

**PROVA PRESENCIAL - TEÓRICA 1 - GABARITO****SELEÇÃO DAS EQUIPES BRASILEIRAS PARA****X IOAA e VIII OLAA de 2016**

Nota Final: \_\_\_\_\_

Escreva aqui o seu número de identificação:

## Instruções

1. Escreva seu número de identificação em **TODAS** as folhas de respostas;
2. A duração da prova é de 4 (quatro) horas;
3. Essa prova vale 10 pontos e tem peso 4 para a média final;
4. A prova é individual e sem consultas;
5. O uso de calculadoras é permitido, desde que não sejam programáveis/gráficas;
6. Não é permitido o uso de celulares ou similares, nem calculadoras de celulares;
7. Uma tabela de constantes com informações relevantes para a Prova Teórica está disponibilizada;
8. Todo o desenvolvimento, cálculos e respostas das questões devem ser feitos nas folhas de respostas;
9. Folhas de rascunho serão disponibilizadas e não precisam ser entregues junto com a prova e as folhas de respostas;
10. Os cálculos na solução de cada questão são obrigatórios! Eles podem ser feitos a lápis, mas a resposta final deverá ser a caneta. Faça um retângulo ao redor da resposta de cada item. Às respostas ainda que corretas, mas sem o desenvolvimento, será associada a nota zero.
11. Ao final da prova devolva esse caderno de questões e as folhas de respostas.

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
5	
<b>TOTAL</b>	

**Questão 1: (2 pontos)**

Em 1995 uma equipe de astrônomos suíços do Observatório de Genebra anunciou ter descoberto o primeiro planeta fora do sistema solar ao redor de uma estrela da Sequência Principal, no sistema 51 Pegasi. Eles acompanharam o espectro da estrela e perceberam uma leve mudança em sua velocidade radial enquanto a estrela orbitava o centro de massa do sistema. A mudança podia ser explicada pela presença de um planeta com órbita aproximadamente circular e período de 4,23 dias. Desde então, a técnica utilizada por estes astrônomos tem ajudado a descobrir centenas de outros planetas extrasolares.

A figura 1, abaixo, mostra os dados originais da velocidade radial da estrela 51 Pegasi e sua variação com o tempo.

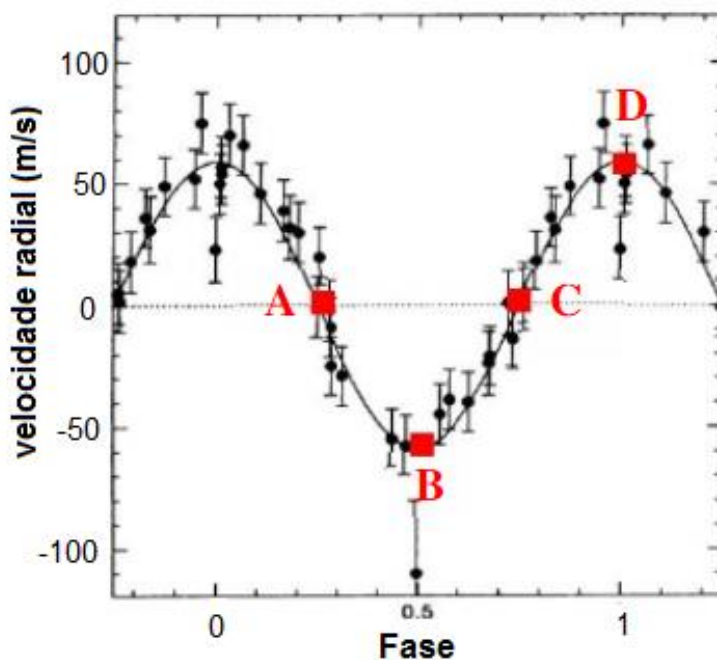
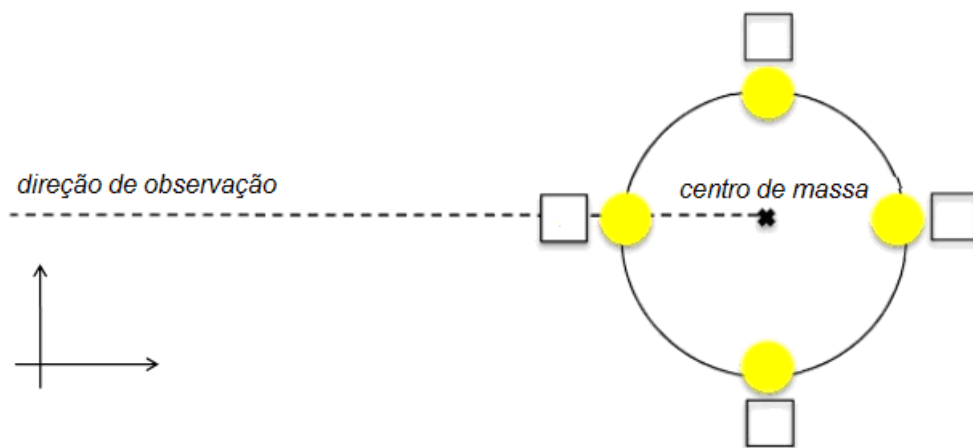
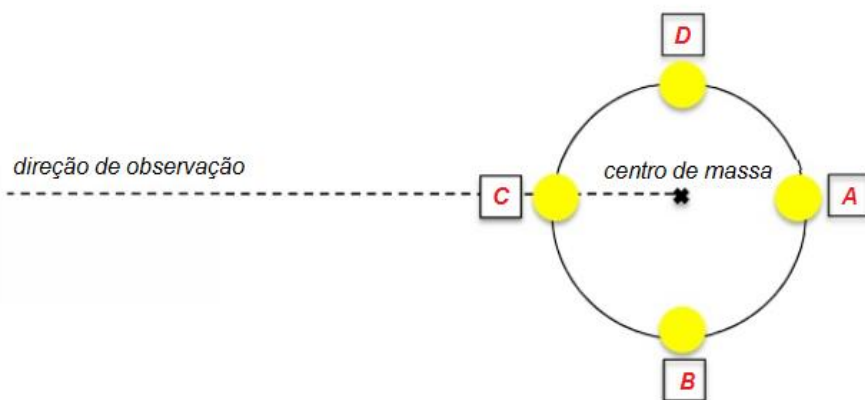


Figura 1: Velocidade radial da estrela 51 Pegasi. A fase 1 equivale a um período completo do planeta em torno da estrela. As barras em cada ponto corresponde às incertezas das medidas.

a) Complete os quadrados do esquema abaixo com as letras A, B, C e D correspondente às posições da estrela 51 Pegasi em torno do centro de massa do sistema. Suponha a órbita da estrela no sentido horário.



Resolução:



- b) Analisando o gráfico, determine o módulo da velocidade escalar da estrela 51 Pegasi em torno do centro de massa do sistema e estime a incerteza deste valor.

