{,}22\frac{\lambda_1}{D_1} = 1{,}22\frac{\lambda_2}{D_2} \Longrightarrow D_2 = \frac{D_1\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1{,}60 \times 0{,}1}{5{,}50 \times 10^{-7}} = 2{,}91 \times 10^5 m = 291\ km$$

5. As imagens abaixo trazem a descoberta, em 2014, de uma supernova na famosa galáxia M82 (Messier 82) na constelação da Ursa Maior. M82, e a sua vizinha, M81, são as mais proeminentes galáxias de um pequeno grupo localizado na vizinhança imediata do Grupo Local que inclui a nossa Via Láctea.

   A supernova, agora designada de SN2014J, foi uma supernova do tipo Ia que atingiu a magnitude aparente máxima de *m* = +8,4.



(O círculo na imagem à direita mostra a localização da supernova SN2014J na galáxia M82. Crédito: E. Guido, N. Howes, M. Nicolini, RemanzaccoObservatory)

a) Cite duas condições necessárias para que ocorra uma supernova do tipo Ia.

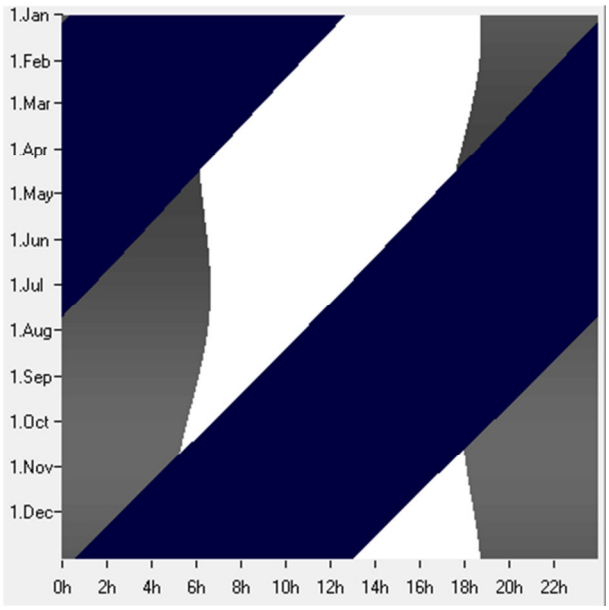
b) Sabendo que todas as supernovas Ia atingem a magnitude absoluta de *M* = -19,3, calcule a distância, em Mpc (1Mpc = 10^6pc), a que se encontra a galáxia M82.

Respostas: a) Que seja um sistema binário onde uma das componentes seja uma anã branca e a secundária precisa estar próxima o suficiente para preencher o lóbulo de roche, e assim transferir massa para a ana branca.

b) m = +8,4 e M = -19,3

Então: $m - M = 5\log(d) - 5 \rightarrow d = 10^{\frac{+8{,}4+19{,}3+5}{5}} \rightarrow d \cong 3{,}5 \times 10^6 pc = 3{,}5\ Mpc$

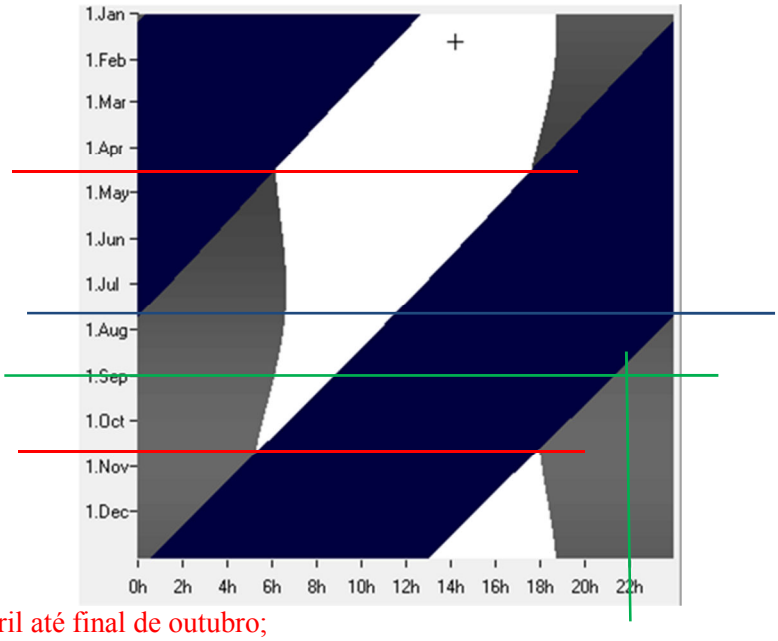
6. O gráfico abaixo traz a visibilidade diária (eixo horizontal) do planeta Urano ao longo do ano de 2017 (eixo vertical), para o Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom mais escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol. Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, responda às seguintes questões:

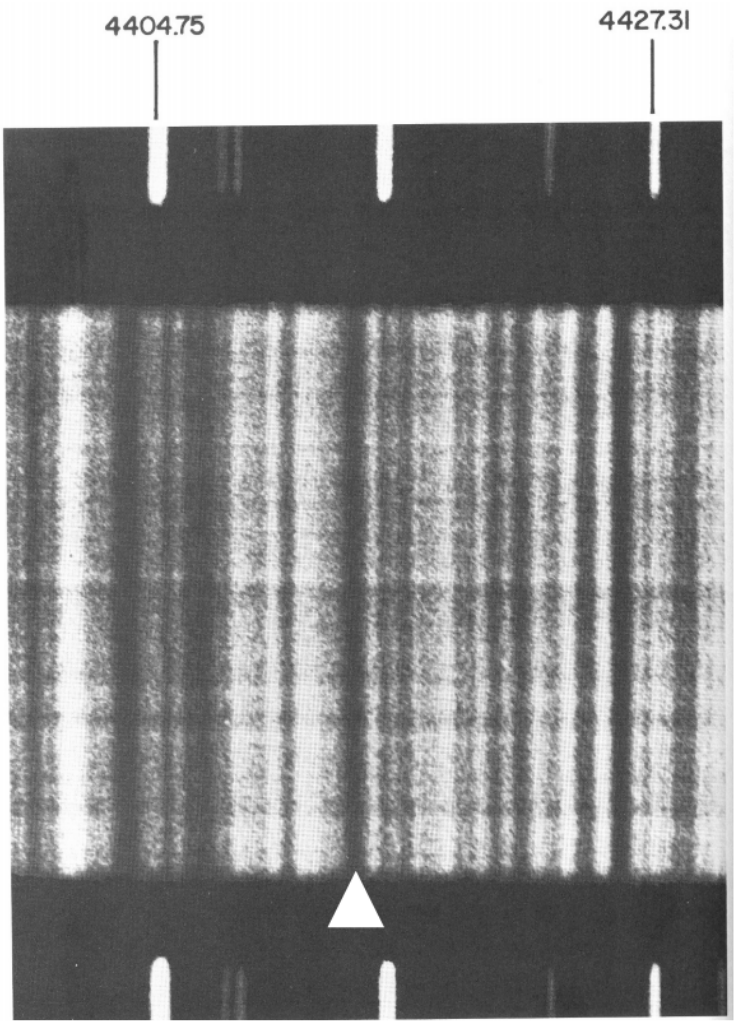
a) Em que período(s) poderemos observar Urano nascer, mas não observá-lo se pôr?
b) Em que período(s) Urano irá nascer já com o dia claro?
c) Às 22h de 1º de setembro, Urano estará a leste ou a oeste?
d) A partir de que data Urano poderá ser visto à meia-noite?

Respostas:

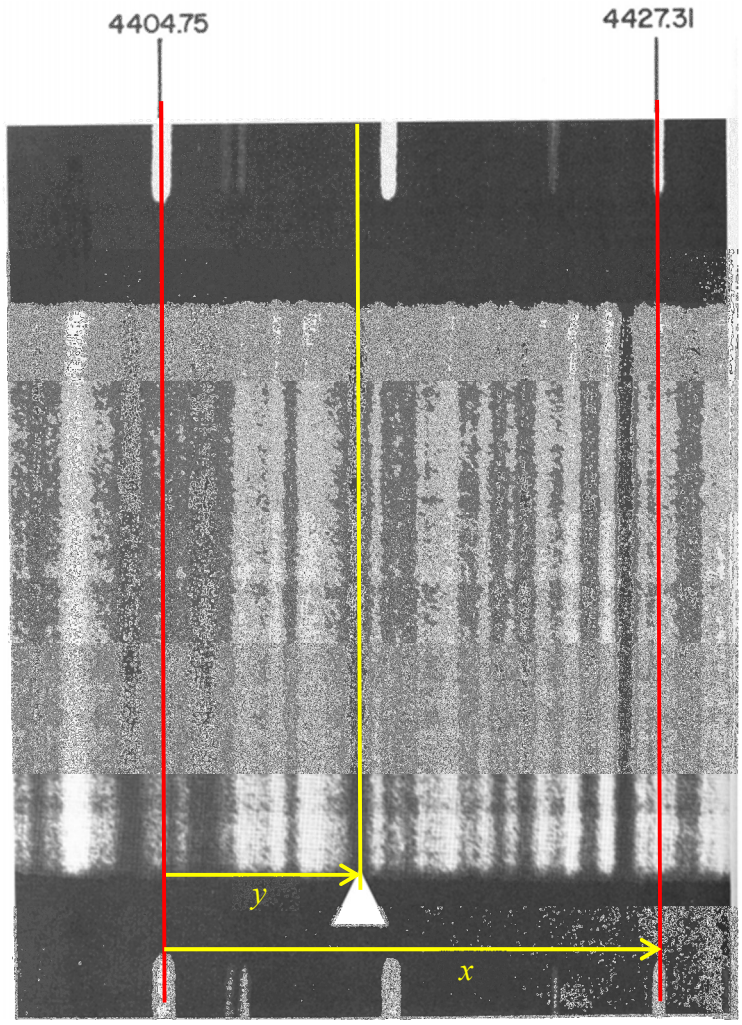


a) De meados de abril até final de outubro;
b) De 1º de janeiro até meados de abril e apartir do final de outubro (os períodos fora do intervalo do item anterior).
c) Urano terá acabado de nascer, portanto estará a leste;
d) A partir do final de julho, quase agosto.

7. A figura abaixo traz um espectrograma de uma estrela e linhas de comparação. O comprimento de onda de laboratório em Angstroms (Å) de duas dessas linhas de comparação é dado na parte de cima da imagem. O triângulo branco assinala uma linha de absorção no espectro da estrela cujo comprimento de onda medido em laboratório é 4415,13 Å. Com a ajuda de uma régua encontre o comprimento de onda observado e determine a velocidade radial v_r da estrela.



Resposta:



O comprimento de onda observado está entre 4404,75 Å e 4427,31 Å, como se vê no espectrograma.

Seu valor será 4404,75 Å + $d\lambda$.

Para determinar $d\lambda$:

i. com uma régua, mede-se o valor de x e de y (estes valores poderão variar dependendo do tamanho da imagem impressa, mas a proporção será mantida)

ii. utiliza-se uma regra de três simples, onde: ***x mm*** ≡ (4427,31 Å – 4404,75 Å) e ***y mm*** ≡ $d\lambda$

Então: $d\lambda = \frac{y\ mm \times 22{,}56\ Å}{x\ mm}$

Dependendo da precisão da medida, chega-se a um valor entre 4413 Å e 4414 Å

Para determinar v_r:

$\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{v_r}{c}$

Substituindo os valores: $4413 - 4415{,}13 = 4415{,}13 \frac{v_r}{3{,}00\times10^5 km/s} \rightarrow v_r \cong -1{,}44 \times 10^2\ km/s$

$4414 - 4415{,}13 = 4415{,}13 \frac{v_r}{3{,}00\times10^5 km/s} \rightarrow v_r \cong -7{,}68 \times 10^1\ km/s$

Serão aceitos valores [-144,73; -76,78] *km/s*

8. Conhecendo o valor da constante solar na Terra, igual a 1,36 kW/m^2, calcule o correspondente dessa constante em Marte.

   Obs. O valor na Terra é referido ao "topo" da atmosfera. No caso de Marte, em primeira aproximação, pode-se desprezar o efeito reduzido da atmosfera em sua determinação. Também considere as órbitas circulares.

   Resposta:

   $(149{,}60\times10^9$ m / $227{,}90\times10^9$ m$)^2 \cong 0{,}431$, onde se aplicou a lei do inverso quadrado para o comportamento do fluxo com a distância.

   0,431 é o fator que deve ser aplicado à constante solar na Terra para se obter a de Marte.

   Assim, 0,431 × 1,36 kW / m$^2 \cong$ **0,59 kW/ m^2**,que é a resposta.