Resolução:

Os pontos B e D do gráfico indicam o módulo da velocidade escalar da estrela, ou seja,  $\sim 60$  m/s. Pela barra de erros nos pontos, tiramos que a incerteza é de  $\sim 10$  m/s.

$$v = 60 \pm 10 \text{ m/s}$$

Aceita-se velocidades entre 58 e 62 m/s.

Aceita-se incertezas entre 8 e 12 m/s.

- c) A estrela 51 Pegasi possui aproximadamente 1 massa solar. Estime a distância entre o planeta e a estrela, em U.A. (Unidade Astronômica), supondo que a massa do planeta é muito menor do que a da estrela.

Resolução:

Sabendo que o período orbital do sistema é 4,23 dias ou 0,0116 anos e que a órbita é aproximadamente circular, da 3ª. Lei de Kepler, temos:

$$a^3 = P^2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{0,0116^2} \Rightarrow a = \mathbf{0,051UA}$$

d) Estime a massa do planeta e expresse este valor em termos da massa de Júpiter.

Resolução:

Admitindo a órbita do planeta circular, da conservação do momento, temos:

$$\begin{aligned} m_{\text{planeta}} \cdot v_{\text{planeta}} &= m_{\text{estrela}} \cdot v_{\text{estrela}} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_{\text{planeta}} \cdot \frac{2\pi \cdot r_{\text{planeta}}}{T} &= m_{\text{Sol}} \cdot v_{\text{estrela}} \Rightarrow m_{\text{planeta}} \cdot \frac{2\pi \cdot 0,051 \cdot 1,50 \cdot 10^{11}}{4,23 \cdot 86400} = 1,989 \cdot 10^{30} \cdot 60 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_{\text{planeta}} = 9,078 \cdot 10^{26} \text{ kg} \end{aligned}$$

Expressando este valor em termos da massa de Júpiter, vem:

$$m_{\text{planeta}} = \frac{9,078 \cdot 10^{26}}{1,9 \cdot 10^{27}} \Rightarrow m_{\text{planeta}} = \mathbf{0,454 \cdot m_{\text{Júpiter}}} \approx \mathbf{0,5 \cdot m_{\text{Júpiter}}}$$

**Questão 2: (2 pontos)**

CEFEIDAS são estrelas supergigantes, de tipo espectral F, G ou K, milhares ou dezenas de milhares de vezes mais luminosas que o Sol. Seus tamanhos e temperaturas superficiais variam periodicamente de maneira bastante regular e previsível, fazendo com que a suas luminosidades variem, sendo conhecidas como ESTRELAS VARIÁVEIS PULSANTES. Cefeidas clássicas, tipo I, apresentam variações em períodos de 1 a 100 dias. A figura 1, abaixo, apresenta a curva de luz do protótipo deste tipo de objeto, Delta Cephei.

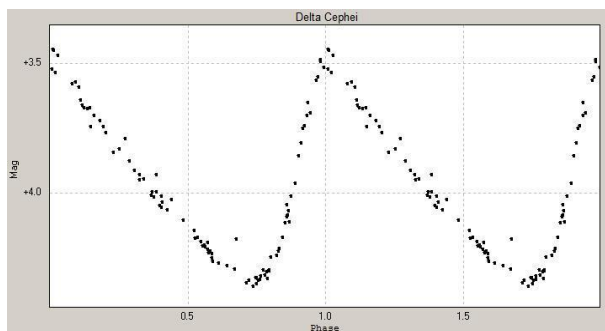


Figura 1. Magnitude versus fase de Delta Cephei. A fase corresponde a um período de 5,37 dias.

Além das cefeidas clássicas, há as cefeidas de tipo II, cujo protótipo é a variável W Virginis, menos luminosas e mais velhas que as primeiras e as variáveis tipo RR Lyrae, ainda menos luminosas e de pulsos mais rápidos.

Em 1908, Henrietta S. Leavitt (1868-1921) descobriu uma relação entre o período de pulsação (P) e a luminosidade (L) das cefeidas (figura 2), o que permitiu obter o módulo de distância de estrelas muito distantes, inclusive de fora da Via Láctea.

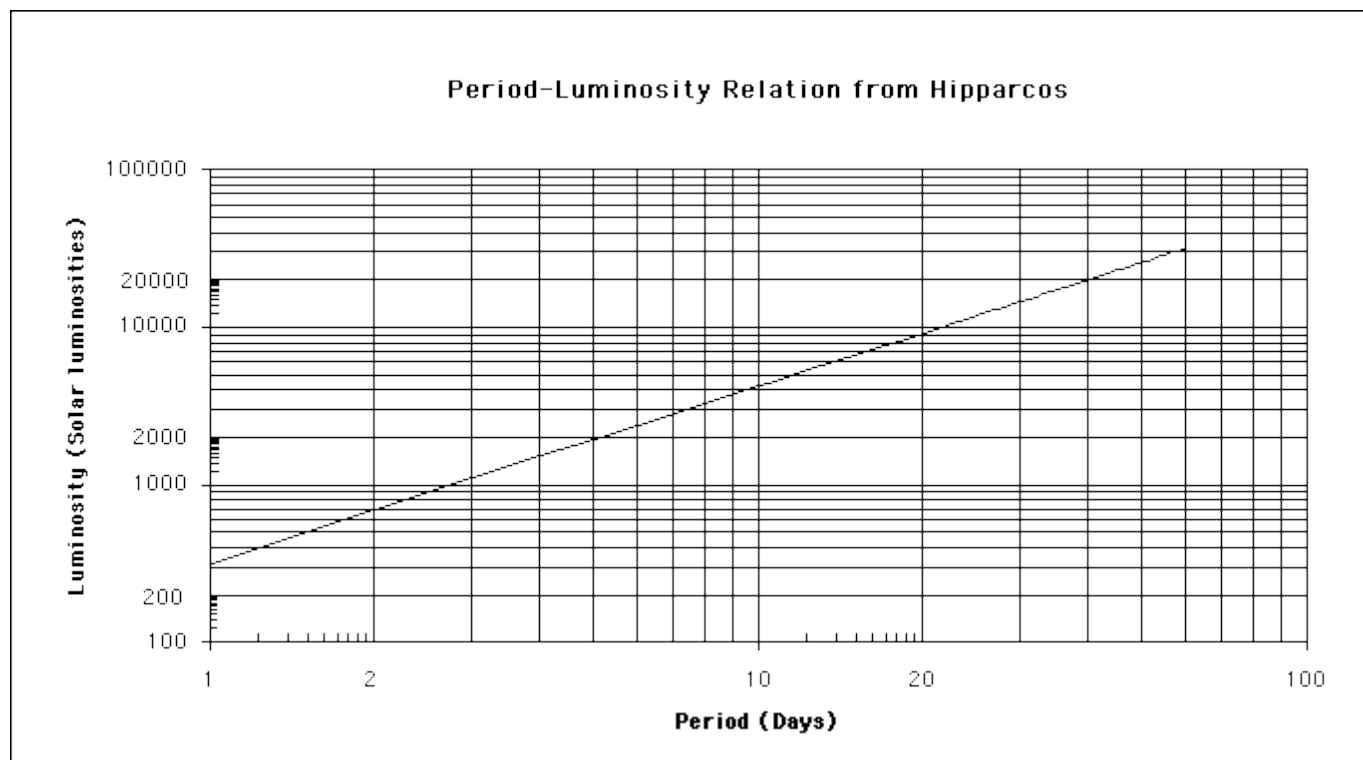


Figura 2. Relação Período-Luminosidade obtida de dados do satélite Hipparcos para cefeidas clássicas (tipo I).

Considere o caso de uma cefeida clássica, localizada no centro da Carta Celeste abaixo (figura 3).

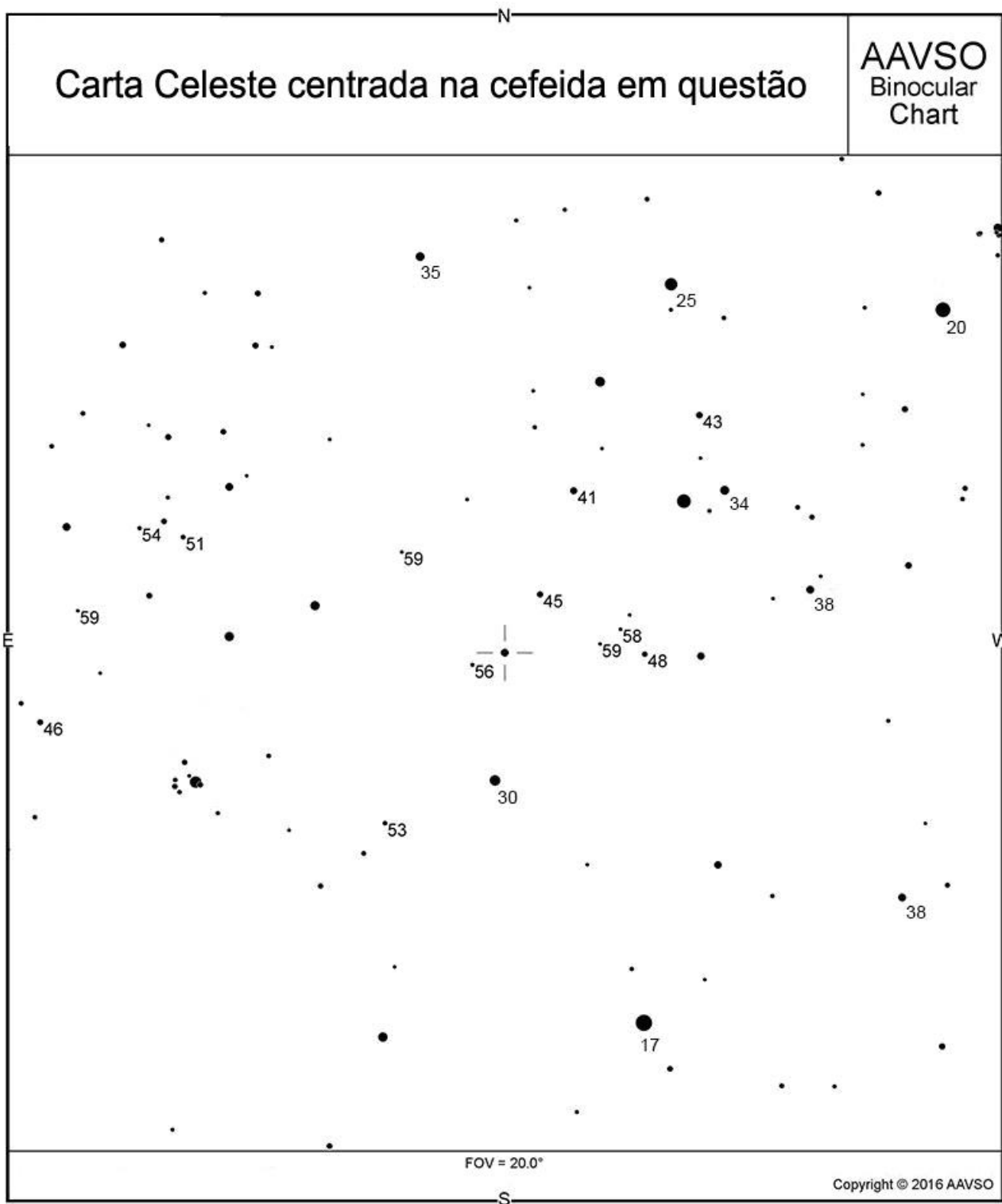


Figura 3. Carta celeste centrada na cefeida clássica. Os números abaixo de algumas das estrelas da Carta indicam os décimos de magnitude visual aparente média da estrela. Ou seja, magnitude 17 décimos é igual à magnitude 1,7.

Sua curva de luz, obtida de dados do site da AAVSO (American Association of Variable Star Observers) é dada na figura 4.