9. HD 209458 é uma estrela, localizada na constelação de Pégaso, em que foi detectado o primeiro trânsito de um planeta extrassolar. Sabe-se hoje que esta estrela tem pelo menos um planeta gigante que a orbita com uma órbita quase circular de raio $a = 4{,}75\times10^{-2}$ UA, e com um período P de 3,5 dias.

   a) Assumindo uma órbita perfeitamente circular e coplanar com o plano do Sistema Solar, deduza a expressão para o tempo de trânsito do planeta (t_T), ou seja, o tempo máximo que o planeta demora para cruzar o disco da estrela.

   b) Usando a expressão deduzida, calcule o tempo de trânsito para este planeta.

   Resposta:

   a) velocidade orbital, supondo uma órbita circular: $v = \frac{2\pi a}{P}$

   distância percorrida durante o trânsito: $2 \times R_{HD}$

   Então: $t_T = \frac{2R_{HD}}{\left(\frac{2\pi a}{P}\right)} \rightarrow t_T = \frac{PR_{HD}}{\pi a}$

   b) Como o raio da estrela não foi dado no problema, a resposta deverá ficar em função deste parâmetro:

   $$t_T = \frac{(3{,}5\ dias)(R_{estrela})}{\pi(4{,}75\times10^{-2} U.A.)}$$

   Substituindo os valores conhecidos, teremos:

   $t_T = [1{,}57 \times 10^{-7} \times R_{estrela}(km)]\ dias$ ou $t_T = [1{,}35 \times 10^{-2} \times R_{estrela}(km)]\ segundos$

   Pela lei de Kepler é possível estimar que HD 209458 tem massa semelhante à do Sol.

   Então, se considerarmos $R_{HD} = R_{Sol}$, então:

   $$t_T = \frac{(3{,}5\ dias)(7{,}00 \times 10^5 km)}{\pi(4{,}75 \times 10^{-2} \times 149{,}60 \times 10^6 km)} \cong 0{,}11\ dias\ (ou\ 2{,}64\ horas\ ou\ 9{,}50 \times 10^3 s)$$

10. Entre as estrelas da tabela a seguir, escreva quais são:

    a) A(s) que pertence(m) ao hemisfério sul celeste;

    b) A(s) que nunca pode(m) ser vista(s) em Quebec (φ = 47º N);

    c) A(s) que é (são) circumpolar(es) em Porto Alegre (φ = 30º S);

    d) A que faz sua passagem meridiana mais próxima do zênite em Porto Alegre;

    e) A(s) que está/estão na faixa do zodíaco.

Estrela	Ascensão Reta (AR)		Declinação (δ)
	(h)	(m)	(°)
Mirphak (αPersei)	3	25	+50
Denebola (βLeonis)	11	49	+14
Vega (αLyrae)	18	37	+39
Antares (αScorpii)	16	29	-26,5
Acubens (αCancri)	8	59	+11
Aldebaran (αTauri)	4	37	+16
Miaplacidus (βCarinae)	9	13	-69
Spica (αVirginis)	13	25	-11

RESPOSTAS

a) Todas as que têm declinação negativa pertencem ao hemisfério sul celeste: **Antares**, **Miaplacidus** e **Spica.**

b) São aquelas que têm declinação negativa (pertencem ao hemisfério sul), e módulo da declinação maior do que 43º (90º - 47º), ou seja, **Miaplacidus.**

c) É aquela que tem declinação negativa e módulo da declinação maior do que 60º (90º - 30º): **Miaplacidus**.

d) É aquela que tem a declinação mais próxima da latitude de Porto Alegre, ou seja, **Antares**.

e) São as que pertencem a alguma constelação do zodíaco: **Denebola**, **Antares, Acubens, Aldebaran** e **Spica**.

11. O Telescópio Espacial Hubble orbita a Terra a uma altura de cerca de 400 km, em relação à sua superfície. Seu sistema óptico tem uma resolução espacial de 0,05 segundos de arco. Com estas informações, responda:

    a) Qual é o tamanho do menor objeto que pode ser visto por ele na superfície da Lua? Dê sua resposta em metros.

    b) É possível, com o Telescópio Espacial Hubble, enxergarmos o jipe lunar deixado na superfície da Lua pela missão Apolo 15? Explique sua resposta.

    Considere a distância Terra-Lua = $3{,}84\times10^5$ km

Resposta: 91,45 m e não é possível distinguir o jipe lunar, pois seu tamanho é menor do que a resolução do Telescópio Espacial Hubble.