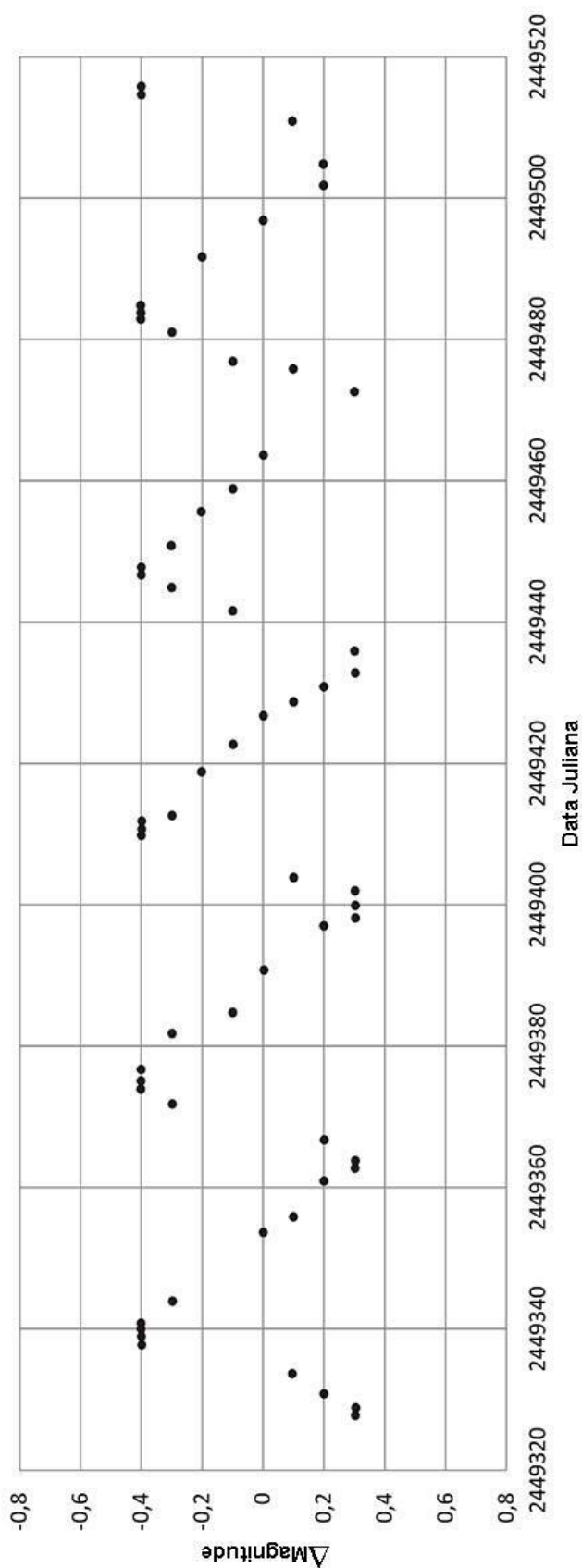


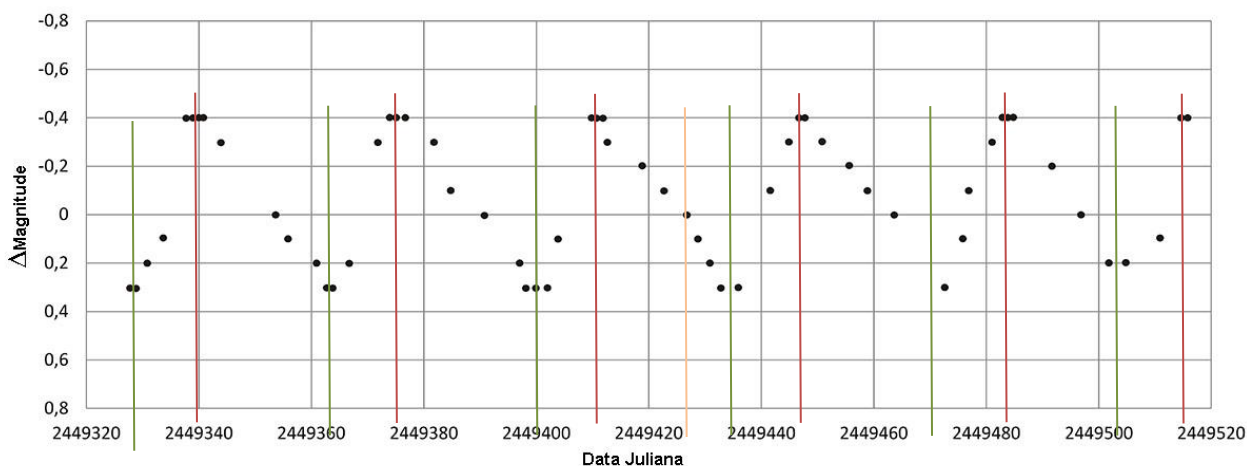
Figura 4. Curva de luz (variação da magnitude versus dias) da variável cefeida (tipo I).

- a) Com as informações dadas, determine, o mais precisamente possível, a distância ao Sol desta cefeida em PARSECS. Considere a magnitude absoluta do Sol como  $M_{\odot} = +4,8$ .
- b) De acordo com algumas medidas interferométricas, o diâmetro desta cefeida varia de cerca de 160 a 197 vezes o diâmetro do Sol. Supondo que sua temperatura efetiva média é de aproximadamente 5100 K, determine os valores mínimos e máximos de temperatura efetiva durante um período de pulsação.
- c) Considere que a variação de brilho desta cefeida possa ser acompanhada utilizando um simples binóculo. Calcule a razão entre os valores máximo e mínimo do brilho (fluxo) aparente.

### RESOLUÇÃO:

a) Com as informações dadas acima, determine, o mais precisamente possível, a distância ao Sol desta cefeida, em PARSECS. Considere a magnitude absoluta do Sol como  $M_{\odot} = +4,8$ .

Para começar precisaremos determinar o PERÍODO de variação do brilho e a LUMINOSIDADE a partir da figura 4.



O estudante deverá achar o período através das Datas Julianas dos máximos ou dos mínimos, usando uma régua e regra de três. O valor conhecido do período desta cefeida (I Car) é de 35,5 dias.

**Serão considerados corretos períodos entre 30 e 40 dias ( $30 \leq P \leq 40$ )**

Pelo gráfico da figura 2 obtemos que

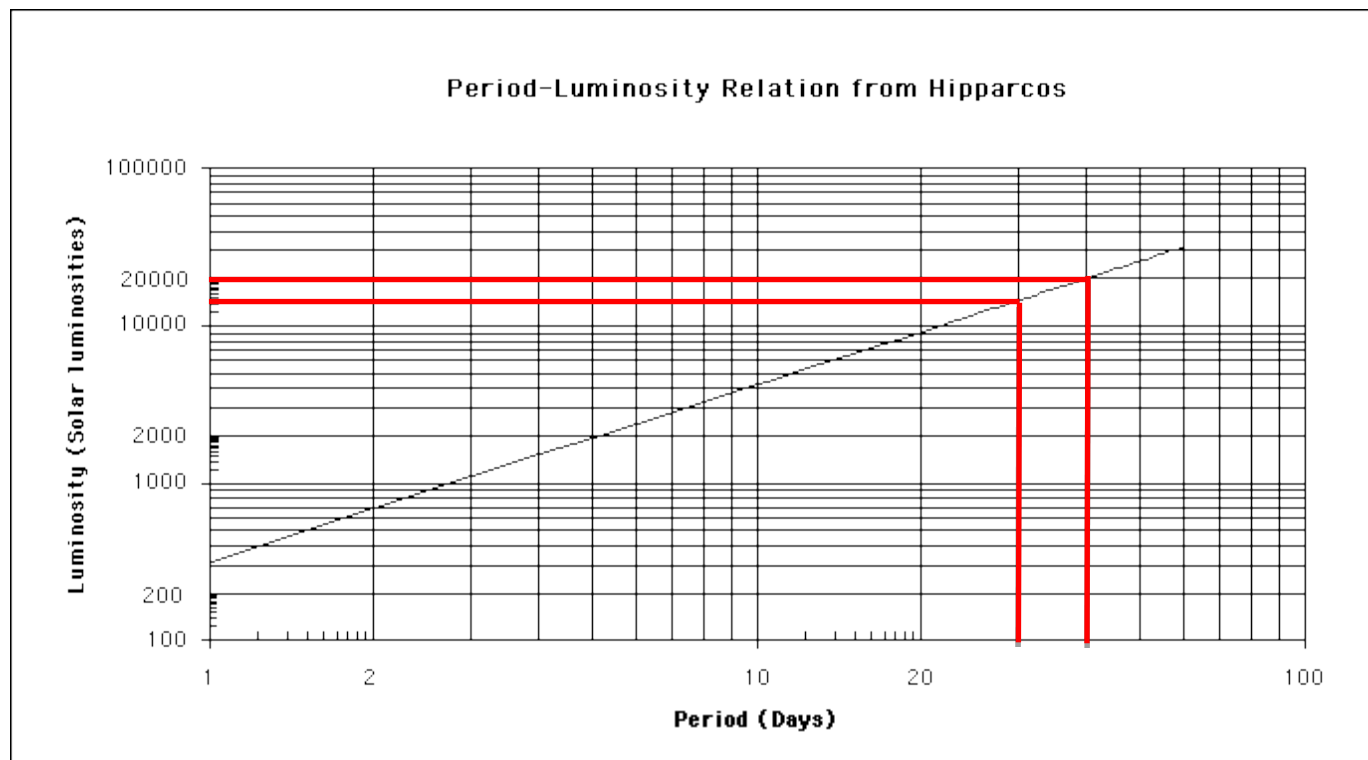
**Para  $P = 30$  temos  $L/L_{\text{Sol}} = 12000$  e para  $P = 40$  temos  $L/L_{\text{Sol}} = 20000$**