1 rad = 206265" → 0,05" = (0,05/206265) rad

O raio da Lua não foi dado no problema, mas ele pode ser desprezado.

$L = r\theta \rightarrow L = (3{,}84\times10^8 - 6{,}34\times10^6 - 4{,}00\times10^5)m\frac{0{,}05}{206265} \cong 91{,}45\ m$

(o jipe é, no mínimo, 30 vezes menor do que a resolução do Telescópio Espacial Hubble)

12. A estrela Proxima Centauri, localizada na constelação de Centauro, é a estrela mais próxima do Sol. Descoberta em 1915, é uma anã vermelha de classe espectral M5V, cuja luminosidade é cerca de 0,0017 L_{sol} e que se encontra a uma distância de 1,30 parsec.

    Determine em que ponto, da reta que liga o Sol à Proxima Centauro, as duas estrelas tem o mesmo brilho.

    Dica: O brilho de uma estrela é o fluxo observado e é diretamente proporcional à energia emitida pela estrela e inversamente proporcional ao quadrado da distância até ela.

    Resposta: a 0,96*d* do Sol ou a ~ 1,25 parsec do Sol

    Considerando: d = distância do Sol até Proxima Centauro;
    d_{Sol} = distância do ponto até o Sol;
    d_{PC} = distância do ponto até Proxima Centauri;
    L_{Sol} = Luminosidade do Sol e
    L_{PC} = Luminosidade de Proxima Centauri.

    $d = d_{Sol} + d_{PC}$ e $brilho_{Sol} = brilho_{PC}$

    Então: $\frac{L_{Sol}}{d_{Sol}^2} = \frac{L_{PC}}{d_{PC}^2} \rightarrow \frac{d_{PC}}{d_{Sol}} = \sqrt{\frac{L_{PC}}{L_{Sol}}} \rightarrow \frac{d-d_{Sol}}{d_{Sol}} = \sqrt{0{,}0017} \rightarrow \frac{d_{Sol}}{d} = \frac{1}{1+\sqrt{0{,}0017}} \cong 0{,}96$

    Ou seja: Este ponto se encontra a 0,96*d* do Sol ou a ~ 1,25 parsec do Sol ($3{,}86\times10^{16}$ m)

13. O espectro de emissão da galáxia central do aglomerado de galáxias Abell 85 revela, entre outras, uma linha de emissão que é identificada como sendo Hα, ou seja, uma das linhas da série de Balmer do Hidrogênio, cujo comprimento de onda medido em laboratório é 6562,8 Å. Dada a velocidade de recessão desta galáxia (16507 km s^{-1}), em que comprimento de onda é, de fato, observada esta linha?

Resposta: Entre 6923,9 Å e 6934,4 Å

$z = \frac{v}{c}$

$z = \frac{\lambda_{observado} - \lambda_{emitido}}{\lambda_{emitido}} \rightarrow \lambda_{observado} = \lambda_{emitido}(1+z) = \lambda_{emitido}\left(1 + \frac{v}{c}\right)$

Substituindo os valores: $\lambda_{observado} = 6562{,}8\left(1 + \frac{16507}{300000}\right) \cong 6923{,}9\ Å$

Outra solução: $\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\frac{16507}{300000}}{1-\frac{16507}{300000}}} \cong 6934{,}4\ Å$

14. A estrela Alpha Carinae (também conhecida por Canopus) é a estrela mais brilhante da constelação de Carina e a segunda estrela mais brilhante no céu, com a magnitude aparente $m = -0{,}72$. Ela é uma estrela supergigante branco-amarelada localizada no hemisfério celeste sul, com uma declinação de −52° 42' e uma ascensão reta de $06^h\ 24^m$.

a) Em quais locais da Terra ela permanece sempre acima do horizonte?

b) A partir de qual latitude ela não pode ser mais observada em nenhuma época do ano?

Resposta a): locais com Latitudes inferiores a -37°18'

A distância de Canopus até o Polo Celeste Sul é o complemento da sua declinação. Este valor deve ser a altura mínima do Polo para que Canopus seja circumpolar, ou seja, estar sempre acima do horizonte.

$$Latitude < -90° - (-52°42') \rightarrow Latitude < -37°18'$$

Resposta b): locais com Latitudes superiores a +37°18'

Polo Celeste Sul precisa estar abaixo do horizonte à altura de -37°18' para que Canopus nunca fique acima do horizonte. Ou seja, o Polo Celete Norte precisa estar na altura mínima de 37°18'.