$$\text{Mas } \frac{L}{L_{Sol}} = 2,5^{(M_{Sol}-M)} \Rightarrow M = M_{Sol} - 2,5 \log \frac{L}{L_{Sol}}$$

Assim

$$\text{Para } P = 30 \text{ dias } \rightarrow M = 4,8 - 2,5 \log(12000) = -5,40$$

$$\text{Para } P = 40 \text{ dias } \rightarrow M = 4,8 - 2,5 \log(20000) = -5,95$$



Pela figura 3 o estudante deverá obter a magnitude aparente média da cefeida através da comparação com as estrelas cujas magnitudes estão marcadas na Carta. **Assim, serão consideradas corretas as magnitudes entre 4,1 e 3,8 ( $3,8 \leq m \leq 4,1$ ).**

$$M = m - 5 \log D + 5 \Rightarrow D = 10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)}$$

$$\text{Para } M = -5,95 \text{ e } m = 4,1 \rightarrow D = 10^{\left(\frac{4,1+5,95+5}{5}\right)} \cong 10^{3,01} \cong 1023,30pc$$

$$\text{Para } M = -5,40 \text{ e } m = 3,8 \rightarrow D = 10^{\left(\frac{3,8+5,40+5}{5}\right)} \cong 10^{2,84} \cong 691,83pc$$

b) De acordo com algumas medidas interferométricas, o diâmetro desta cefeida varia de cerca de 160 a 197 vezes o diâmetro do Sol. Supondo que sua temperatura efetiva média é de aproximadamente 5100 K, determine os valores mínimos e máximos de temperatura efetiva durante um período de pulsação.

Pelas relações  $L_{min} = 4\pi R_{min}^2 \sigma T_{min}^4$ ,  $L_{max} = 4\pi R_{max}^2 \sigma T_{max}^4$  e  $\Delta m = -2,5 \log \frac{L_{min}}{L_{max}}$

$$\Delta m = -2,5 \log \frac{R_{min}^2 T_{min}^4}{R_{max}^2 T_{max}^4} = -2,5 \left[ 2 \log \left( \frac{R_{min}}{R_{max}} \right) + 4 \log \left( \frac{T_{min}}{T_{max}} \right) \right]$$

Desenvolvendo e isolando, temos:

$$\log \frac{T_{min}}{T_{max}} = -0,1 \Delta m - 0,5 \log \frac{R_{min}}{R_{max}}$$

Pela AMPLITUDE dada pela curva de luz da Figura 4, temos:  $\Delta m = 0,3 - (-0,4) = 0,7$

Substituindo:

$$\log \frac{T_{min}}{T_{max}} = -0,1 * 0,7 - 0,5 \log \frac{160}{197} = -0,0248 \text{ ou } (-2,5 \times 10^{-2})$$

$$\frac{T_{min}}{T_{max}} = 0,9444 \text{ ou } (9,4 \times 10^{-1})$$

Como a temperatura média é dada como sendo  $\langle T \rangle = 5100K$ , então:

$$\langle T \rangle = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} \Rightarrow \frac{T_{max} + 0,944T_{max}}{2} = 5100K$$

Ou seja:  $T_{max} = \frac{10200 K}{1,94 \times 10^{-1}} = 5257,7 K$

$$T_{min} = 9,4 \times 10^{-1} \times 5257,7 K = 4942,2 K$$

c) Considere que e a variação de brilho desta cefeida possa ser acompanhada utilizando um simples binóculo. Calcule a razão entre os valores máximo e mínimo do brilho (fluxo) aparente.

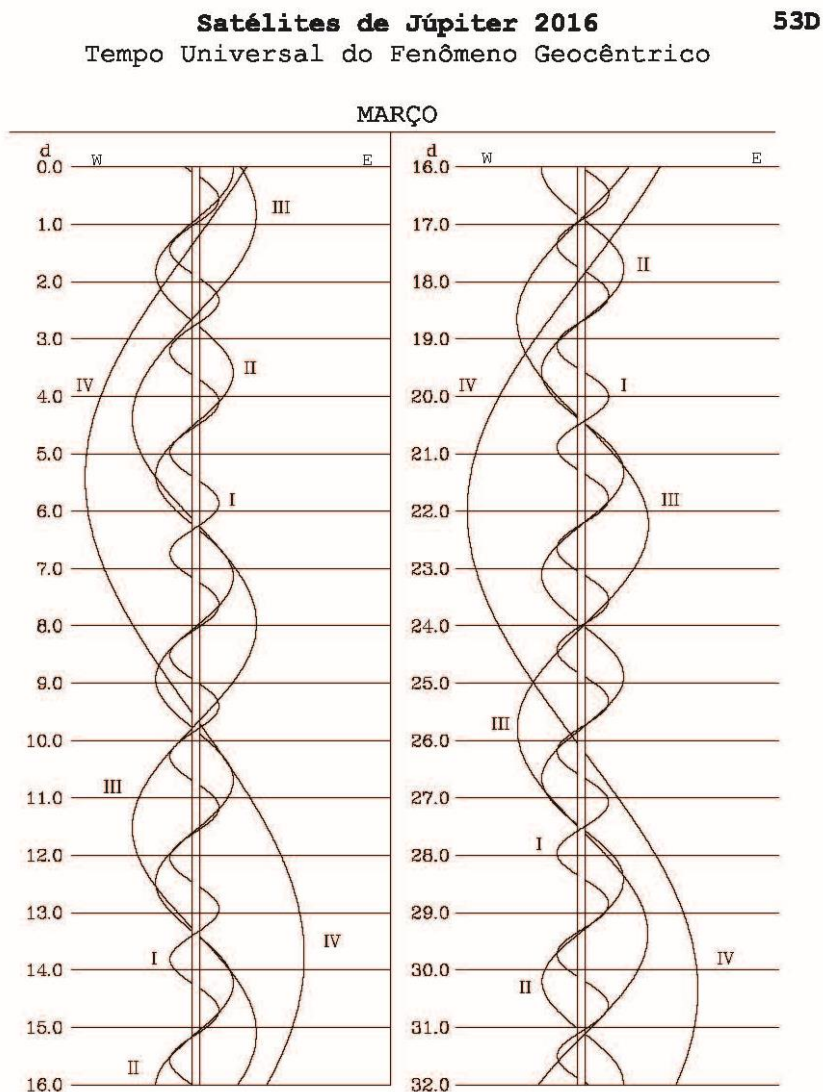
Do gráfico da variação de magnitude (figura 4) tiramos que  $\Delta m = 0,7$ . Aplicando a relação de fluxo x magnitude, temos:

$$\frac{F_1}{F_2} = 2,5^{(\Delta m)} = 2,5^{0,7} \cong 1,9$$

**Questão 3: (2 pontos)**

O gráfico da Figura 5 representa as previsões de trânsitos, ocultações e eclipses dos quatro satélites galileanos de Júpiter (indicados com algarismos romanos), constantes do Anuário do Observatório Nacional, para março de 2016. A faixa central corresponde ao diâmetro aparente médio de Júpiter e as trajetórias dos satélites são identificadas por curvas senoidais, sendo os traços horizontais de datas referidos à ~0h de tempo universal. O dia do mês é assinalado na coluna da esquerda.

- Escreva a correspondência dos números romanos codificados com os nomes mitológicos dos satélites. Utilize a tabela auxiliar, se necessário;
- Calcule os períodos de translação dos satélites I, II e III em dias e fração ao décimo de dia. Utilize a escala fornecida para as medidas necessárias;
- Indique os dias de março em que ocorrerão os trânsitos do satélite III.



Nome	Raio médio (km)	Massa ( $\times 10^{16}$ kg)	Semi-eixo maior ( $\times 10^6$ km)
Métis	$21,5 \pm 2,0$	$\sim 3,6$	0,12
Adrasteia	$8,2 \pm 2,0$	$\sim 0,2$	0,13
Amalteia	$83,45 \pm 2,4$	208	0,18
Tebe	$49,3 \pm 2,0$	$\sim 43$	0,22
Io	$1821,6 \pm 0,5$	$8,90 \times 10^6$	0,42
Europa	$1560,8 \pm 0,5$	$4,80 \times 10^6$	0,67
Ganimesdes	$2631,2 \pm 1,7$	$1,50 \times 10^7$	1,07
Calisto	$2410,3 \pm 1,5$	$1,10 \times 10^7$	1,88
Temisto	4,0	0,069	7,40
Leda	10	0,6	11,19

Tabela com alguns parâmetros físicos dos 10 satélites mais próximos de Júpiter.

Respostas:

a) Na ordem: **Io (I), Europa (II), Ganimesdes (III) e Calisto (IV)**.

b) Determinação dos períodos das senóides dos satélites I, II e III (ondas completas).

Marcam-se dois (admitidos) máximos consecutivos (por ex.) em cada curva e interpolam-se seus valores pela escala lateral dada em horas TU; complementa-se com os dias decorridos.

Resultam: Io (1,8 dia)  $\approx$  2 dias

Europa (3,6 dias)

Ganimesdes (7,1 dias)

c) Segundo o gráfico, o satélite III (Ganimesdes) passa na frente da faixa central (Júpiter) nos dias: 2, 9, 16, 23 e 31 de março.

**Questão 4: (2 pontos)**

Corpos do Sistema Solar se distinguem de outros astros de várias formas. Em geral, não têm fontes internas de energia, e só são detectáveis por conta da radiação solar que eles refletem ou re-emitem termicamente. Uma consequência deste fato é que a energia proveniente do Sol é também responsável em grande parte pelas temperaturas destes corpos. Para corpos sem atmosfera e sem fontes internas de calor a maior temperatura possível é obtida supondo-se o equilíbrio radiativo entre a superfície do corpo e a radiação solar incidente. Se supusermos que não há condução de calor para o interior do corpo, temos:

$$\epsilon\sigma T_{SS}^4 = \frac{S_{\odot}}{R^2} (1 - A)$$

Nesta equação, temos:

$T_{SS}$ : temperatura do ponto sub-solar (ponto na superfície do corpo que seria interceptado por uma linha imaginária ligando o centro do corpo ao centro do Sol);

$\sigma$ : constante de Stefan- Boltzmann;

$\epsilon$ : emissividade, que é a fração da radiação térmica que é de fato emitida pelo corpo e depende - de maneira fraca - da sua composição. Para um corpo emissor ideal, chamado "corpo negro", teríamos  $\epsilon = 1$ ; valores de  $\epsilon \approx 0,9$  em geral são uma boa aproximação para corpos do Sistema Solar;

$S_{\odot}$ : constante solar, que é a quantidade total de energia emitida por toda a superfície do Sol em um segundo;

$R$ : a distância entre o corpo e o Sol; e

$A$ : o albedo hemisférico do corpo, que mede a fração da energia incidente que é refletida pelo corpo e depende de sua composição.

Com isto, a equação estabelece que a quantidade de energia térmica emitida em um segundo por unidade de área do corpo ( $\epsilon\sigma T_{SS}^4$ ) em um dado ponto de sua superfície tem que ser igual à quantidade de energia por unidade de área que incide sobre este ponto ( $\frac{S_{\odot}}{R^2}$ ) e é por ele absorvida  $(1 - A)$ . Logo, a equação acima na prática considera que há conservação de energia.

A partir da temperatura, o fluxo térmico total de um corpo pode ser escrito como

$$\frac{\pi R_{eff}^2}{2D^2} (\epsilon\sigma T_{SS}^4)$$

onde  $D$  é a distância do corpo ao observador e  $R_{eff}$  é o raio efetivo do corpo.

Definindo uma constante  $C = \frac{S_{\odot}}{\sigma} = 2,411 \times 10^{10} K^4 (U.A.)^2$  (onde  $K$  é temperatura em Kelvin e a U.A. é a unidade astronômica, que corresponde à distância média da Terra ao Sol), e considerando uma emissividade constante  $\epsilon = 0,9$ ) e considerando a tabela com as distâncias médias ao Sol e albedos hemisféricos de diversos corpos do Sistema Solar:

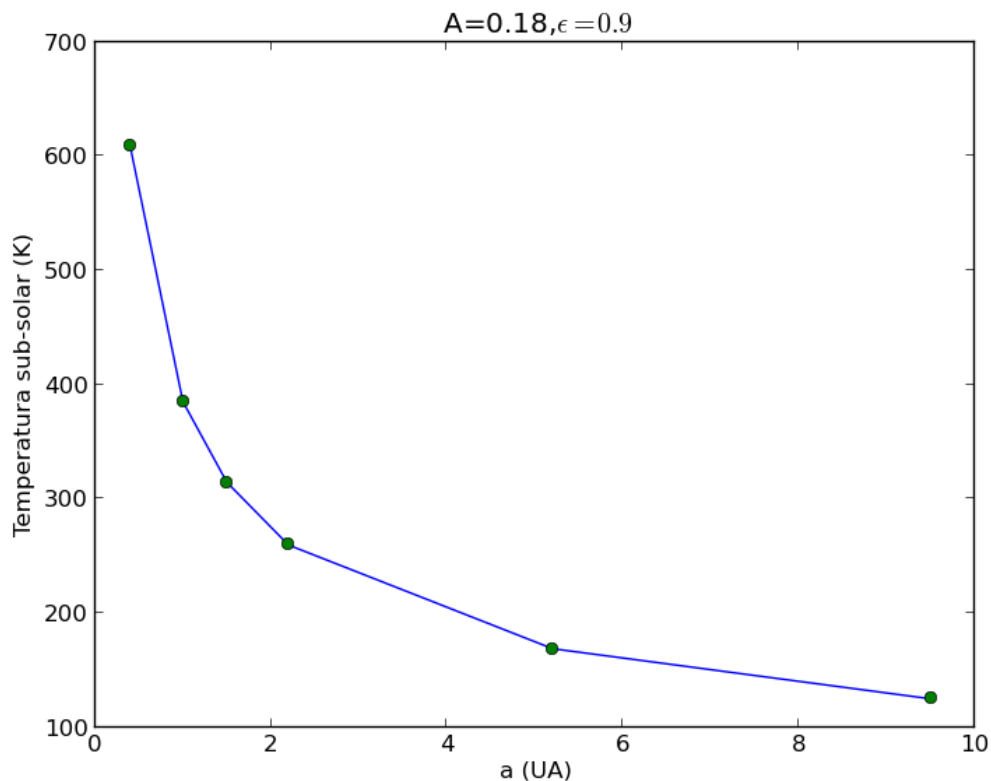
Corpo	R (UA)	A
Mercúrio	0,4	0,07
Lua (sat. da Terra)	1,0	0,11
Phobos (sat. Marte)	1,5	0,02
Vesta	2,2	0,18
Europa (sat. Júpiter)	5,2	0,96
Enceladus (sat. Saturno)	9,5	0,99

a) Calcule as temperatura sub-solares para os objetos da Tabela. Calcule também as temperaturas que estes objetos teriam se todos tivessem o albedo hemisférico de Vesta e construa um gráfico com estes valores contra a distância heliocêntrica, em Unidades Astronômicas. Utilize a folha de papel milimetrado que lhe foi fornecida.

**Resposta: Aplicação direta da fórmula:**

**Para Mercúrio:**  $T_{SS}^4 = \frac{S_{\odot} (1-A)}{\sigma \epsilon R^2} = 2,411 \times 10^{10} \frac{(1-0,07)}{0,9(0,4)^2} = 1,557 \times 10^{11} \rightarrow T_{SS} = 628,2K$

R (UA)	A	T <sub>SS</sub> (K)	T <sub>SS</sub> (K)(A = 0,18)
0,4	0,07	628,2	608,8
1,0	0,11	393,0	385,0
1,5	0,02	328,7	314,4
2,2	0,18	259,6	259,6
5,2	0,96	79,3	168,8
9,5	0,99	41,5	124,9



b) Considerando que no vácuo o gelo de água sublima (passa do estado sólido para o estado gasoso) a uma temperatura de 150K e que o albedo hemisférico de gelo de água é  $A = 0,9$ , a partir de qual distância ao Sol é possível encontrar gelo de água na superfície de um corpo sem atmosfera?

**Resposta:**  $R^2 = 2,411 \times 10^{10} \frac{(1-0,9)}{0,9(150)^4} \rightarrow R \cong 2,3$

**Um corpo com albedo  $A = 0,9$  teria uma temperatura de 150 K a  $R = 2,3$  U.A., portanto, poderíamos encontrar gelo na superfície de todos os corpos com estas características que estivessem além de 2,3 U.A.**

**Questão 5: (2 pontos)**

Recentemente, pesquisadores do observatório interferométrico Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO, na sigla em inglês) anunciaram a primeira detecção direta de ondas gravitacionais, as quais haviam sido previstas pela Teoria da Relatividade Geral, postulada por Albert Einstein. De acordo com esta teoria, uma assimetria de massa gera uma onda gravitacional que se propaga à velocidade da luz pelo espaço.

A medição de ondas gravitacionais fornece informações diretas sobre as fontes responsáveis pela emissão das mesmas, abrindo uma nova “janela” de estudo do universo, e assim, possibilitando a observação de eventos astrofísicos que não irradiam eletromagneticamente. As fontes astrofísicas de ondas gravitacionais podem ser divididas em três principais categorias: (1) sistemas binários de objetos, (2) fusão de objetos compactos, (3) explosão de objetos no final de sua fase evolutiva.

A amplitude (adimensional) de ondas gravitacionais é dada por:

$$h \sim \frac{G^2}{c^4} \frac{\mu M}{r R}$$

Onde  $G$  é a Constante Gravitacional Universal,  $c$  é a velocidade da luz,  $M$  é a soma ( $m_1+m_2$ ) das massas dos objetos astrofísicos envolvidos,  $R$  é o tamanho característico da fonte,  $r$  é a distância da fonte até o observador e  $\mu$  é massa reduzida do sistema, dada por  $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$

a) Calcule a ordem de grandeza da amplitude de ondas gravitacionais para as fontes descritas abaixo:

**Fonte A:** Um sistema binário constituído por duas estrelas de nêutrons, em órbita circular de diâmetro  $R = 100$  km, com massas iguais  $m_1 = m_2 = 1,4M_\odot$ , localizado no aglomerado de Virgo ( $r \sim 15$ Mpc).

**Fonte B:** Sistema binário constituído de dois buracos negros iniciais supermassivos,  $m_1 = 10^3 M_\odot$  e  $m_2 = 10^5 M_\odot$ , em órbita circular de diâmetro  $R = 10^9$  m, localizado no aglomerado de Virgo ( $r \sim 15$  Mpc).

**Fonte C:** Sistema binário constituído por duas anãs brancas de massa  $m_1 = m_2 = 1,4M_\odot$ , em órbita circular de diâmetro  $R = 10000$  km, localizadas próximo ao centro de nossa galáxia ( $r \sim 10$  kpc).

**Respostas:**

Para a Fonte A:  $M_A = 1,4 \times 2 \times 10^{30} + 1,4 \times 2 \times 10^{30} = 5,6 \times 10^{30} \text{ kg}$

$$\mu_A = \frac{1,4 \times 2 \times 10^{30} \times 1,4 \times 2 \times 10^{30}}{5,6 \times 10^{30} \text{ kg}} = 1,4 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$h_A = \frac{(6,67 \times 10^{-11})^2}{(3 \times 10^8)^4} \frac{(1,4 \times 10^{30})}{(15 \times 10^6 \times 3,1 \times 10^{16})} \frac{(5,6 \times 10^{30})}{10^5} \rightarrow h_A \cong 9,3 \times 10^{-23} \approx 10^{-22}$$

Para a Fonte B:  $M_B = 10^3 \times 2 \times 10^{30} + 10^5 \times 2 \times 10^{30} = 2,02 \times 10^{35} \text{ kg}$

$$\mu_B = \frac{10^3 \times 2 \times 10^{30} \times 10^5 \times 2 \times 10^{30}}{2,02 \times 10^{35}} \cong 2,0 \times 10^{33} \text{ kg}$$

$$h_B = \frac{(6,67 \times 10^{-11})^2}{(3 \times 10^8)^4} \frac{(2,0 \times 10^{33})}{(15 \times 10^6 \times 3,1 \times 10^{16})} \frac{(2,02 \times 10^{35})}{10^9} \rightarrow h_B \cong 4,77 \times 10^{-19} \approx 10^{-18}$$

Para a Fonte C:  $M_C = 1,4 \times 2 \times 10^{30} + 1,4 \times 2 \times 10^{30} = 5,6 \times 10^{30} \text{ kg}$

$$\mu_C = \frac{1,4 \times 2 \times 10^{30} \times 1,4 \times 2 \times 10^{30}}{5,6 \times 10^{30} \text{ kg}} = 1,4 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$h_C = \frac{(6,67 \times 10^{-11})^2}{(3 \times 10^8)^4} \frac{(1,4 \times 10^{30})}{(10 \times 10^3 \times 3,1 \times 10^{16})} \frac{(5,6 \times 10^{30})}{10^7} \rightarrow h_C \cong 1,39 \times 10^{-21} \approx 10^{-22}$$

b) Calcule a ordem de grandeza da frequência das ondas gravitacionais geradas pelas fontes descritas no item a, considerando o seguinte:

- A frequência produzida por uma onda gravitacional pode ser estimada com boa aproximação pela física newtoniana e será duas vezes a frequência natural:

$$f = 2f_0$$

onde o fator dois é devido a assimetria de massa aparecer alternadamente em dois lados do eixo de rotação.

- Segundo a física newtoniana, um corpo de massa  $M$  e raio  $R$ , em rotação com velocidade angular  $w_0$  em torno do seu centro de massa, possui uma frequência natural de rotação

$$f_0 = \frac{w_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

- $M$  é a massa total do Sistema Binário ( $M = m_1 + m_2$ )
- $R$  é o tamanho característico da fonte

Respostas:

Para a Fonte A:  $f_A = 2 \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(5,6 \times 10^{30})}{(10^5)^3}} \rightarrow f_A \cong 9,73 \times 10^1 \approx 10^2 \text{ Hz}$

Para a Fonte B:  $f_B = 2 \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(2,02 \times 10^{35})}{(10^9)^3}} \rightarrow f_B \cong 1,84 \times 10^{-2} \approx 10^{-2} \text{ Hz}$

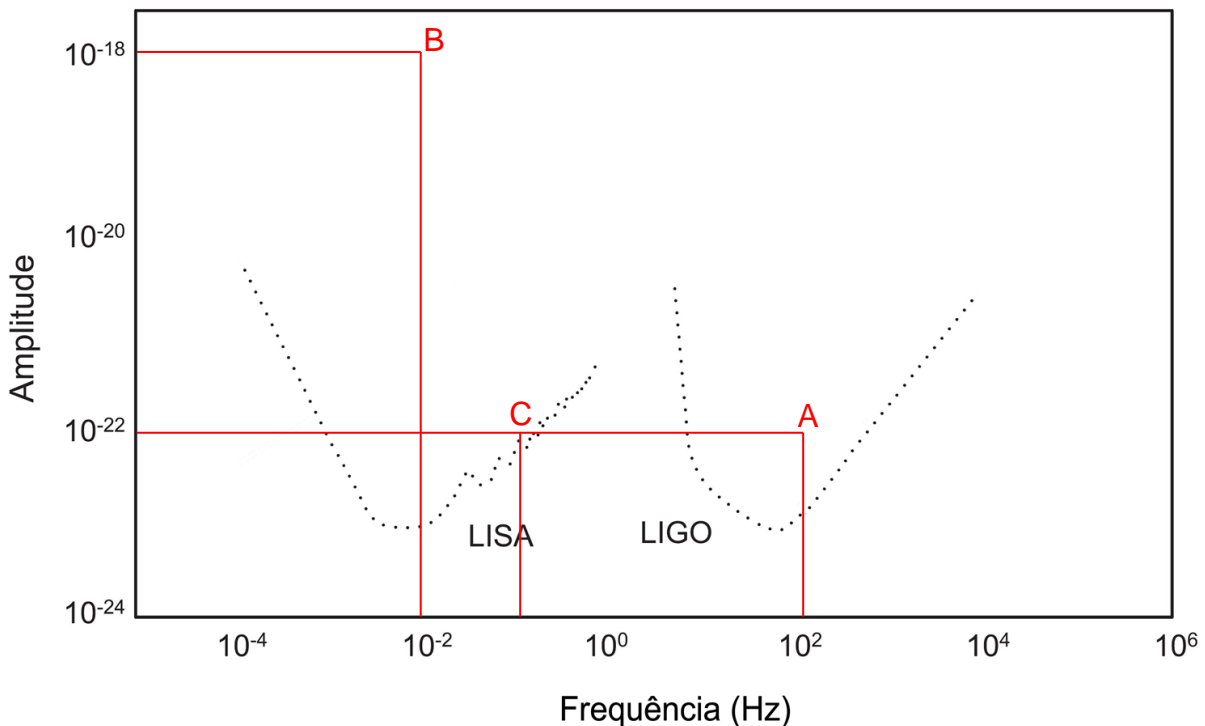
Para a Fonte C:  $f_C = 2 \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(5,6 \times 10^{30})}{(10^7)^3}} \rightarrow f_C \cong 9,72 \times 10^{-2} \approx 10^{-1} \text{ Hz}$

c) Para este item, utilize o gráfico que lhe foi entregue com as folhas de respostas.

**ESTA PARTE SERÁ ENTREGUE EM SEPARADO PARA OS ESTUDANTES**

Marque no gráfico abaixo os pontos **A**, **B** e **C**, de acordo com as amplitudes e frequências calculadas para as fontes;

Na figura abaixo, as linhas pontilhadas mostram a curva de sensibilidade das medidas de dois observatórios interferométricos: o LISA (*Laser Interferometer Space Antenna*) e o LIGO, em termos de amplitude e frequência. No gráfico, qualquer ponto que tiver uma **amplitude maior ou igual do que o definido pelos intervalos de frequências de cada instrumento**, será detectado por um ou outro interferômetro.



D) Indique quais fontes geradoras de ondas gravitacionais (**A**, **B** e **C**) podem ser captadas por cada interferômetro (LISA e LIGO).

Resposta: no gráfico, em vermelho. LISA: B e C, LIGO: A