15. A reação de fusão nuclear no núcleo do Sol transforma 4 prótons em 1 núcleo de Hélio, 2 pósitrons, 2 neutrinos e libera $4{,}28 \times 10^{-12}$ J de energia. Assuma que toda a energia do Sol venha desta reação e que ao atravessar 1 UA metade dos neutrinos são transformados em outras partículas.

Utilize a luminosidade do Sol para estimar o número de neutrinos que atravessam a Terra a cada segundo.

Resposta:

A liberação de $4{,}28 \times 10^{-12}$ J vem acompanhada de 2 neutrinos, portanto:

$$\begin{cases} 4{,}28 \times 10^{-12} J \rightarrow 2\nu_e \\ 3{,}86 \times 10^{26} J s^{-1} \rightarrow 1{,}80 \times 10^{38} \nu_e s^{-1} (espalhados\ em\ todas\ as\ direções) \end{cases}$$

O ângulo sólido que corresponde à Terra vale:

$$\Omega = \frac{\pi R_{Terra}^2}{(1U.A.)^2} = \frac{\pi(6{,}37\times10^6)^2}{(1{,}50\times10^{11})^2} = 5{,}64 \times 10^{-9} sr$$

Então:

$$\begin{cases} 4\pi\ sr \rightarrow \frac{1{,}80\times10^{38}\nu_e s^{-1}}{2} \\ 5{,}64 \times 10^{-9} sr \rightarrow \approx \boxed{4 \times 10^{28} \nu_e s^{-1}} \end{cases}$$

16. Um astronauta encontra-se sobre um pequeno corpo do Sistema Solar, com uma densidade igual à densidade média da Terra. Ao saltar na vertical, ele acaba por escapar da atração gravitacional do corpo. Na Terra, com o mesmo impulso, ele não conseguiria saltar mais do que 40 cm.

    Determine um limite superior para o raio deste corpo, supondo-o esférico.

    Resposta:

    $\rho_{Terra} = \frac{M_{terra}}{V_{Terra}} = \frac{6{,}0 \times 10^{24} kg}{\frac{4}{3}\pi(6{,}34 \times 10^{6} m)^3} \cong 5{,}62 \times 10^{3} kg\, m^{-3}$

    A Energia cinética adquirida no salto do corpo é igual à Energia potencial que o astronauta adquire na Terra com o mesmo impulso:

    $E_c^{corpo} = E_p^{Terra} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh,$ onde v é a velocidade inicial do salto e h a altura máxima que ele alcança na Terra (0,4 m)

    Então: $v^2 = 2gh$, que deve ser igual a velocidade de escape do pequeno corpo $\left(v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_{corpo}}{R_{corpo}}}\right)$

    Igualando: $2gh = \frac{2GM_{corpo}}{R_{corpo}}$, onde $M_{corpo} = \rho_{corpo} \times V_{corpo}$

    Reescrevendo: $gh = \frac{G\rho V}{R} = \frac{G\rho}{R}\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow R_{corpo} = \sqrt{\frac{3gh}{4\pi G\rho}}$

    Substituindo os valores: $R_{corpo} = \sqrt{\frac{3 \times 9{,}8 \times 0{,}4}{4\pi \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}62 \times 10^{3}}} \cong 1{,}58 \times 10^{3} m = 1{,}58\ km$

17. O momento angular, L, de uma estrela é dado pela relação $L = \frac{2}{5}M\Omega R^2$, em que ***M*** é a massa da estrela, ***R*** o seu raio e ***Ω*** a sua velocidade angular (o número de rotações que a estrela realiza por segundo). Esta é uma importante grandeza física, e, como estrelas em geral, são sistemas isolados, o momento angular delas é conservado se houver a mudança de um destes parâmetros.

    Consideremos que toda a massa do Sol se contraia formando uma anã branca com um volume um milhão de vezes menor, havendo neste processo conservação de momento angular.

    a) Qual é a densidade média do Sol e da anã branca resultante?

    b) Qual o período de rotação desta anã branca?

Respostas:

a) $\overline{\rho_{Sol}} = \frac{M_{Sol}}{V_{Sol}} = \frac{M_{Sol}}{\frac{4}{3}\pi R_{Sol}^3} = \frac{3 \times 2{,}00 \times 10^{30}\ kg}{4\pi \times (6{,}96 \times 10^{8}\ m)^3} \cong 1{,}42 \times 10^{3} kg\, m^{-3}$

$\overline{\rho_{anã}} = \frac{M_{anã}}{V_{anã}} = \frac{M_{Sol}}{\frac{V_{Sol}}{10^6}} = 10^6 \overline{\rho_{Sol}} \cong 1{,}42 \times 10^{9}\ kg\, m^{-3}$ (já que $M_{Sol} = M_{anã}$)

b) $L = \frac{2}{5}M\Omega R^2 = \frac{2}{5}M\frac{2\pi}{P}R^2$

Como $M_{Sol} = M_{anã}$ e $L_{Sol} = L_{anã} \rightarrow \frac{R_{Sol}^2}{P_{Sol}} = \frac{R_{anã}^2}{P_{anã}} \leftrightarrow P_{anã} = \frac{R_{anã}^2}{R_{Sol}^2}P_{sol}$

Como $V_{Sol} = 10^6 V_{anã} \rightarrow R_{Sol} = 100\, R_{anã} \rightarrow P_{anã} = \frac{1}{(100)^2}P_{sol}$

27 dias = 2.332.800 s $\rightarrow P_{anã} =$ 233,28 s

Como não foi pedida a unidade do período, a resposta também poderia ser:
0,0027 dias = 0,0648 h = 3,89 min = $4{,}3 \times 10^{-3}$ rps = 0,027 rad/s

18. A paralaxe heliocêntrica de Canopus, segundo os dados do satélite Hipparcos, vale 10,42 milisegundos de arco (*mas*). Utilize essa informação e o módulo da distância para (a) calcular a magnitude absoluta de Canopus. (b) Aproximadamente, quantas vezes ela é mais brilhante do que o Sol?

Dados: $m_{Canopus} = -0{,}72$

Resposta 1: M = -5,63

$m - M = 5\log(r) - 5,$ onde r é a distância da estrela, em parsec, que é o inverso da paralaxe heliocênctrica em segundos de arco.

Substituindo os valores: $(-0{,}72) - M = 5\log\left(\frac{1}{10{,}42\times10^{-3}}\right) - 5 \rightarrow M = -5{,}63$

Resposta 2: cerca de 15 mil vezes

$$m_2 - m_1 = -2{,}5\log\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = -2{,}5\log\left(\frac{L_2}{L_1}\right)$$

Substituindo os valores:

$$(-5{,}63) - (+4{,}80) = -2{,}5\log\left(\frac{L_2}{L_1}\right) \rightarrow \left(\frac{L_2}{L_1}\right) = 10^{\frac{-10{,}43}{-2{,}5}} \cong 1{,}49\times10^4$$

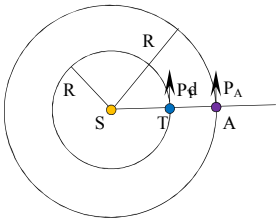
19. Um asteróide em órbita circular com raio de 2,52 UA movendo-se sobre a eclíptica na mesma direção da Terra é fotografado no instante da oposição ao Sol, como visto da Terra. Sabendo que a objetiva do instrumento usado tem distância focal de 4 m e o tempo de exposição foi de 30 min, determine:

a) A velocidade angular relativa do asteróide em relação à Terra.

b) O período orbital do asteróide.

c) O comprimento do traço (risco) do asteróide no plano do sensor fotográfico.

Resolução: Em primeiro lugar devemos achar a velocidade angular relativa do asteroide em relação à Terra. A geometria do problema é a descrita na figura abaixo, onde S representa o Sol, T a Terra e A o asteroide. P_T é o período orbital da Terra, P_A o período orbital do asteroide, R_T é o raio da órbita da Terra, R_A é o raio da órbita do asteroide e $d = R_A - R_T$ é a distância entre a Terra e o asteroide no momento da oposição ao Sol:



O período orbital do asteroide pode ser calculado a partir da 3ª. Lei de Kepler:

$$P_A = \sqrt{a^3} = \sqrt{(2{,}52)^3} = \sqrt{16} = 4\ anos$$

E os movimentos médios da Terra e do asteroide, respectivamente, serão:

$$n_T = \frac{360°}{1} = 360°/ano$$

$$n_A = \frac{360°}{4} = 90°/ano$$

O movimento médio do asteroide em relação à Terra será, portanto: $n_{AT} = 90 - 360 = -270°/ano$

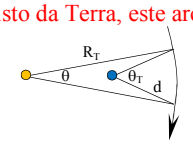
O sinal negativo indica que o movimento é retrógrado, mas ele não influencia no resultado do problema.

Em 30 minutos (tempo que durou a exposição) o asteroide se moveu na sua órbita de:

$$\theta = \frac{270°}{365{,}25\times24\times60}\times30 = 0{,}0154\ graus$$

Observação: o candidato pode usar o comprimento de anos terrestre como sendo 365 dias.

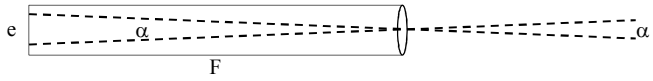
Visto da Terra, este arco será de (veja a figura):



$$\theta_T = \frac{R_A\theta}{d} = \frac{2{,}52}{1{,}52}\times0{,}0154 = 1{,}66\times0{,}0154 = 0{,}0255\ graus$$

Finalmente, a projeção desse movimento sobre o sensor acoplado no plano focal do telescópio será dado pela ESCALA DE PLACA do telescópio (veja figura abaixo):

$L = 2 \times F \times tg(\alpha/2)$
$= 2 \times 4x\ tg(1°/2)$
$= 0{,}0698$ m/°



Onde F é a distância focal e α é o tamanho angular do objeto (ou traço descrito pelo asteroide). Como a ângulo é pequeno, para simplificar, podemos usar a relação $L = F\alpha\pi/180 = 0{,}0698$ m/°. Então:

$L = 0{,}0255 \times 4 \times 3{,}14/180 = 0{,}0255 \times 0{,}0698 = 0{,}00178$ m, ou L = 1,8 mm

20. Um observador vê a estrela Sirius passar pelo seu Meridiano Astronômico a uma distância Zenital $z = 39° 05' 34{,}4"$ e Azimute $A = 180°$. Considere a declinação de Sirius: $\delta = -16° 43' 24{,}6"$.

a) Faça o diagrama do plano meridiano do observador, assinalando o **horizonte**, o **polo**, o **zênite** e a **estrela**.

b) Determine a latitude na qual se encontra este observador.

RESPOSTA

a) Existem duas possibilidades: o observador estar no Hemisfério Sul (A = 180º → Ponto Cardeal Norte) ou no Hemisfério Norte (A = 180º → Ponto Cardeal Sul).

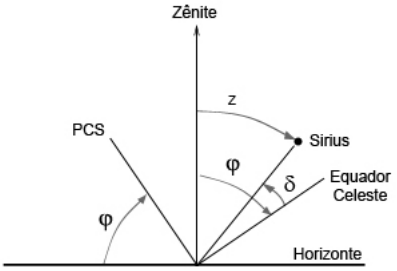


Fig.1: Observador no Hemisfério Sul

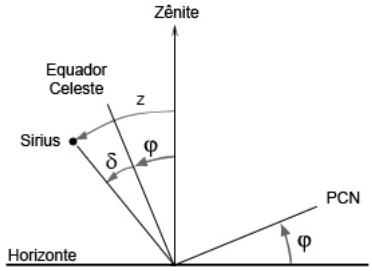


Fig.2: Observador no Hemisfério Norte

O Estudante tem que, obrigatoriamente, assinalar os itens pedidos: **horizonte**, **polo**, **zênite** e a **estrela**.

b1) Observador no Hemisfério Sul:

Sua latitude será: $|\varphi| = z + |\delta| = 39° 05' 34{,}4'' + 16° 43' 24{,}6"$
$\varphi = 55º 48' 59'' S$ (ou $- 55º 48' 59''$)

- o estudante precisa indicar o Hemisfério S ou o sinal negativo para receber pontação nesse item.

b2) Observador no Hemisfério Norte:

Sua latitude será: $|\varphi| = z - |\delta| = 39° 05' 34{,}4'' - 16° 43' 24{,}6"$
$\varphi = 22º 22' 9{,}8'' N$ (ou $+22º 22' 9{,}8''$)

- o estudante precisa indicar o Hemisfério N ou o sinal positivo para receber pontação nesse item.

Não serão considerados os casos de: latitude sem conta e latitude correta baseada num diagrama errado, não condizente com a resposta.